

УДК 537.868:531

МНОГОЧАСТОТНАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ В ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ РЕЗОНАНСНЫХ СИСТЕМАХ. II. ВЫСОКИЙ УРОВЕНЬ НАКАЧКИ

Г. В. Белокопытов, В. Н. Семененко, В. А. Чистяев

Рассмотрена многочастотная параметрическая генерация в колебательных системах с двумя степенями свободы, собственные частоты которых различаются на несколько порядков. Показано, что при уровне накачки, существенно превышающем порог возбуждения, в системе можно реализовать ряд различных режимов параметрической генерации. Исследованы условия возбуждения и области существования различных режимов в зависимости от параметров состояния, характеризующих настройку колебательной системы, ее добротность и уровень накачки.

В [1] было рассмотрено параметрическое возбуждение колебаний в резонансных системах, имеющих нормальные моды, собственные частоты которых различаются на несколько порядков. Такими свойствами обладают электромеханические резонаторы, у которых частоты электромагнитных колебаний (ω_f) гораздо больше, чем упругих колебаний (Ω_w), а нелинейная электромеханическая связь между ними имеет стрикционную (пондеромоторную) природу. Было показано, что в таких системах типична ситуация, когда воздействие электромагнитной накачки ($\omega_H \simeq \omega_f$) вызывает параметрическую генерацию на двух модах: акустической и электрической, причем упругие колебания — практически гармонические (с частотой $\Omega_a \simeq \Omega_w$), а электрические представляют собой набор многих спектральных компонент вида

$$\omega_H = \omega_H + n\Omega_a \quad (n = \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (1)$$

Несмотря на сложный характер возбуждаемых колебаний был найден эффективный способ численного решения системы уравнений для нормальных амплитуд и фаз спектральных составляющих [1]. Более того, оказалось, что при подходящей нормировке все характеристики параметрической генерации однозначно определяются тремя параметрами: нормированной амплитудой механических колебаний z , приведенной расстройкой $\xi = 2Q_f(\omega_H - \omega_f)/\omega_f$ и параметром $\Delta = 2Q_f\Omega_a/\omega_f$. Здесь Q_f — добротность электромагнитной моды, а величина Δ характеризует расстояние между соседними спектральными компонентами генерации, выраженное через ширину полосы резонанса электромагнитной моды.

В частности, нормированная мощность накачки E^2 является однозначной функцией z , ξ и Δ . Напротив, при заданной мощности накачки (и фиксированных ξ и Δ) в системе может существовать несколько состояний колебаний, которые различаются амплитудами механических осцилляций и электромагнитных комбинационных частот. Множественность стационарных колебательных процессов характерна для высокого уровня накачки, когда мощность, поступающая на резонатор, на несколько порядков превышает порог параметрического возбуждения. В настоящей работе представлены результаты расчета областей существования различных режимов параметрической генерации и обсуждены условия их экспериментальной реализации.

Первичная информация о режимах параметрической генерации

содержатся в зависимостях $E^2(z)$, рассчитанных при фиксированных ζ и Δ (рис. 1). Вид функций $E^2(z)$ существенно зависит от отношения ζ/Δ . Если $\zeta/\Delta \approx m + 1/2$, где m — целое, то $E^2(z)$ состоит из отдельных ветвей, разделенных вертикальными асимптотами, причем чередуются области с положительными и отрицательными значениями E^2 . Отрицательные значения мощности накачки не имеют физического смысла при данных (ζ, Δ) , однако если одновременно рассматривать колебания при настройке $(-\zeta, \Delta)$, то имеем: $E^2(z, -\zeta, \Delta) = -E^2(z, \zeta, \Delta)$ [1]. Таким образом, «отрицательные» ветви приобретают физический смысл при изменении знака расстройки на противоположный. При данной же величине ζ интервалы допустимых значений акустических амплитуд z чередуются с «запрещенными зонами». В эти зоны попадают не только участки, где $E^2(z) < 0$, но также и интервалы, где $\partial E^2/\partial z < 0$, которые соответствуют неустойчивым режимам [1].

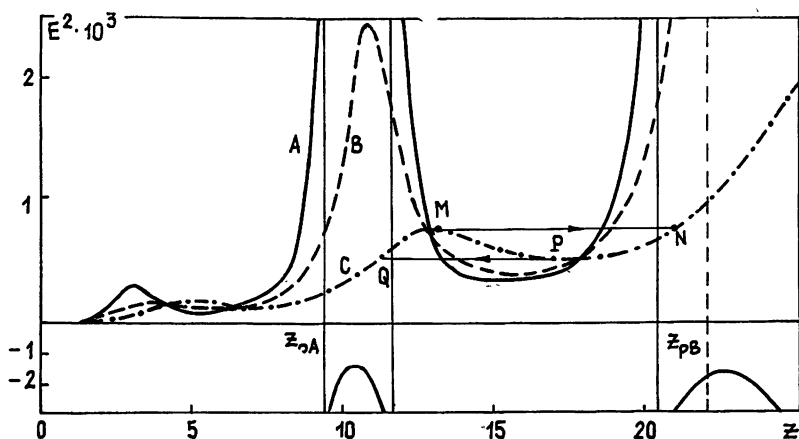


Рис. 1. Нормированные зависимости мощности накачки от амплитуды низкочастотных (акустических) колебаний при $\Delta=1$ и различных значениях нормированной расстройки ζ :
 А — $\zeta=0,7$, В — $\zeta=0,82$, С — $\zeta=1$.

В другом предельном случае, когда $\zeta/\Delta \approx m$, зависимость $E^2(z)$ оказывается непрерывной. Падающие участки ($\partial E^2/\partial z < 0$) здесь также неустойчивы. Однако в отличие от предыдущего случая, при плавном изменении уровня накачки (E^2), возможны переключения режима колебаний, в результате которых амплитуда акустических колебаний z и спектр электромагнитных комбинационных частот меняются скачком. Процесс переключения носит гистерезисный характер: переключение при нарастании накачки происходит при большем значении E^2 , чем обратное переключение. В качестве примера на рис. 1 можно указать скачки MN (прямой) и PQ (обратный) на кривой С, которая представляет зависимость $E^2(z)$ при $\zeta=\Delta=1$.

Итак, когда отношение ζ/Δ — натуральное число, т. е. одна из комбинационных частот (1) настроена точно в резонанс, тогда при достаточно большом уровне накачки одному значению E^2 могут соответствовать несколько различных режимов параметрической генерации. Какой из них будет реализован в эксперименте — зависит от предыстории колебательной системы. Увеличивая мощность накачки при такой настройке, можно переходить в зоны со все большими значениями амплитуды z .

При неточной настройке системы в резонанс с одной из комбинационных частот реализуются ситуации, промежуточные между рассмотренными предельными случаями. Зависимость $E^2(z)$ разбивается на отдельные ветви, как и при $\zeta/\Delta = m + 1/2$. Эти ветви являются изолированными в том смысле, что при фиксированной настройке невозможно возбуждать режимы параметрической генерации, относящиеся

к разным ветвям, изменяя только мощность накачки E^2 . В частности, возбуждая резонатор, первоначально находившийся в покое, можно реализовать лишь колебания, у которых амплитуды z лежат на первой ветви, где $0 < z < z_{PA}$ (рис. 1, А). В то же время на первой ветви может быть несколько зон, соответствующих различным режимам генерации. При этом, чем ближе настройка к резонансным условиям ($\xi/\Delta \approx m$), тем больше, становится допустимая амплитуда z_P , а число возможных зон увеличивается.

Взаимосвязь между настройкой системы и числом режимов параметрической генерации отображена на рис. 2. В заштрихованной области, лежащей выше кривой 1, первая ветвь $E^2(z)$ монотонна, т. е. при фиксированной настройке реализуется лишь один режим параметрической генерации. В области между кривыми 1 и 2 возможны два режима, между кривыми 2 и 3 — три режима и т. д. Интересно, что при малых значениях параметра Δ число колебательных режимов увеличивается: при $\Delta < 0,8$ во всей области ξ/Δ будет не менее двух устойчивых состояний генерации, при $\Delta < 0,65$ — не менее трех и т. д.

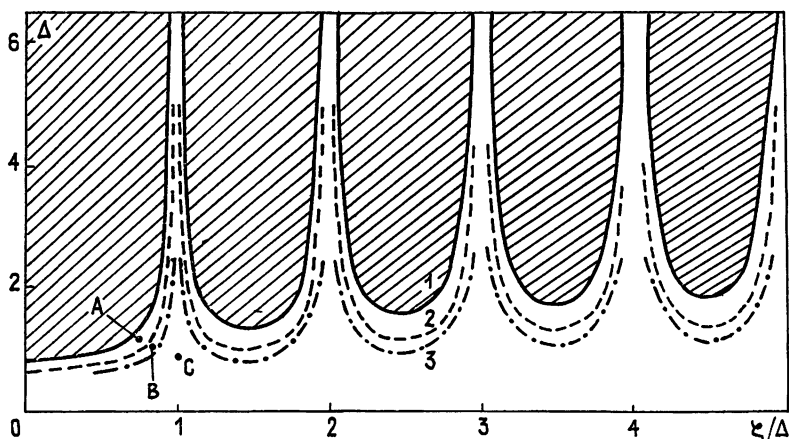


Рис. 2. Области настройки колебательной системы, соответствующие различному числу режимов параметрической генерации.

Границы областей: 1 — с одним стационарным режимом (заштриховано), 2 — с двумя, 3 — с тремя режимами. Зависимости $E^2(z)$ для точек А, В, С см. рис. 1.

Исследуемая колебательная система имеет трехмерное пространство параметров состояния: в качестве таких параметров можно взять величины $(E/\Delta)^2$, (ξ/Δ) и Δ . Взаимное расположение областей существования различных режимов можно представить, рассматривая двумерные сечения, полученные при фиксированных значениях Δ (рис. 3). Параметрическое возбуждение наблюдается, если мощность накачки превысит порог, равный

$$E^2 = [1 + (\xi + \Delta)^2][1 + (\xi - \Delta)^2](1 + \xi^2)/4\xi\Delta, \quad (2)$$

где $\xi > 0$ [1, 2]. На рис. 3 порогу возбуждения соответствует линия 1'. Возбуждение при малых расстройках ξ носит мягкий характер, при этом граница срыва параметрических колебаний совпадает с 1'. При больших ξ имеет место жесткое возбуждение, и граница срыва генерации 1 не совпадает с порогом возбуждения 1'.

Возбуждение колебаний в высших зонах всегда носит жесткий характер (вспомним колебательный гистерезис $MNPQ$, рис. 1). Как следствие для второй зоны граница возбуждения (2') и граница срыва (2) не пересекаются, а соответствующие области оказываются вложенными одна в другую. Граница возбуждения 2' изображена только на рис. 3а, поскольку с ростом Δ порог накачки быстро возрастает: так при $\xi/\Delta \approx 1$ и $\Delta = 2,6$ для порога имеем $(E/\Delta)^2 = 360$, а при $\Delta = 5$

уже $(E/\Delta)^2 = 1150$. При больших Δ переход во вторую зону параметрической генерации может происходить лишь в условиях, резонансных для одной из комбинационных частот ($\xi/\Delta \approx m$, см. рис. 2). Однако если переход во вторую зону генерации произошел, то при перестройке частоты накачки (изменение ξ) будет сохраняться режим генерации, соответствующий второй зоне, которая при иных настройках будет находиться на второй изолированной ветви $E^2(z)$.

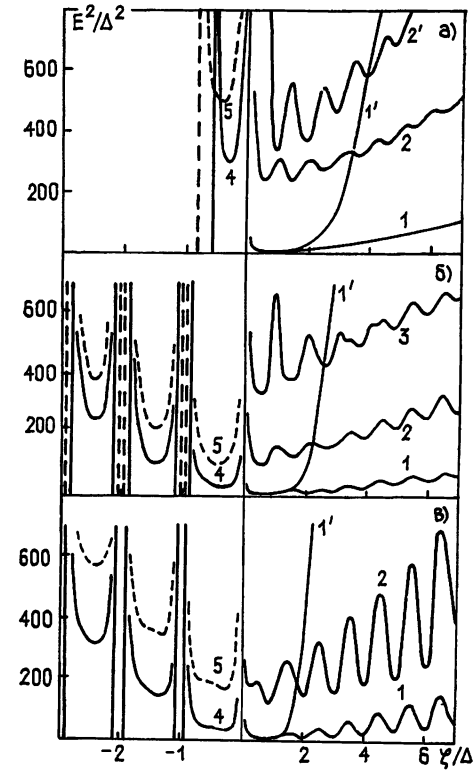


Рис. 3. Нормированные зависимости пороговой мощности возбуждения и срыва параметрических колебаний при различных значениях Δ :

а) $\Delta=1$, б) $\Delta=2,6$, в) $\Delta=5$; 1, 2, 3 — границы срыва для 1-й, 2-й и 3-й зон; 1, 2 — пороги возбуждения для 1-й и 2-й зон; 4, 5 — границы изолированных областей генерации в 1-й и 2-й «запрещенных» зонах ($\xi < 0$).

метрической генерации. Требуемая мощность накачки минимальна при $\xi/\Omega \approx -m + 1/2$ и $\Delta=2,6$ (рис. 3б). При $\xi/\Delta = -m$ поддержание генерации становится невозможным.

Стрикционная параметрическая генерация была экспериментально получена и систематически исследована в диэлектрических резонаторах из танталата калия [3-5]. Обсудим, при каких условиях в них можно осуществить возбуждение колебаний в высших зонах. Переходя от нормированных переменных к оценкам мощности колебаний, полезно иметь в виду следующее. Нормировка амплитуды z проведена таким образом, что упругие колебания с $z=1$ обеспечивают благодаря электрострикции относительное изменение частоты ω_f на Q_f^{-1} . Для электромагнитных же колебаний масштаб мощности можно установить, если известна пороговая мощность. Так, в эксперименте [4], где $\Delta=1,45$, порог генерации составлял ~ 100 мкВт, если диэлектрический резонатор находился в жидком гелии, что соответствовало $E^2 \approx 3$ (см. (2)). Таким образом, для оценки порога параметрического возбуждения во второй зоне ($\Delta \approx 1$, рис. 3а) можно получить значение $\sim 3-5$ мВт, что вполне может быть реализовано. Для поддержания параметрической генерации при отрицательных расстройках требуется уровень накачки ~ 3 мВт, что также приемлемо. Кроме элект-

При отрицательных расстройках ($\xi < 0$) мягкое параметрическое возбуждение невозможно. Невозможно и жесткое возбуждение, если первоначально резонатор находился в покое. Однако если в резонаторе предварительно были возбуждены каким-либо образом колебания достаточно большой амплитуды на акустической моде (Ω_w), то электромагнитная накачка может при определенных условиях регенерировать эти колебания благодаря электрострикции, одновременно будут генерироваться электромагнитные комбинационные частоты (1). Поддержание параметрических колебаний при расстройке $\xi < 0$ будет иметь место, если $E^2(-\xi) < 0$, и предварительно в системе были возбуждены колебания с амплитудой z , такие что $z > z_p$. В зависимости от первоначальной амплитуды z при отрицательных расстройках также имеются различные зоны пара-

ромагнитной накачки в резонаторе должны быть возбуждены колебания с $z \approx 20$, что соответствует акустической мощности порядка 30 мкВт.

В экспериментах при высоком уровне накачки существенное влияние могут оказывать также явления, учет которых выходит за рамки данной работы. Прежде всего, границы существования различных режимов параметрической генерации могут претерпевать искажения вследствие нелинейных расстройок. Кроме того, при некоторых условиях можно ожидать многоступенчатого включения параметрической генерации, когда по мере роста мощности накачки сначала возбуждаются колебания на одной акустической моде, а затем под действием многочастотных электромагнитных колебаний оказывается возможным параметрическое возбуждение акустических колебаний на других модах.

Авторы выражают благодарность И. В. Иванову за плодотворные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белокопытов Г. В., Чистяев В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 2. С. 161.
2. Белокопытов Г. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 9. С. 1121.
3. Белокопытов Г. В., Иванов И. В., Решетников М. Е., Чистяев В. А. // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. № 19. С. 1210.
4. Чистяев В. А., Белокопытов Г. В. Статья депонирована в ВИНТИ, рег. № 7525-В86. Деп. от 3 ноября 1986 г.
5. Белокопытов Г. В., Иванов И. В., Решетников М. Е., Чистяев В. А. // Тезисы докл. XI Всесоюзной конференции по физике сегнетоэлектриков. — Киев, 1986. Т. 2. С. 212.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
29 сентября 1987 г.

MULTIFREQUENCY PARAMETRIC OSCILLATION IN ELECTROMECHANICAL RESONANCE SYSTEMS. II. HIGH PUMP LEVEL

G. V. Belokopytov, V. N. Semenenko, V. A. Chistyayev

The multifrequency parametric oscillation in electromechanical vibrational systems with two degrees of freedom has been considered which natural frequencies differed by several orders of magnitude. It was shown that the number of different modes of parametric oscillation is possible in the system in the case of the pump level substantially exceeding the threshold of oscillation. The conditions of the excitation and regions of the existence of different regimes have been investigated as the function of the state parameters characterizing the tuning, quality factor and the pump level in the system.
