ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том 32, № 8 РАДИОФИЗИКА 1989

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 539.183.4

РАДИАЦИОННОЕ ВЫСТРАИВАНИЕ ДИПОЛЕЙ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

А. Н. Котюсов, Б. Е. Немцов

Впервые вопросы, связанные с выстраиванием диполей в анизотропных средах, были рассмотрены Ланжевеном [1]. Им было вычислено среднее значение магнитного момента для газовых молекул, обладающих постоянным магнитным моментом и находящихся в однородном магнитном поле. Позднее Дебай [2] произвел аналогичные вычисления для ансамбля электрических диполей. В дальнейшем учет поляризационных эффектов стал необходим в спектроскопии газов при анализе релаксационных процессов. Однако здесь поляризация обусловлена имеющейся в ряде задач анизотропией столкновений. Эффекты выстраивания, обусловленные этими процессами, обсуждались в ряде работ. Наиболее полный перечень их можно найти в [3]. Эффекты, связанные со спонтанным выстраиванием дипольных моментов атомов, движущихся в среде, обсуждались также в работе [4]. Здесь выстраивание связано с воздействием силы реакции излучения на источник. Было отмечено, что сила реакции излучения имеет две составляющие. Одна из них, параллельная скорости движения источника, совершает работу, определяя тем самым мощность излучения. Другая часть силы, ортогональная скорости, хотя и не совершает работы, но создает момент сил, учет которого приводит к тому, что излучающие осцилляторы спонтанным образом выстраиваются вдоль оси своего движения.

В настоящей работе рассмотрена задача во многом аналогичная обсуждаемой в [4]. Анализируется воздействие радиационной силы на покоящийся осциллятор, находящийся в анизотропной среде. Типичным примером такой среды является плазма с наложенным на нее сильным магнитным полем. В работе показано, что под действием радиационной силы излучающие осцилляторы выстраиваются спонтанно вдоль выделенного направления, совершая при этом малые колебания около положения равновесия. В работе обсуждаются вопросы экспериментального обнаружения описываемого эффекта.

Рассмотрим одноосный кристалл, характеризующийся тензором диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}_{ij}$ (например тензор магнитоактивной плазмы в случае сильного магнитного поля). В квазигидродинамическом приближении он имеет следующий вид [5]:

$$\hat{\varepsilon}_{ij}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&\varepsilon\end{pmatrix}, \tag{1}$$

где

$$\varepsilon=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2-k_z^2v_T^2+i\nu\omega}, \tag{2}$$

здесь ν — частота столкновений.

Пусть осциллятор колеблется с частотой Ω в плоскости zx так, что ось колебаний составляет с осью z угол χ. Считая движение нерелятивистским, исходим из уравнения Пуассона для потенциала электрического поля:

$$\Delta_\perp\varphi+\varepsilon\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=4\pi\rho, \tag{3}$$

где $\rho=e\delta(y)\delta(x-b\sin\Omega t)\delta(z-a\sin\Omega t)$ — сторонняя плотность заряда; a и b — амплитуды колебаний осциллятора в проекции на соответствующие оси. Для величины электрического поля имеем: $E=-\nabla\varphi$. Используя фурье-преобразование по переменным r и t, получим выражение для электрического поля, создаваемого осциллятором:

$$E(r,t)=-\frac{ie}{2\pi^2}\int k\sum_s\frac{J_s(k_xb+k_za)}{k_\perp^2+\varepsilon k_\parallel^2}\,\delta(\omega-s\Omega)\exp(-i\omega t+ikr)dkd\omega. \tag{4}$$

Для нахождения величины силы, действующей на осциллирующий заряд, в (4) нужно положить $x=b\sin\Omega t$, $z=a\sin\Omega t$ и умножить полученное выражение на величину заряда e:

$$F(r,\,t)=-\frac{ie^2}{2\pi^2}\int k\sum_{s}\sum_{s'}\frac{J_s(k_xb+k_za)}{k_\perp^2+\varepsilon(s\Omega)k_\parallel^2}\,J_{s'}\,(k_xb+k_za)\exp\{-i\Omega t(s'-s)\}\,dk\,. \tag{5}$$

В дальнейшем нас будет интересовать усредненный по периоду колебаний момент сил $\overline{M}=[\overline{rF}]$, действующий на осциллятор Поскольку $r=d\sin\Omega t$, где $d=\sqrt{a^2+b^2}$, становится очевидным, что при усреднении отличный от нуля момент M будет создаваться лишь той частью силы, которая пропорциональна $\sin\Omega t$. Все другие составляющие радиационной силы не дают вклада в усредненное выражение для момента. Для выделения такого рода слагаемых следует положить в (5) $s'=s\pm1$ и воспользоваться рекуррентной формулой для функции Бесселя: $J_{s-1}(z)-J_{s+1}(z)=2(d/dz)J_s(z)$. Момент силы F определяется соотношением $M=(0,M,0)$ и равен

$$M=-\frac{e^2}{4\pi^2}\int(k_xa-k_zb)\,\frac{dI}{d\xi}\,dk\,, \tag{6}$$

$$\text{где}\quad I=\sum_s\frac{J_s^2(\xi)}{k_\perp^2+\varepsilon(s\Omega)k_\parallel^2}\,,\qquad \xi=k_xb+k_za.$$

В дальнейшем используем выражение (2) для диэлектрической проницаемости. Вводя обозначение $\omega_L^2=(\omega_p^2+k^2v_T^2)\cos^2\vartheta$, мы получим

$$I=\frac{1}{k^2}\sum_{s=-\infty}^{\infty}\left\{J_s^2(\xi)+\frac{\omega_p^2\cos^2\vartheta}{2\omega_L}\left[\frac{J_s^2(\xi)}{s\Omega+i\nu/2-\omega}-\frac{J_s^2(\xi)}{s\Omega+i\nu/2-\omega}\right]\right\}.$$

Пользуясь формулой $\int\limits_0^\infty\exp\{i(s\Omega+i(\nu/2)-\omega_L)\}\,dt=i(s\Omega+i(\nu/2)-\omega_L)^{-1}$, приходим к следующему выражению:

$$I=\frac{1}{k^2}\sum_{s=-\infty}^{\infty}\left[J_s^2(\xi)-\frac{\omega_p^2\cos^2\vartheta}{\omega_L}\int\limits_0^\infty J_s^2(\xi)\exp(is\Omega t-(\nu/2)t)\sin\omega t\,dt\right].$$

Воспользовавшись табличными значениями сумм $\sum\limits_{s=-\infty}^{\infty}J_s^2(\xi)=1$, $\sum\limits_{s=-\infty}^{\infty}J_s^2(\xi)\exp(is\Omega t)=J_0\left(2\xi\sin\frac{\Omega t}{2}\right)$, получаем

$$\frac{dI}{d\xi}=\frac{2\omega_p^2\cos^2\vartheta}{k^2\omega_L}\int\limits_0^\infty\exp\left(-\frac{\nu}{2}t\right)J_1\left(2\xi\sin\frac{\Omega t}{2}\right)\sin\omega_Lt\sin\frac{\Omega t}{2}\,dt. \tag{7}$$

В условиях применимости дипольного приближения $(\Omega d/v_T\ll1)$, когда мы имеем $2\xi\sin(\Omega t/2)\ll1$, этот интеграл достаточно вычислить приближенно, ограничиваясь первым членом разложения функции Бесселя в ряд. Тогда при $\nu\to0$ мы получим

$$\frac{dI}{d\xi}=-\frac{\omega_p^2\,\Omega^2\,\xi\cos^2\vartheta}{\omega_L^2\,k^2}\,\frac{P}{\omega_L^2-\Omega^2}\,, \tag{8}$$

где P — символ главного значения интеграла.

Интегрирование по k будем производить в сферической системе координат:

$$M=-\frac{e^2\,\omega_p^2\,\Omega^2\,ab}{4\pi}\int\frac{k^2(\sin^2\vartheta-2\cos^2\vartheta)}{\omega_L^2\,(\omega_L^2-\Omega^2)}\sin\vartheta\cos^2\vartheta\,d\vartheta\,dk. \tag{9}$$

Интегрирование по k требует вычисления главного значения интеграла, интегрирование по ϑ проводится элементарно. Опуская простые, но достаточно громоздкие вычисления, мы приведем здесь конечный результат:

$$M=\begin{cases}0\,, & \Omega>\omega_p\\[4pt] \dfrac{e^2\,\omega_p^3\,ab}{4v_T^3}\,[-2\beta(1-\beta^2)+\beta\arccos\beta-\beta^2\sqrt{1-\beta^2}], & \Omega<\omega_p\end{cases}\,, \tag{10}$$

где $\beta=\Omega/\omega_p$. Из выражения (10) видно, что при $a=0$, либо $b=0$, т. е. когда осциллятор колеблется либо вдоль выделенного направления, либо ортогонально ему, мы имеем значение $M=0$, что определяет равновесные состояния осциллятора.

Исследование на устойчивость показывает, что состояние с $\chi=\pi/2$ неустойчиво, а состояние с $\chi=0$ — устойчиво, т. е. первоначально хаотически ориентированные осцилляторы выстраиваются вдоль выделенного в среде направления, совершая колебания вблизи состояния равновесия. Частоту такого колебательного движения легко оценить, исходя из уравнения моментов $Jd^2\chi/dt^2=M$. Используя полученное значение M, находим

$$\omega_N^2=\frac{e^2\omega_p^3}{4mv_T^3}[2\beta(1-\beta^2)-\beta\arccos\beta+\beta^2\sqrt{1-\beta^2}]. \tag{11}$$

При $\Omega\ll\omega_p$ имеем для нутационной частоты

$$\omega_N^2=\frac{e^2\omega_p^2\Omega}{4mv_T^3}\left(2-\frac{\pi}{2}\right). \tag{12}$$

В заключение отметим, что рассмотренный эффект может быть обнаружен по повороту оси антенны, помещенной в замагниченную плазму, вдоль магнитного поля. Для характерных значений параметров $\omega_p\simeq10^8\,с^{-1}$, $m\simeq0{,}1$ кг, $\Omega\simeq10^2$ Гц, $v_T\simeq10^6$ м/с, $I\simeq1$ А имеем для времени поворота антенны $t\simeq10$ с.

ЛИТЕРАТУРА

1. Langevin P. // J. Phys. 1905. V. 4. P. 678.
2. Дебай П. Полярные молекулы. — М: ГНТИ, 1931.
3. Николаев Г. Н., Раутин С. Г. Препринт ИАЭ СО АН СССР. № 251. Новосибирск, 1985.
4. Немцов Б. Е. // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. Вып. 1(7). С. 44.
5. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 4 мая 1988 г.

УДК 621.371:621.372

О ФИЛЬТРАЦИИ КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКОГО СИГНАЛА ПРИ РАССЕЯНИИ В ПЛАВНО НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

А. В. Мороз

В задачах диагностики атмосферных неоднородностей широкое применение находят импульсные методы [1], составной частью которых является обработка эхосигналов в устройствах типа согласованного фильтра. Такая обработка предполагает, что эхосигнал мало отличается от зондирующего сигнала значением несущей частоты и формой спектра (в противном случае неизбежны потери в отношении сигнал/шум). Ниже будет показано, что данное предположение может нарушаться при рассеянии узкополосных сигналов на плавных неоднородностях показателя преломления, движущихся или неподвижных.

Рассмотрим для простоты одномерную задачу об обратном рассеянии квазимонохроматического импульса на плавной неоднородности, которая движется «замороженным» образом с нерелятивистской скоростью V вдоль оси z от приемопередатчика, расположенного в точке $z=0$. В приближении однократного рассеяния, основываясь на результатах работы [2], нетрудно показать, что с точностью до несущественной мультипликативной константы принятый сигнал описывается выражением

$$U_+(t)\sim\int_{-\infty}^{+\infty}d\tau\Delta\varepsilon[(c/2)(1-\beta)\tau]\,U_-[t(1-2\beta)-\tau], \tag{1}$$

где $\Delta\varepsilon$ — возмущение диэлектрической проницаемости, обусловленное неоднородностью, c — скорость света, $\beta=V/c$, U_- — зондирующий сигнал. Поскольку (1) представляет собой свертку, неоднородность в данных условиях играет роль фильтра с переходной характеристикой, определяемой ее профилем. Это означает, что форма спектра эхосигнала и значение его несущей частоты (отвечающей максимуму спектра U_+) могут существенно отличаться от соответствующих характеристик зон-