

где $\hat{2}v = (1+v)^{1/2}(1-v)^{-1/2}$. Используя (11), мы можем вычислить, например, вклад непрерывного спектра в гамма-континуан:

$$\langle H^c \rangle \approx \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} d\lambda \left(1 + \frac{1}{4\lambda^2} \right) \langle |b|^2 \rangle.$$

Из этого выражения следует, что среднее значение спектральной плотности энергии равно

$$\frac{d\langle H^c \rangle}{dk} = \frac{d\langle H^c \rangle}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dk} \approx \frac{4}{\pi} \langle |b(\lambda)|^2 \rangle \Big|_{\lambda = \frac{1}{2}(k + \sqrt{1+k^2})}. \quad (12)$$

При $l, v \ll 1$ мы получим из (12), что спектральная плотность энергии имеет максимум при $k \sim 1$ и что $\langle H^c \rangle \approx \nu^2 B_0$. В случае же больших скоростей $v \rightarrow 1$, $\langle |b^2| \rangle \approx \approx l B_0 \nu^{1/2} \exp(-k^2 l^2)$ и среднее значение энергии излученных шумовых волн равно

$$\langle H^c \rangle = B_0(1-v)^{-1/2} + O(l^2).$$

Используя выражение для энергии солитона $H = 8(1-v^2)^{-1/2}$, находим отношение средних энергий излучения и солитона:

$$\langle H^c \rangle \approx 0,2 B_0 \langle H^d \rangle.$$

Поправка к дискретному спектру имеет вид

$$\Delta v = \frac{\nu v}{\sqrt{1-v^2}} \int_{-\infty}^{\infty} dx z(x) \operatorname{sech}^2 z,$$

что дает для δ -коррелированного шума

$$\langle (\Delta v)^2 \rangle = 4 B_0 \nu^2 v^2 / 3 \sqrt{1-v^2}. \quad (13)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров В. Е. и др. Теория солитонов. — М.: Наука, 1980. — 320 с.
2. Абдуллаев Ф. Х., Дарманиян С. А. // ЖТФ. 1988. Т. 58. № 2. С. 265.
3. Басс Ф. Г., Кившарь Ю. С., Комотоп В. В. // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. № 2. С. 433.
4. Elgin J. N. // Phys. Lett. 1985. V. 110. № 9. P. 441.
5. Маныкин Э. А. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. № 8. С. 1474.

Отдел теплофизики
АН УзССР

Поступила в редакцию
22 декабря 1987 г.

УДК 533.951

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОДУЛИРОВАННОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С МЕДЛЕННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

В. А. Балакирев, А. О. Островский

Настоящая работа посвящена нелинейной и нестационарной динамике черенковского возбуждения медленной электромагнитной волны модулированным электронным пучком (периодической последовательностью сгустков). В работе [1] рассмотрена нелинейная стадия стационарного усиления плазменной волны электронным потоком, который модулирован на частоте волны. В отличие от указанной работы ниже основное внимание уделено исследованию случая, когда частота модуляции пучка не совпадает с частотой возбуждаемой волны. Показано, что в этом случае стационарное состояние системы не устанавливается. В области взаимодействия амплитуда волны совершает со временем регулярные осцилляции. Отметим, что задача о возбуждении модулированным электронным пучком медленных волн, в частности, в плазменных волноводах, представляет интерес для коллективных методов ускорения заряженных частиц [2, 3].

Рассмотрим электронный пучок с начальной энергией $W = mc^2(\gamma_0 - 1)$, $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$, $\beta_0 = V_0/c$ (V_0 — начальная скорость пучка), плотность которого на

входе в замедляющую систему ($z=0$) изменяется по гармоническому закону

$$n_b(z=0) = n_0(1 + h \cos \omega_m t), \quad (1)$$

h — глубина модуляции, ω_m — частота модуляции, которая в общем случае не совпадает с частотой синхронной с пучком волны. Ниже исследован случай, когда синхронная с пучком волна обладает нормальной дисперсией ($V_g > 0$, V_g — групповая скорость волны). Система помещена в сильное продольное магнитное поле, так что движение электронов пучка можно считать одномерным.

Самосогласованная система уравнений, описывающая нелинейную динамику черенковского возбуждения электромагнитной волны модулированным потоком электронов, состоит из уравнения в частных производных для медленно меняющейся амплитуды этой волны и уравнений движения частиц потока в лагранжевых переменных:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + \delta \frac{\partial C}{\partial \xi} = \nu_b / 2\pi \int_{\tau}^{\tau+2\pi} (P_{\parallel} / P_0)^2 e^{i\tau_{\parallel}} (1 + h \cos \Omega \tau_0) d\tau_0, \quad (2)$$

$$\frac{d\tau_{\parallel}}{d\xi} = \beta_0 \frac{\sqrt{1 + P_{\parallel}^2}}{P_{\parallel}} - 1, \quad \frac{dP_{\parallel}}{d\xi} = - \frac{\sqrt{1 + P_{\parallel}^2}}{P_{\parallel}} \operatorname{Re}[C(\tau, \xi) e^{-i\tau_{\parallel}}].$$

Здесь $C = E/E_0$, E — напряженность продольной компоненты электрического поля, $E_0 = mc^2 k_{\parallel} / e$, k_{\parallel} — продольное волновое число, $P_{\parallel} = P/mc$ — безразмерный импульс электронов пучка, $\Omega = \omega_m/\omega$, $\tau_{\parallel} = \omega(t_{\parallel} - z/V_0)$ — время прилета электрона в точку z , $\tau_0 = \omega t_0$ — фаза влета частицы в волновод; $\tau = \omega t - k_{\parallel} z$, $\xi = k_{\parallel} z$, $\delta = q/(1 - q)$, $q = V_g/V_0$. Параметр ν_b пропорционален току пучка и определяется конкретным видом замедляющей системы. В частности, для плазменного волновода выражение для ν_b приведено в [4].

Систему уравнений (2) необходимо дополнить начальными и граничными условиями:

$$C(\tau=0, \xi) = C_0, \quad C(\tau, \xi=0) = C_0, \quad P_{\parallel}(\xi=0) = P_0 = \beta_0 \gamma_0, \quad \tau_{\parallel}(\xi=0) = \tau_0. \quad (3)$$

Анализ динамики возбуждения поля электронным потоком проведен численно путем решения системы уравнений (2) конечно-разностным методом. Расчеты проведены при фиксированных глубине модуляции пучка, начальной энергии электронов, групповой скорости плазменной волны и различных значениях тока I_b , а также расстройки $\Delta\Omega = 1 - \Omega$. Граничные условия и значения параметров выбраны следующими: $h = 0,5$, $P_0 = 3$, $V_g/V_0 = 0,1$, $0 \leq \xi \leq 240$, $\operatorname{Re} C_0 = 10^{-2}$, $\operatorname{Im} C_0 = 0$.

Как показано в работах [1, 5], в случае, когда пучок модулирован на частоте возбуждаемой волны ($\Delta\Omega = 0$), устанавливается стационарное распределение поля вдоль пространства взаимодействия. В установившемся состоянии линейный рост амплитуды волны, имеющий место на небольших расстояниях от области инжекции пучка, сменяется пространственными осцилляциями, которые вызваны фазовыми колебаниями сгустков пучка в поле волны.

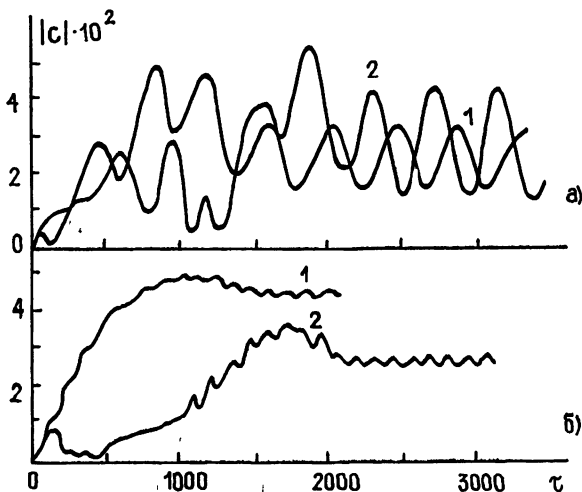


Рис. 1. Зависимость амплитуды волны от времени в точках 1 — $\xi_1 = 165$, 2 — $\xi_2 = 240$ при различных значениях частоты модуляции Ω : а) $\Omega_1 = 0,985$; б) $\Omega_2 = 0,95$; $\nu_b/2\pi = 4 \cdot 10^{-5}$.

Картина процесса возбуждения волны модулированным пучком качественно меняется, когда частота модуляции не совпадает с частотой волны. В этом случае

стационарное распределение поля не устанавливается. В каждой точке области взаимодействия амплитуда волны осциллирует со временем по периодическому закону с безразмерным периодом $T = 2\pi/|\Delta\Omega|$.

На рис. 1 показаны зависимости амплитуды возбуждаемой волны от времени τ в точках $\xi_1=165$; $\xi_2=240$ при фиксированном параметре $\nu_b/2\pi=4\cdot 10^{-5}$ и различных значениях частоты модуляции $\Omega_1=0,95$; $\Omega_2=0,985$. Из этого рисунка видно, что с уменьшением расстройки $\Delta\Omega=1-\Omega$ модуляция амплитуды становится более глубокой, а период модуляции увеличивается. Существование временной модуляции амплитуды $|C(\tau, \xi)|$ обусловлено следующим. Возбуждаемое поле содержит поля собственной волны с частотой ω и вынужденной волны модулированного потока с частотой $\omega_m=\omega+\Delta\omega$. Наличие частотной расстройки $\Delta\omega$ указанных волн и приводит к появлению зависимости амплитуды результирующего поля от времени. При этом, как было отмечено, период колебаний определяется величиной $\Delta\omega$.

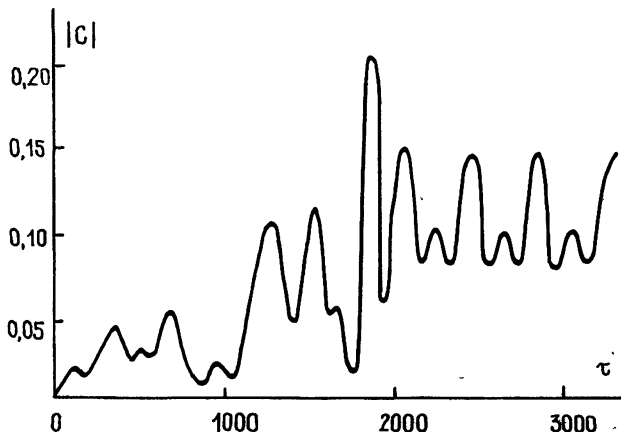


Рис. 2. Зависимость амплитуды волны от времени при $\xi=240$; $\nu_b/2\pi=3\cdot 10^{-4}$, $\Omega=0,985$.

Выше была исследована динамика черенковского возбуждения волны при фиксированном токе пучка $\nu_b/2\pi=4\cdot 10^{-5}$. На рис. 2 представлена зависимость амплитуды волны от времени при $\nu_b/2\pi=3\cdot 10^{-4}$. Из рис. следует, что с ростом тока пучка закон модуляции возбуждаемой волны остается периодическим. Период модуляции при этом практически не меняется. Однако наряду с сохранением периода имеет место рождение новых гармоник более высокого порядка. В результате за время $T=2\pi/|\Delta\Omega|$ число осцилляций амплитуды увеличивается. Так, для приведенных параметров системы число осцилляций на периоде удвоилось.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балакирев В. А., Онищенко И. Н., Толстолужский А. П. // УФЖ. 1981. Т. 26. № 6. С. 1036.
2. Файнберг Я. Б. // УФН. 1967. Т. 93. Вып. 4. С. 617.
3. Файнберг Я. Б. // Физика плазмы. 1987. Т. 13. Вып. 5. С. 607.
4. Балакирев В. А., Островский А. О. Препринт ХФТИ АН УССР № 87-17. — М.: ЦНИИАтоминформ, 1987.
5. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Половин Р. В., Ситенко А. Г., Степанов К. Н. Электродинамика плазмы. — М.: Наука, 1974. — 720 с.

Поступила в редакцию
5 января 1988 г.,
после доработки
25 октября 1988 г.