

УДК 621.396.677.494

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА МОМЕНТОВ ДЛЯ ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ФТД ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ В КЛИНОВИДНЫХ УГЛУБЛЕНИЯХ

O. M. Тарасенко, D. D. Габриэльян

На примере определения поля, рассеянного углковым отражателем, рассмотрен метод моментов для численной реализации физической теории дифракции. Проведено обоснование формы представления плотности поверхностного тока в лучевой области и дано обобщение для случая падения цилиндрических волн. Приведены результаты численного расчета конкретных примеров.

Метод интегральных уравнений широко используется для решения задач дифракции электромагнитных волн на идеально проводящих телах сложной конфигурации [1]. Однако его практическое использование в классической форме — метод моментов (ММ) — для тел с размерами несколько десятков длин волн вызывает значительные вычислительные трудности. Эффективным асимптотическим методом решения таких задач для идеально проводящих тел с ребрами является метод краевых волн (МКВ) [2, 3]. В то же время определение в аналитическом виде поля, созданного неравномерной частью тока, в случае тел произвольной конфигурации является сложной задачей. В [4] предложен метод определения поля дифракции *H*-поляризованной волны на выпуклых телах с ребрами, являющийся по своей сути численной реализацией МКВ.

В настоящей работе на примере углкового отражателя рассматривается использование данного метода для случая *E*-поляризованной волны и тел, имеющих клиновидные углубления.

Задача ставится следующим образом. Углковый отражатель с произвольным углом α при вершине и произвольными размерами $|OA|=L$, $|OB|=L$ возбуждается нитью электрического тока единичной амплитуды и постоянной фазы. Требуется определить полное поле такой системы.

Геометрия задачи приведена на рис. 1. Положение источника в цилиндрической системе координат с центром в точке 0 определяется величинами r_0 , ϕ_0 .

Будем считать, что зависимость всех величин от времени определяется множителем $e^{-i\omega t}$, который в дальнейшем будет опущен. Напряженность электрического поля в точке с координатами r , ϕ при $r_0 \rightarrow \infty$, $L \rightarrow \infty$ определяется интегралом Зоммерфельда

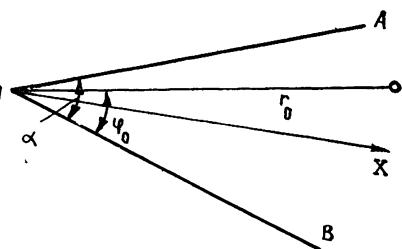


Рис. 1.

$$E(r, \phi) = \frac{1}{2\alpha} \int_{C_1 + C_2} \frac{\exp(-ikr \cos \omega)}{1 - \exp[i\pi/\alpha(\omega + \psi)]} d\omega, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; λ — длина волны; $\psi = \phi \pm \phi_0$; контуры интегрирования C_1 , C_2 приведены на рис. 2. Рассмотрим асимптотику

(1) при $kr \gg 1$, $\phi = \pm\alpha/2$, т. е. на поверхности тела в области, удаленной от особых точек последнего (лучевой области). Особыми точками являются ребра тела O , A и B . Проводя, как это предложено в [5], преобразования контуров C_1 , C_2 в перевальные пути интегрирования W_1 , W_2 с седловыми точками $(\pm\pi, 0)$, можно представить (1) в виде

$$E(r, \psi) = E_{\text{диф}} + \sum_n \exp(-ikr \cos \psi_n) = E_{\text{диф}} + E^{\text{го}}, \quad (2)$$

где $E_{\text{диф}}$, $E^{\text{го}}$ — соответственно дифракционная и геометрическая составляющая полного поля,

$$E_{\text{диф}} = \frac{1}{2\alpha} \int_{W_1 + W_2} \frac{\exp(-ikr \cos \omega)}{1 - \exp[i\pi/\alpha(\omega + \psi)]} d\omega, \quad (3)$$

значения ψ_n соответствуют полюсам подынтегральной функции

$$\psi_n = \pm\alpha/2 - \varphi_0 + 2\alpha n \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (4)$$

суммирование ведется по индексам n , удовлетворяющим условию

$\Im \omega$

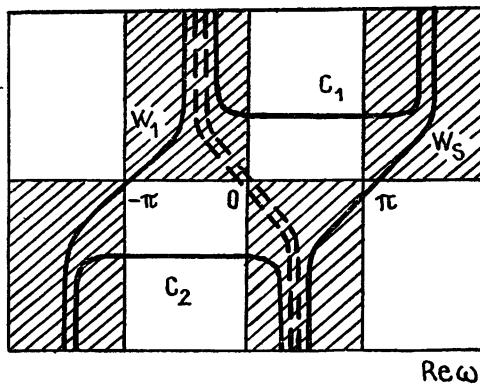


Рис. 2.

$$-\pi \leq \psi_n \leq \pi. \quad (5)$$

При $\alpha < \pi$ полюсы подынтегрального выражения могут находиться вблизи седловых точек и функция

$$G(\omega) = \frac{1}{(1 - \exp[i\pi/\alpha(\omega + \psi)])}$$

становится быстропеременной в окрестности последних. В этом случае для вычисления (3) нельзя непосредственно воспользоваться обычным методом перевала. Указанные затруднения можно обойти, если аналогично [6] выделить быстроменяющуюся вблизи полюсов часть функции:

$$G(\omega) = \sum_m \frac{a_m}{\omega + \psi_m} + T(\omega), \quad (6)$$

где $T(\omega)$ — функция, регулярная при $\omega = \pm\pi$ и $\omega = -\psi_m$ и медленно меняющаяся в окрестности этих точек, a_m — комплексные коэффициенты разложения. В (6) под знаком суммы учитываются только те члены, для которых $|\psi_m \pm \pi| < 6/\sqrt{kr}$ [6], $kr > \pi$ [4]. Таким образом, с учетом (6) $E_{\text{диф}}$ определяется интегралами вида [6]

$$\int_{W_1 + W_2} \frac{\exp(-ikr \cos \omega)}{\omega + \psi_m} d\omega = F\left(\sqrt{2kr} \cos \frac{\psi_m}{2}\right); \quad (7)$$

$$\int_{W_1 + W_2} T(\omega) \exp(-ik \cos \omega) d\omega = T(0) \sqrt{\frac{2\pi}{kr}}, \quad (8)$$

$F(v)$ — интеграл Френеля.

Выражение (2), (7), (8) и известные соотношения между напряженностью электрического и магнитного полей позволяют представить плотность поверхностного электрического тока в лучевой области соотношением, аналогичным [2]:

$$J = J^0 + D \frac{e^{-ikr}}{r^{3/2}}, \quad (9)$$

где J^0 — равномерная часть плотности поверхностного тока, D — неизвестный комплексный коэффициент. Определение D будет проведено ниже. Отметим, что вид представления J в (9) не зависит от a_m и $T(0)$, поэтому значения этих коэффициентов не конкретизируются.

Вблизи ребер тела, где влияние конфигурации наиболее велико, для аппроксимации плотности поверхностного тока используется кусочно-постоянная с шагом Δ функция $P(r - r_m)$, а вдали от них — представление (9). Так, для грани OA уголкового отражателя плотность поверхностного тока определяется соотношением

$$J(r) = \begin{cases} \sum_{m=1}^N A_m P(r - r_m), & 0 < r < r_1 \\ J^0 + D \frac{e^{-ikr}}{r^{3/2}} + D' \frac{e^{-ik\rho}}{\rho^{3/2}}, & r_1 < r < r_2 \\ \sum_{m=1}^N A'_m P(r - r_m), & r_2 < r < L \end{cases} \quad (10)$$

Здесь A_m, A'_m — неизвестные коэффициенты; $\rho = L - r$; N — число точек аппроксимации кусочно-постоянной функцией; r_1, r_2 — границы лучевой области.

После того как получено выражение (10) и аналогичное ему для грани OB , решение задачи дифракции сводится к нахождению неизвестных коэффициентов из соответствующих граничных условий [4].

Использование представления (10) в интегральном уравнении Фредгольма 2-го рода, к которому может быть сведено решение задачи дифракции [1] и решение последнего методом коллокаций, позволяет определить неизвестные коэффициенты разложения из (10).

Рассмотрим более общий случай, когда источник расположен на конечном расстоянии от вершины уголкового отражателя. В этом случае E^r определяется соотношением

$$E^r = \sum_n [H_0^{(2)}(k\rho_n^{(1)}) - H_0^{(2)}(k\rho_n^{(2)})], \quad (11)$$

где $H_0^{(2)}(\cdot)$ — функция Ганкеля нулевого порядка второго рода:

$$\rho_n^{(1)} = \{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos[\varphi_0 + \alpha/2 + 2\alpha_n]\}^{1/2},$$

$$\rho_n^{(2)} = \{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos[-\varphi_0 + \alpha/2 + 2\alpha_n]\}^{1/2},$$

индексы суммирования n удовлетворяют условию (5). Для аппроксимации плотности поверхностного тока используем, как и выше, соотношения (10), при этом выражения (2), (10), (11) позволяют определить неизвестные коэффициенты из (10).

С целью проверки возможностей метода было проведено сравнение вычисленных коэффициентов D при возбуждении отражателя плоской волной с амплитудой краевых волн D_0 , определяемых из выражений (3.1.27) из [2]. В рассматриваемой задаче уголковый отражатель

имеет конечные размеры, поэтому \hat{D} отличны от \hat{D}_0 . Однако по мере увеличения L происходит быстрое уменьшение модуля $|D - D_0|$, что иллюстрируется рис. 3, где приведены нормированные значения D_L . Для нормировки использованы значения $|D - D_0|$ при $L = 10\lambda$, при этом кривая 1 соответствует $\alpha = 90^\circ$, 2 — $\alpha = 60^\circ$; 3 — $\alpha = 40^\circ$. Заметим, что в соответствии с [2] при $\alpha = 90^\circ$ $D_0 = 0$, а максимальное отличие D от D_0 не превосходит 10% по амплитуде.

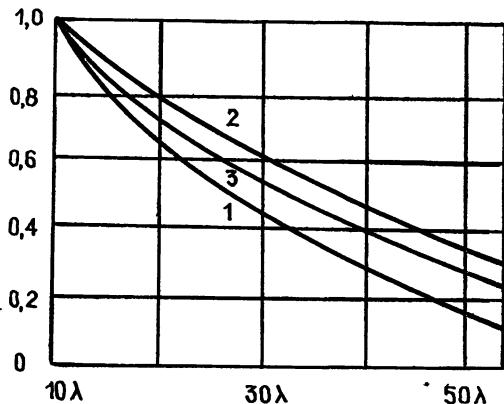


Рис. 3.

На рис. 4 дается сравнение диаграмм направленности, рассчитанных рассматриваемым методом (пунктирная кривая) и методом зеркальных изображений (сплошная кривая) [7], $L \rightarrow \infty$ при $r_0 = \lambda$, $\alpha = 90^\circ$. Аналогичное сравнение с экспериментальными результатами (сплошная кривая), приведенными там же, дано на рис. 5 для случая $L = 6\lambda$, $r_0 = 2,6\lambda$, $\alpha = 40^\circ$.

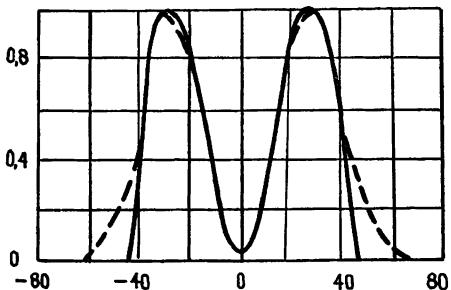


Рис. 4.

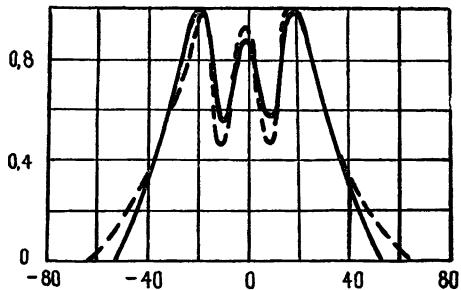


Рис. 5.

Приведенные результаты показывают, что данный метод позволяет получить решение задачи дифракции плоских и цилиндрических волн на углковом отражателе с хорошей точностью. В то же время его использование позволяет сократить объем вычислений по сравнению с методом моментов в 4—5 раз для углкового отражателя с $L = 10\lambda$.

В заключение необходимо отметить, что данный метод несложно обобщить для решения задачи дифракции плоских и цилиндрических электромагнитных волн на телах, имеющих форму замкнутого многоугольника с клиновидными углублениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев Е. Н. // Об. научно-методических статей по прикладной электродинамике. 1977. Вып. 1. С. 94.
2. Уфимцев П. Я. Диссертация. М., 1969.
3. Уфимцев П. Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. — М.: Сов. радио, 1962.

4. Burnside W. D., Yu C. L., Maretka R. I. // IEEE Trans. 1975. V. AP-23. № 3. P. 551.
5. Захарьев Л. Н., Леманский А. А., Щеглов К. С. Теория излучения поверхностных антенн. — М.: Сов. радио, 1969. С. 211.
6. Pauli W. // Phys. Rev. 1938. V. 54. № 11.
7. Айзенберг Г. З. Антенны ультракоротких волн. — М.: Связьиздат, 1957. С. 527..

Поступила в редакцию
14 октября 1987 г.,
в окончательном
варианте
11 июля 1988 г.

APPLICATION OF THE MOMENT METHOD FOR NUMERICAL REALIZATION OF PTD TO SOLVE DIFFRACT ION IN WEDGE VOLUMES

O. M. Tarasenko, D. D. Gabriel'yan

Application of the moment method for numerical realization of the physical theory of diffraction (PTD) is considered in the article using the example of the field scattered by the angle reflector. The representation of the current density in a ray region is grounded and generalized for the case of incident cylindrical waves. The results of numerical calculations of the concrete examples are presented.
