УДК 621.396.67.01

ЛИНЕЙНЫЕ АНТЕННЫ С МАКСИМАЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ НАПРАВЛЕННОГО ДЕЙСТВИЯ ПРИ ОГРАНИЧЕНИИ АМПЛИТУДЫ ТОКА

М. Я. Минц, Е. Д. Прилепский

Для линейной антенны синтезируется оптимальное распределение тока с ограниченной амплитудой, реализующее максимум КНД в направлении, перпендикулярном к антенне. Оптимальное распределение тока принадлежит классу функций с бинарным квантованием фазы $(0, \pi)$. Решение задачи получено методом последовательных приближений.

Вопросы синтеза излучающих систем с максимальным коэффициентом направленного действия (КНД) привлекали ранее [1–5] и привлекают в настоящее время [6–9] значительное внимание. Этот интерес стимулируется в связи с появлением возможностей реализации сверхнаправленных антенн [9].

Известно, что корректная постановка задачи максимизации КНД требует определенных ограничений, налагаемых на амплитудно-фазовое распределение (АФР) тока [10]. В отсутствие таких ограничений токовое распределение оказывается неограниченным как в среднеквадратичном, т. е. по полной мощности в раскрыве, так и по амплитуде, и следовательно, нереализуемым. Достаточно хорошо изучена задача максимизации КНД антенны с линейной апертурой при ограничении мощности в раскрыве, когда регуляризация осуществляется путем задания коэффициента сверхнаправленности, равного отношению полной мощности в раскрыве к излучаемой [5, 10], или выбором конечного числа гармоник тока в раскрыве [3, 4]. Получающиеся при этом распределения токов резко осциллируют и неустойчивы относительно малых изменений [4, 6]. Другая возможность регуляризации состоит в ограничении амплитуды тока в раскрыве $|I(x)| \leqslant I_0$, где $I(x)$ — распределение тока в раскрыве, x — координата точки в раскрыве, I_0 — заданная постоянная. Эта возможность изучается в настоящей статье. Отметим, что ограничение амплитуды тока оставляет возможность сколь угодно быстрых его осцилляций, что приводит при максимизации КНД к безграничному росту коэффициента сверхнаправленности. Поэтому необходимо наложить на распределение тока $I(x)$ дополнительное условие, ограничивающее частоту осцилляций токового распределения.

1. Постановка и метод решения задачи. КНД линейной антенны длиной L в направлении, перпендикулярном антенне, имеет вид [10]

$$D = \Omega\pi^{-1}\left|\int_{-1}^{1} I(x)dx\right|^2\left[\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} K(x,x')I(x)I(x')dxdx'\right]^{-1}, \qquad (1)$$

где $\Omega = \pi L\lambda^{-1}$. Численные расчеты проводились в предположении, что анизотропией элементарного участка можно пренебречь. Тогда ядро $K(x, x') = [\pi(x-x')]^{-1}\sin[\Omega(x-x')]$. Это упрощает расчеты и позволяет сравнить их с имеющимися в литературе данными [5]. В дальнейшем будем рассматривать вещественные симметричные распределения тока $I(x) = I(-x)$.

Сформулируем задачу: определить оптимальное распределение тока $I^0(x)$ линейной антенны длиной L, доставляющее максимальное значение КНД (1), при условиях

$$|I(x)| \leqslant I_0; \quad , \tag{2}$$

$$[\int_{-1}^{1} I(x)dx]^2 = c \leqslant 4 I_0^2, \tag{3}$$

где I_0 и c — фиксированные постоянные. Условие нормировки (3) фиксирует значение диаграммы направленности в максимуме $F(0) = 2^{-1}\int_{-1}^{1} I(x)dx$. Для получения реализуемого токового распределения необходимо ограничить частоту осцилляций с переменой знака $I(x)$. Условие (3) позволяет учесть это ограничение «естественным» способом — введением множителя Лагранжа μ. Таким образом приходим к задаче: среди множества ограниченных (удовлетворяющих условию (2)) функций найти оптимальную $I^0(x)$, доставляющую наибольшее значение функционалу Ψ:

$$\Psi = \mu[\int_{-1}^{1} I(x)dx]^2 - \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} K(x,x')I(x)I(x')dxdx'. \tag{4}$$

Покажем, что максимум Ψ достигается в классе релейных функций $|I^0(x)| = I_0$. Действительно, с одной стороны функционал Ψ не имеет стационарных точек, поскольку уравнение для стационарных точек $\delta\Psi = 0$ приводит к уравнению Фредгольма первого рода

$$\int_{-1}^{1} K(x,x')I(x')dx' = \mu\int_{-1}^{1} I(x)dx = \text{const}. \tag{5}$$

Известно, что уравнение (5) не имеет решений (кроме тривиального $I(x) = 0$) в классе функций, удовлетворяющих условиям (2), (3) при $c \neq 0$ [12].

С другой стороны, функционал Ψ очевидно ограничен сверху благодаря условию (2). Поэтому наибольшее значение функционала Ψ достигается для функции $I(x)$, значение которой при каждом x принадлежит границе, т. е. $|I(x)| = I_0$.

Для окончательного определения оптимальной функции теперь достаточно определить ее точки переключения. С этой целью применим процесс итераций для последовательности функций $I_{n+1}(x) = I_n(x) + \Delta I_n(x)$, где $\Delta I_n(x)$ — допустимое приращение функции $I_n(x)$, не выводящее ее из класса релейных.

Соответствующее приращение функционала $\Delta\Psi_n = \Psi_{n+1} - \Psi_n$ запишем в виде

$$\Delta\Psi_n = \int_{-1}^{1} f_n(x)\Delta I_n(x)dx + M_n, \tag{6}$$

где $\int_{-1}^{1} f_n(x)\Delta I_n(x)dx$ — линейная по $\Delta I_n(x)$ часть приращения $\Delta\Psi_n$, $f_n(x) = 2[\mu\int_{-1}^{1} I_n(x)dx - \int_{-1}^{1} K(x,x')I_n(x')dx']$, а M_n — квадратичная по $\Delta I_n(x)$ часть приращения $\Delta\Psi_n$.

Величина

$$\Delta I_n(x) = \begin{cases} 2I_0 \operatorname{sign} f_n(x), & \text{если } f_n(x)I_n(x) < 0 \\ 0, & \text{если } f_n(x)I_n(x) > 0 \end{cases} \tag{7}$$

максимизирует линейную часть приращения $\Delta\Psi_n$. Однако, выбор $\Delta I_n(x)$ в виде (7) из-за квадратичного члена M_n может привести к $\Delta\Psi_n < 0$, т. е. к уменьшению функционала Ψ. Тогда следует уменьшить (например вдвое) интервалы, на которых в (7) $\Delta I_n(x) \neq 0$. Поскольку с уменьшением этих интервалов квадратичный член уменьшается быстрее линейного, то таким образом придем к $\Delta I_n(x)$, для которого $\Delta\Psi_n > 0$, и определим $I_{n+1}(x)$, для которого величина функционала Ψ больше, чем для $I_n(x)$. После ряда циклов итераций получим для данного μ наибольшее значение Ψ и оптимальное токовое распределение. При уменьшении μ число точек переключения в оптимальном токовом распределении растет. При этом растет коэффициент сверхнаправленности и КНД. Вместе с тем уменьшается значение $F(0)$ ДН в максимуме. Это качественно соответствует тому, что получается при решении задач максимизации КНД при других, чем в настоящей работе ограничениях на токовое распределение, например, среднеквадратичном или ограничении числа гармоник.

2. Численные результаты. Для проверки изложенного выше метода максимизации КНД в направлении, перпендикулярном антенне, были произведены вычисления для различных значений $\Omega = \pi L \lambda^{-1}$. Поиск оптимального токового распределения в зависимости от Ω требовал 3—7 итераций. На рис. 1 приведены зависимости максимального КНД от величины $lg(QQ_0^{-1})$, где Q — коэффициент сверхнаправленности, Q_0 — коэффициент сверхнаправленности для токового распределения без точек переключения: $I(x) = \text{const}$.

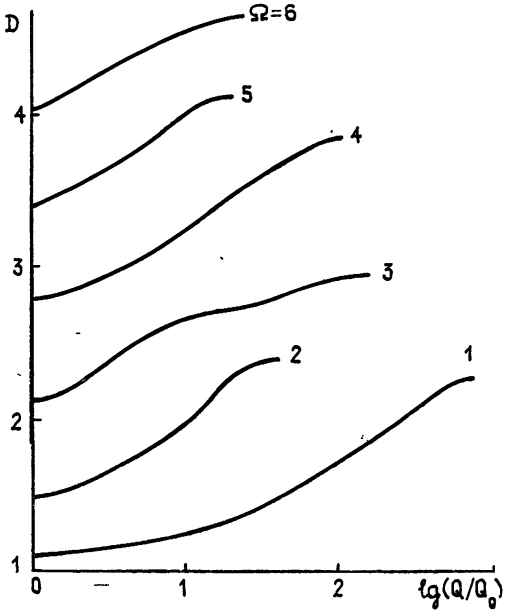

Рис. 1.

Как видно из рис. 1, для каждого заданного L максимальное значение КНД монотонно растет при увеличении коэффициента сверхнаправленности Q. Рост КНД прекращается, когда заданное расстояние между узлами квадратурной суммы оказывается недостаточным для появления новых точек переключения фазы. На рис. 2а приведены оптимальные диаграммы направленности (кривые *1, 2, 3,* соответствующие значениям $L = 0{,}25\lambda$; $0{,}5\lambda$; λ), соответствующие им оптимальные распределения тока $I^0(x)$ показаны на рис. 2б. На рис. 2а показана также диаграмма $u^{-1}\sin u$ (штрихпунктирная линия). В интервале видимости $|u| \leqslant \Omega$ [10] оптимальные диаграммы изображены сплошной линией, а для $|u| > \Omega$ продолжены штриховой линией. Для сравнения на рис. 3 приведено оптимальное распределение $I_1(x)$ из работы [5] и распределение $I^0(x)$, оптимальное при условиях (2), (3), длина антенны $L = 2\lambda$, величины КНД в обоих случаях примерно одинаковы, коэффициент сверхнаправленности в случае распределения $I^0(x)$ больше, что понятно, поскольку распределение поля $I_1(x)$ создает оптимальную ДН при минимальной величине коэффициента сверхнаправленности [5].

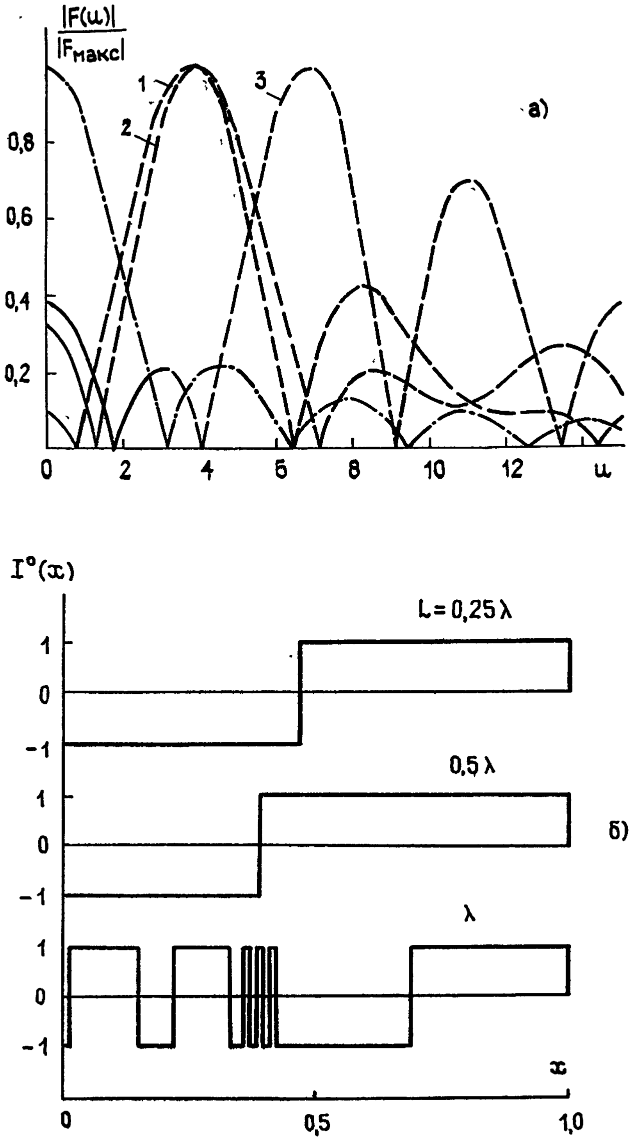

Рис. 2.

В заключение отметим следующее. Для сверхнаправленных антенн помимо реактивности характерна слабая устойчивость решения относительно малых изменений токового распределения [10]. Рассмотренные в данной работе оптимальные антенны с релейным распределением тока (бинарнофазовые) могут оказаться предпочтительнее антенн, в раскрыве которых изменяется как амплитуда, так и фаза тока, поскольку реализация релейного распределения тока — технически более простая задача [11].

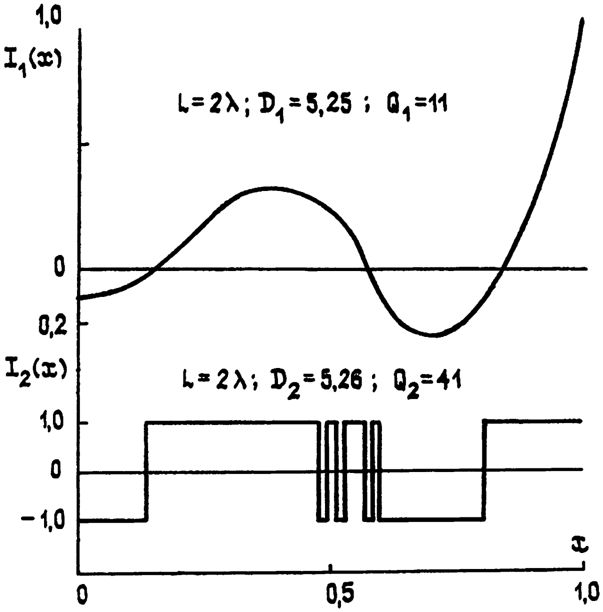

Рис. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахрах Л. Д. // ДАН СССР. 1954. Т. 95. № 1. С. 45.
2. Фельд Я. Н., Бахрах Л. Д. // Радиотехника и электроника. 1963. Т. 8. № 2. С. 187.
3. Яковлев В. П. // Радиотехника и электроника. 1964. Т. 9. № 1. С. 13.
4. Блиох В. В., Вербицкий И. Л. // Радиотехника и электроника. 1965. Т. 10. № 10. С. 1783.
5. Rhodes D. R. // IEEE Trans. 1971. V. AP-19. № 4. P. 485.
6. Хансен Р. С. // ТИИЭР. 1981. Т. 69. № 2. С. 35.
7. Фельд Я. Н. // Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27. № 11. С. 2094.
8. Полищук И. М. // Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27. № 5. С. 885.
9. Павлюк В. А., Сигова Т. А., Мартынов М. А., Кисмерешкин В. П. // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29. № 5. С. 990.
10. Бахрах Л. Д., Кременецкий С. Д. Синтез излучающих систем. — М.: Сов. радио, 1974.
11. Крупицкий Э. И., Сергеенко Т. Н. // Радиотехника и электроника. 1970. Т. 15. № 2. С. 252.
12. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979.

Поступила в редакцию
17 ноября 1987 г.

LINEAR ANTENNA MAXIMUM GAIN WITH THE CURRENT AMPLITUDE LIMITATION

M. Ya. Mints, E. D. Prilepskij

The optimum current distribution with a limited amplitude producing the maximum gain in the broadside direction is sunthesized for the linear antennas. It is shown that the optimum phase distribution belongs to the binary phase class $(0, \pi)$. The problem is solved by the iteration method.