

УДК 621.372.831

МЕЖДУТИПОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОТКРЫТЫХ ВОЛНОВОДНЫХ РЕЗОНАТОРОВ (ЧИСЛЕННОЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ)

И. Е. Почанина, В. П. Шестопапов, Н. П. Яшина

Для проходного резонатора, ограниченного различными соосными скачками поперечного сечения круглого волновода, изучена аналитическая и физическая природа явления междутипového взаимодействия. Установлено, что возникновение междутипových колебаний резонатора соответствует наличию у оператор-функции задачи изолированной морсовской критической точки. Построена аппроксимация спектральных зависимостей в окрестности морсовской критической точки. Проведено сравнение полученных данных с результатами строгого решения спектральной задачи.

Междутиповые колебания (МТК) закрытых и открытых электродинамических структур изучались в работах [1-6]. Анализ этого интересного физического явления, однако, сводился в основном к фиксации его существования, а попытки объяснить происхождение междутипového взаимодействия колебаний носили частный характер и не имели строгого математического обоснования. Исследовать аналитическую природу МТК удалось в [7], объединив для этой цели аппарат теории функций многих комплексных переменных и теорию катастроф. Такой подход позволяет, не находя полного набора значений спектрального параметра задачи, определить размеры электродинамической системы и значения частот, вблизи которых может наблюдаться междутиповое взаимодействие, описать его канонические формы, построить соответствующие им диаграммы связи [7].

Исследуемое явление состоит в том, что существует совокупность значений неспектральных геометрических параметров структуры, малая вариация которых приводит к резкому изменению величин собственных частот, существенному росту или уменьшению дифракционных потерь, изменению конфигурации полей и т. д. Аналогом такого состояния системы может служить неустойчивое равновесие. Изучением изменения состояния равновесия в зависимости от значений управляющих (неспектральных) параметров структуры занимается теория катастроф [8]. Согласно этой теории состояние неустойчивого равновесия системы математически описывается наличием изолированной морсовской критической точки функции, описывающей состояние системы. В окрестности морсовской точки эта функция локально может быть представлена квадратичной формой [8]. Такое представление хорошо аппроксимирует поведение спектральных зависимостей, характерное для колебаний, вступающих во взаимодействие. Результаты, полученные в работе [7], открывают новые возможности исследования спектральных свойств различных электродинамических объектов, позволяют прогнозировать появление междутипového взаимодействия, аппроксимировать ход спектральных зависимостей. Несомненный интерес представляет применение описанного в [7] подхода к решению конкретных физических задач, дальнейшее исследование аналитической природы явления взаимодействия колебаний в различных открытых структурах, а также сопоставление полученных результатов с данными численных экспериментов, проведенных традиционными [7, 9-12] методами решения спектральных задач.

Достаточно простой моделью, позволяющей детально изучить явление взаимодействия собственных колебаний, является открытый волноводный резонатор (ОВР), представляющий собой отрезок круглого волновода длиной l , ограниченный различными по величине скачками поперечного сечения (рис. 1). При исследовании спектральных характеристик ОВР с подводящими волноводами равных диаметров $\theta_1 = \theta_2$ было обнаружено и описано явление междутипового взаимодействия [6]. Однако симметрия структуры накладывала ограничения

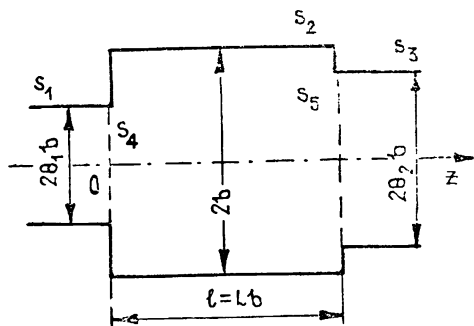


Рис. 1.

на тип собственных колебаний, способных вступать во взаимодействие. Возможность управления размерами каналов излучения θ_1 и θ_2 позволяет исследовать взаимодействие колебаний при различных режимах возбуждения системы, проследить эволюцию этого явления при нарушении симметрии ОВР, определить границы области существования взаимодействия собственных колебаний.

1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ ОВР

В ОВР анализ спектральных характеристик может быть проведен с помощью решения несамосопряженной задачи, в которой собственные частоты комплексны, а собственные функции в общем случае не обладают свойством базисности.

Постановка и решение спектральной задачи производится по схеме [9]. Рассматриваемый ОВР обладает осевой симметрией, его геометрия описывается следующими параметрами: b , $\theta_1 b$, $\theta_2 b$ — радиусы волноводов, l — длина ОВР — расстояние между скачками поперечного сечения, s_i — поверхности плоскостей раздела регулярных областей. Задача отыскания спектра собственных симметричных колебаний типа E_{0nm} состоит в определении значений спектрального параметра k , для которых уравнение Гельмгольца $\Delta U(r, z) + k^2 U(r, z) = 0$ имеет нетривиальные решения, удовлетворяющие краевым условиям на металле: $\partial U / \partial n|_{s_i} = 0$ ($i=1, 2, 3$); условию типа Мейкснера: $\int_v (|U|^2 + |\text{grad } U|^2) dv < \infty$, где v — ограниченная область; условию излучения (зависимость от времени выбрана $e^{-i\omega t}$):

$$U(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n J_1 \left(\nu_n \frac{r}{\theta_1 b} \right) \exp \left(-i \frac{2\pi}{b} \omega_{n1} z \right), \quad z \leq 0, \quad 0 \leq r \leq \theta_1 b,$$

$$U(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n J_1 \left(\nu_n \frac{r}{\theta_2 b} \right) \exp \left[i \frac{2\pi}{b} \omega_{n2} (z - l) \right], \quad z \geq l, \quad 0 \leq r \leq \theta_2 b,$$

где

$$\omega_{n1} = \sqrt{k^2 - (\nu_n / 2\pi\theta_1)^2}, \quad \omega_{n2} = \sqrt{k^2 - (\nu_n / 2\pi\theta_2)^2},$$

ν_n — n -й корень уравнения $J_0(\nu_n) = 0$, $n=1, 2, \dots$. Во внутренней области ($0 \leq r < b$, $0 \leq z < l$) поле представим в виде

$$U(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n^+ \exp \left(i \frac{2\pi}{b} \omega_{n3} z \right) + A_n^- \exp \left[-i \frac{2\pi}{b} \omega_{n3} (z - l) \right] \right) J_1 \left(\nu_n \frac{r}{b} \right),$$

где

$$\omega_n = \sqrt{\kappa^2 - (v_n/2\pi)^2}, \quad \kappa = kb/2\pi, \quad \kappa = \kappa' + i\kappa''.$$

Зависимость от комплексного спектрального параметра κ функций $U(r, z)$ следует рассматривать на бесконечнолистной поверхности Римана C_κ аналитического продолжения $U(r, z)$ с интервала $-\alpha_0 < \kappa < \alpha_0$, на котором $i\sqrt{\kappa^2 - \alpha_{ni}^2} < 0$ для всех $\pm\alpha_{ni} = \pm v_n/2\pi\theta_i$, $n = 1, 2, \dots$, $i = 1, 2, \dots$. Точки $\pm\alpha_n$, $n = 1, 2, \dots$ соответствуют двум наборам значений критических частот подводящих волноводов и являются точками ветвления второго порядка. Для каждой фиксированной точки κ неравенство $\text{Im}(\sqrt{\kappa^2 - \alpha_{ni}^2}) < 0$ имеет место для конечного множества значений α_{ni} .

Результаты работ [6, 9] позволяют установить области существования собственных частот, которые на первом (физическом) листе поверхности C_κ определяются неравенством $7\pi/4 \leq \arg \kappa \leq 2\pi$, $\kappa'' < 0$. Используя вариант метода полуобращения, разработанный в [11, 12], сводим задачу к операторному уравнению вида $[I - A(\kappa)]x = 0$, где I — единичный оператор, $A(\kappa) = R_1 E R_2 E$, $E = \exp\{2\pi i \omega_{n3} L\}$, $L = l/b$. Элементы матриц R_1 и R_2 определяются с помощью решения систем линейных алгебраических уравнений второго рода, подробно исследованных в [10]. В [11] доказано, что в силу свойств $A(\kappa)$ спектр собственных частот ОВР дискретен и конечнократен, а множество характеристических чисел оператор-функции $I - A(\kappa)$ можно аппроксимировать корнями уравнения

$$\det(P_N - A_N(\kappa)) = 0, \quad (1)$$

где $A_N = P_N A(\kappa) P_N$; P_N — последовательность ортопроекторов: $P_N: l_2 \rightarrow l_2$; $P_N x = \{x = \{\hat{x}_n\} : \hat{x}_n = x_n, n \leq N; \hat{x}_n = 0, n > N\}$; $x = \{x_n\}_{n=1}^\infty$. При этом справедлива оценка [12]

$$|\kappa_\infty - \kappa_N| \leq \text{const } N^{-1+\alpha}, \quad N \rightarrow \infty, \quad 0 \leq \alpha \leq 1. \quad (2)$$

Для решения уравнения (1) составлен вычислительный алгоритм на языке «Фортран» (ЭВМ БЭСМ-6). Поиск корней уравнения может быть проведен с помощью комбинированного подхода, включающего методы секущих, парабол и обратной квадратичной интерполяции, что позволяет значительно ускорить сходимость итерационного процесса: для поиска корня с точностью 10^{-5} требовалось 2—3 итерации и $\sim 45''$, в то время как метод Ньютона для той же точности требует 4—5 итераций. В качестве начальных приближений при поиске корней уравнения (1) используются результаты работы [6], где исследован симметричный ОВР.

Таблица 1

| N | $\text{Re } \kappa$ | $\text{Im } \kappa$ |
|-----|---------------------|---------------------|
| 5 | 1,4293725 | -0,0803868 |
| 7 | 1,4293725 | -0,0803867 |
| 10 | 1,4293725 | -0,0803867 |
| 15 | 1,4293725 | -0,0803867 |

Изучение сходимости численных результатов решения (1) показывает, что оценка (2) является довольно грубой, а реально значение κ_N стремится к κ_∞ гораздо быстрее. Поэтому для определения $|\kappa|$ с точностью не хуже 1% достаточно выбрать $N = \text{entier}[2|\kappa|] + 5$. Результаты, позволяющие оценить сходимость последовательности κ_N , представлены в табл. 1.

2. СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОВР

С помощью построенного численного алгоритма подробно изучены характер и динамика изменения собственных частот ОВР $\kappa_{0mn} = \kappa'_{0mn} + i\kappa''_{0mn}$ в зависимости от различных геометрических параметров резонатора θ_i и L . Для идентификации типа колебаний с помощью известной процедуры по найденным собственным значениям восстанавливаются собственные векторы, определяющие H_φ - (или E_φ)-компоненту поля свободного колебания ОВР, и рассматриваются линии равного уровня $|U_\varphi(r, z)| = \text{const}$.

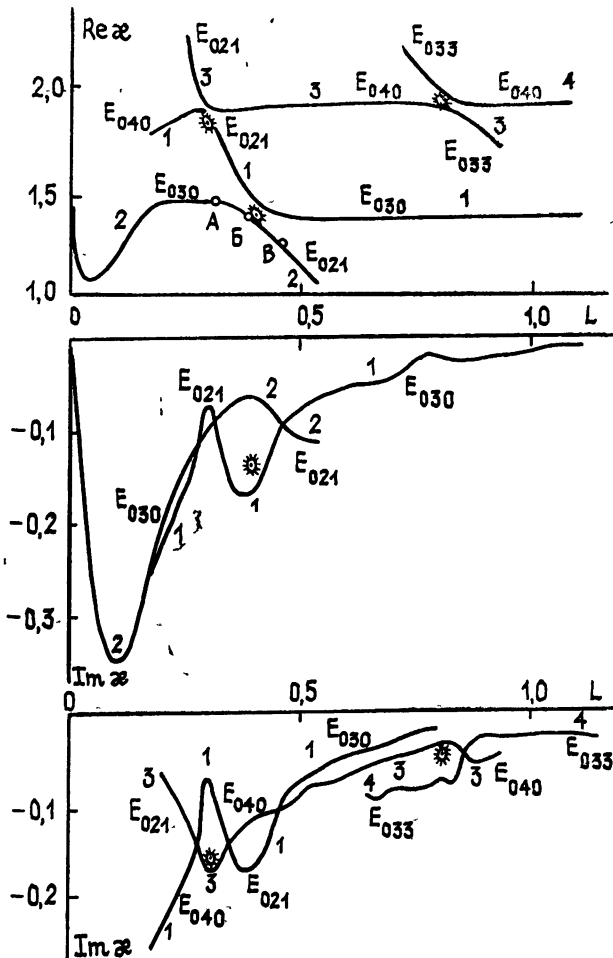


Рис. 2.

Наиболее интересные результаты получены для E_{0mn} -колебаний. При этой поляризации в аксиально-симметричных ОВР существуют так называемые «конденсаторные» типы колебаний E_{010} , E_{020} , E_{030} и т. д., близкие по структуре поля к колебаниям закрытого цилиндрического резонатора. Собственные частоты этих колебаний практически не зависят от геометрических размеров ОВР, поэтому E_{0mn} -колебания существуют в большом интервале изменения несpectральных параметров, их спектральные кривые асимптотически стремятся к значениям соответствующих критических частот широкого волновода $\nu_n/2\pi$. Варьируя θ_i ($i = 1, 2$), можно выбрать размеры резонатора такими, при которых последовательность возбуждения режимов (n_1, n_2, n_3) (n_1, n_3 — число волн, уносящих энергию из резонатора, n_2 — число волн, возбуждающихся внутри ОВР) такова, что существует область изменений параметра L , в которой могут возбуждаться колебания различных се-

мейств, например \dot{E}_{0m1} и E_{0m+1n} , что реализуется при θ_i , таких, что $v_n/\theta_1 > v_{n+1}$, $i = 1, 2$. В некоторых случаях в ОВР возникают такие условия, что добротности колебаний E_{0m0} и E_{0mn} ($n \neq 0$) становятся сравнимыми по величине и происходит взаимодействие собственных колебаний. Графически это проявляется в том, что кривые $\text{Re } \kappa(L)$, соответствующие взаимодействующим колебаниям, сближаются подобно известным графикам Вина. При этом в области максимального сближения спектральных кривых происходит непрерывный обмен типами между колебаниями, принадлежащими различным семействам (например, колебание E_{021} при $L=0,3$ и $L=0,4$ обменивается типом с E_{040} и E_{030} соответственно, E_{030} при $L=0,4$ — с E_{021} , E_{040} при $L=0,8$ — с E_{033} -колебанием, см. рис. 2).

Одной из причин, вызывающих междутиповое взаимодействие, является дифракционная связь между парциальными колебаниями, величина которой определяется геометрическими размерами торцевых границ ОВР. Это подтверждают результаты численного анализа энергетических коэффициентов взаимного преобразования парциальных колебаний по прохождению W_{lk}^T и отражению W_{lk}^R на границах ОВР. Оказывается, что существует κ' , лежащая в области взаимодействия свободных колебаний резонатора, при которой парциальные колебания L_{02k} и E_{03m} имеют равные энергетические коэффициенты связи собственные $W_{nn}^{R(T)}$ и взаимные $W_{nm}^{R(T)}$. Так, например, на границе $\theta = -0,5$ при $\kappa = 1,41$ $W_{22}^T = 0,267$, $W_{23}^R = 0,266$, $W_{33}^R = 0,246$. Кроме того, при этом значении θ энергетические коэффициенты дифракционной связи парциальных колебаний E_{02} и E_{03} с подводящим волноводом также выравниваются: $W_{12}^T = 0,417$, $W_{13}^T = 0,437$. Таким образом, преобразующие свойства одной из границ резонатора создают на определенной частоте возможность для выравнивания добротностей парциальных колебаний E_{02k} и E_{03m} .

Следствием междутипового взаимодействия является образование на спектральных кривых, соответствующих взаимодействующим колебаниям, зоны существования МТК, т. е. такой области значений параметров L и κ , в которой вдоль каждой спектральной кривой происходит непрерывное изменение конфигурации поля: от исходного типа распределения — к типу, соответствующему второму взаимодействующему колебанию. Внутри зоны МТК конфигурация поля обладает чертами, присущими обоим взаимодействующим колебаниям. Плавное изменение типа колебания от E_{030} и E_{021} внутри этой области иллюстрирует рис. 3, гибридная конфигурация поля (рис. 3б) соответствует междутиповому колебанию.

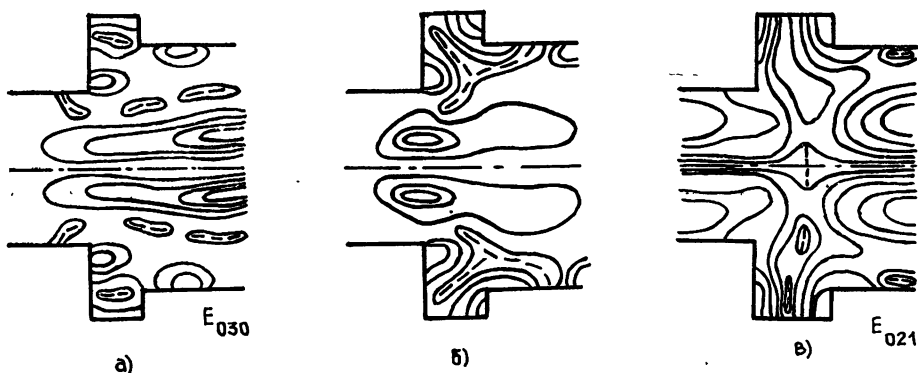


Рис. 3.

Для более подробного исследования междутипового взаимодействия выберем такую конфигурацию ОВР, при которой зоны существования МТК достаточно удалены друг от друга. Этому требованию отвечает ОВР с $\theta_1 = 0,5$, $\theta_2 = 0,6$. Его спектральные характеристики представлены на рис. 4.

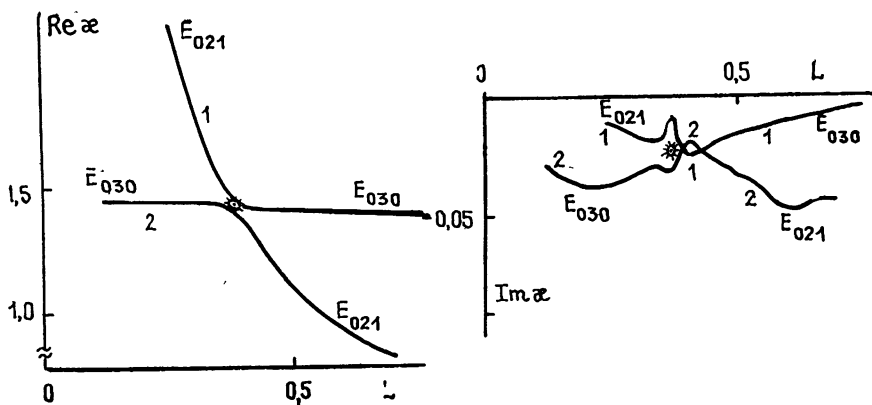


Рис. 4.

Проследим за тем, какой вклад вносит каждое из взаимодействующих колебаний в формирование гибридной конфигурации поля, как изменяется этот вклад вдоль спектральной кривой внутри зоны МТК. Воспользовавшись ортогональностью и нормированностью собственных векторов колебаний E_{030} и E_{021} вдали от района взаимодействия, где конфигурация полей классифицируется однозначно, представим собственный вектор $U(x, L)$ МТК (рис. 3) в виде линейной комбинации

$$U(x, L) = \alpha_1(L)U_1(x, L) + \alpha_2(L)U_2(x, L),$$

где U_1, U_2 — собственные векторы, соответствующие опорным E_{030} - и E_{021} -колебаниям, определенные по собственным значениям в точках $(x_i; L_i)$, $i = 1, 2$, на спектральных кривых вдали от области существования МТК. Формируя скалярные произведения опорных ортогональных и гибридного колебаний, получим численные характеристики α_1, α_2 вклада, вносимого каждым опорным колебанием в формирование МТК:

$$\alpha_1(L) = (U(x, L)U_1(x, L)), \quad \alpha_2(L) = (U(x, L)U_2(x, L)).$$

Зависимости $\alpha_i(L)$, $i=1, 2$, вдоль одной спектральной кривой представлены на рис. 5. Видно, что внутри зоны существования МТК вклад одного опорного колебания изменяется от единицы практически до нуля, с точностью до вклада колебаний других типов, вклад другого опорного колебания — от нуля до единицы. Выравниваются значения $\alpha_1(L)$ и $\alpha_2(L)$ в точке максимального сближения кривых $\text{Re } x_i(L)$, $i=1, 2$, взаимодействующих колебаний. Чем сильнее приближаются друг к другу эти зависимости, тем круче становится график $\alpha_i(L)$, $i=1, 2$, сближаются границы области существования МТК.

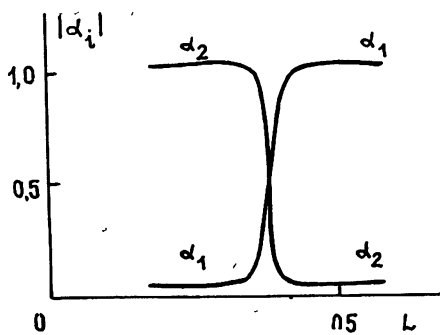


Рис. 5.

Анализ зависимостей $x(L)$ (рис. 2) показал, что одно колебание, например E_{021} , может последовательно взаимодействовать с несколькими колебаниями в процессе увеличения длины резонатора.

3. ИЗУЧЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ПРИРОДЫ МТК

Результаты [7] позволяют прогнозировать появление междутипового взаимодействия без непосредственного решения уравнения (1). В

данной работе метод, описанный в [7], впервые применен к исследованию взаимодействия собственных колебаний ОВР, приведено сравнение полученных данных с результатами прямого решения (1).

Для того чтобы применить к исходной спектральной задаче подход, предложенный в [7], необходимо подробно исследовать свойства оператор-функции $F(\kappa) = I - A(\kappa)$; $F(\kappa)$ — аналитическая функция κ при $\kappa \in C_\kappa$, где C_κ — риманова поверхность функций $\omega_{mi} = \sqrt{\kappa^2 - (\nu_m/2\pi\theta_i)^2}$, $i=1, 2$, $m=1, 2, \dots$, $A(\kappa)$ также зависит от неспектральных параметров, определяющих геометрию ОВР — θ_1, θ_2, L . Если аналитически продолжить $F(\kappa, L, \theta_1, \theta_2)$ по одному из неспектральных параметров, например по L , в область комплексных значений L таким образом, чтобы не нарушить физичности решаемой задачи, то к исследованию функции $F(\kappa, L, \theta_1, \theta_2)$, где $\kappa = \kappa' + i\kappa''$, $\kappa'' \leq 0$, $L = L' + iL''$; $L'' < |\omega'_{N1}/\omega'_{N1} L'|$, аналитической в области $D \in C$ по параметру L , можно применить аппарат теории катастроф [8] и теории функции нескольких комплексных переменных [13]. Без потери общности ограничимся рассмотрением спектрального параметра κ на первом «физическом» листе C_{κ_0} поверхности C_κ :

$$C_{\kappa_0} = \{\kappa \in C_\kappa : -\pi/2 < \arg \kappa < 3\pi/2; \kappa \neq 0\}.$$

Через σ_0 обозначим аналитическое множество в D :

$$\sigma_0 = \{(\kappa, L) \in D : F(\kappa, L) = 0\},$$

где

$$F(\kappa, L) \stackrel{\text{DEF}}{=} \det \{I - A(\kappa, L)\}.$$

Рассмотрим $F(\kappa, L)$ как отображение $F: C^2 \rightarrow C$ с областью определения D . Из теории катастроф и теории функций многих комплексных переменных известно, что если вблизи σ_0 существует изолированная особая точка (κ_0, L_0) функции $F(\kappa, L)$, то ее тип и расположение однозначно определяют локальную структуру σ_0 . Вдали от особых точек аналитическое множество σ_0 устроено как гиперплоскость ($\alpha\kappa + \beta L = \gamma$). Линейная связь параметров κ и L не соответствует закону дисперсии, характерному для междутипового взаимодействия, поэтому будем интересоваться множеством критических точек σ_κ функции $F(\kappa, L)$, $\sigma_\kappa = \{(\kappa, L) \in D, \text{grad } F = (\partial F/\partial \kappa; \partial F/\partial L) = 0\}$, и выделим из σ_κ подмножество морсовских критических точек:

$$\sigma_{\text{мк}} = \{(\kappa, L) \in \sigma_\kappa : \{F''_{\kappa\kappa} F''_{LL} - F''_{L\kappa} F''_{\kappa L}\} \neq 0\}.$$

Если (κ_0, L_0) — изолированная морсовская критическая точка, лежащая вблизи аналитического множества σ_0 , но при этом $(\kappa_0, L_0) \notin \sigma_0$, то в локальной ее окрестности функция $F(\kappa, L)$ по лемме Морса [8] может быть представлена в виде квадратичной формы и уравнение $F(\kappa, L) = 0$ примет вид

$$F''_{\kappa\kappa}(\kappa - \kappa_0)^2 + 2F''_{\kappa L}(\kappa - \kappa_0)(L - L_0) + F''_{LL}(L - L_0)^2 + \delta + O_3 = 0, \quad (3)$$

где $\delta = F(\kappa_0, L_0) \neq 0$ — значение функции в морсовской точке, O_3 — кубически малые члены.

Уравнение (3) содержит квадратичную связь параметров κ и L , соответствующую поведению спектральных зависимостей вблизи района междутипового взаимодействия. Таким образом, отыскав набор морсовских критических точек функции $F(\kappa, L)$, можно восстановить в их локальных окрестностях структуру аналитического в области D множества комплексных корней уравнения (1) по формуле (3). Для того чтобы найти морсовские критические точки функции $F(\kappa, L)$, необходимо решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \partial F(\kappa, L)/\partial \kappa &= 0, \\ \partial F(\kappa, L)/\partial L &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

и проверить, выполнение условия, необходимого для применения леммы Морса:

$$\frac{\partial^2 F(\kappa, L)}{\partial \kappa \partial \kappa} \frac{\partial^2 F(\kappa, L)}{\partial L \partial L} - \frac{\partial^2 F(\kappa, L)}{\partial \kappa \partial L} \frac{\partial^2 F(\kappa, L)}{\partial L \partial \kappa} \neq 0. \quad (5)$$

Численный алгоритм решения (4) реализован на языке «Фортран» на ЭВМ БЭСМ-6. В качестве метода решения системы выбран метод Ньютона для системы уравнений, который переносится в область комплексных аргументов без каких-либо изменений [14]. Поиск решения системы ведется до достижения точности 10^{-6} для шага метода Ньютона и 10^{-5} для комплексного модуля решения системы (4).

Таблица 2

| № | θ_1 | θ_2 | Re κ_0 | Im κ_0 | Re L_0 | Im L_0 | Типы взаимодействующих колебаний |
|---|------------|------------|---------------|---------------|----------|----------|----------------------------------|
| 1 | 0,5 | 0,6 | 1,43911 | -0,02848 | 0,37427 | 0,00835 | E_{030}, E_{021} |
| 2 | 0,5 | 0,8 | 1,42013 | -0,11118 | 0,40057 | 0,05071 | E_{030}, E_{021} |
| 3 | 0,5 | 0,8 | 1,82960 | -0,15757 | 0,300420 | 0,01304 | E_{021}, E_{040} |
| 4 | 0,5 | 0,8 | 1,91256 | -0,04510 | 0,80194 | -0,03717 | E_{040}, E_{033} |

| № | Re $F(\kappa_0, L_0)$ | Im $F(\kappa_0, L_0)$ |
|---|-----------------------|-----------------------|
| 1 | -0,024720 | 0,015430 |
| 2 | -0,217654 | 0,020542 |
| 3 | 0,000238 | -0,060761 |
| 4 | 0,005929 | -0,004083 |

Для определения начальных приближений при поиске морсовских критических точек в данном случае можно воспользоваться настроечными кривыми для закрытого цилиндрического резонатора [2], выбирая в качестве начальных значений (κ_0, L_0) координаты точек пересечения спектральных зависимостей, соответствующих колебаниям различных типов, т. е. точек вырождения.

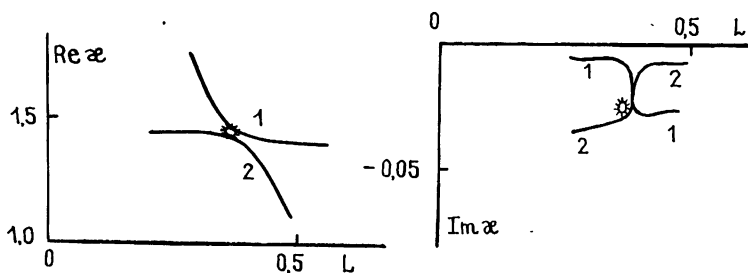


Рис. 6.

Для ряда междутиповых взаимодействий, существующих в рассматриваемом ОВР, с помощью описанного алгоритма определены соответствующие им значения морсовских критических точек (κ_0, L_0) (табл. 2). (На рис. 2, 4 координаты морсовских критических точек отмечены звездочками.) Из сопоставительного анализа динамики спектральных кривых взаимодействующих колебаний и обуславливающих это взаимодействие морсовских точек можно сделать ряд практических интересных выводов: чем меньше $|\text{Im } L_0|$, тем ближе подходят зависимости $\text{Re } \kappa(L)$ взаимодействующих колебаний к точке их возможного пересечения. Чем больше величина δ , характеризующая силу связи колебаний, тем шире становится зона существования МТК.

В окрестности морсовских точек с помощью (3) восстанавливался ход спектральных кривых (рис. 6). Сравнение кривых со спектральными зависимостями, построенными с помощью решения уравнения (1) (рис. 4), показывает хорошее совпадение с точностью $\sim 1\%$ для $\operatorname{Re} \kappa(L)$ в окрестности точки $\operatorname{Re} L_0 \pm 20\%$. Хуже согласуются между собой зависимости $\operatorname{Im} \kappa(L)$, так как значения $\operatorname{Im} \kappa$ на два порядка меньше по величине, чем $\operatorname{Re} \kappa$, и на них сильнее сказывается накопление погрешности при вычислении вторых производных. Отметим также, что с возрастанием $\operatorname{Im} L$ точность аппроксимации снижается.

Как видно, с помощью определения набора морсовских критических точек и разложения (3) удается восстановить ход спектральных зависимостей вблизи районов междутипового взаимодействия. Если дополнить эти зависимости соответствующими асимптотами вида $\operatorname{Re} \kappa(L) \rightarrow \nu_n/2\pi\theta$, $L \gg 1$, $\operatorname{Im} \kappa(L) \rightarrow 0$, можно получить достаточно подробную информацию о поведении собственных частот исследуемой структуры. Такой подход наиболее эффективен в тех случаях, когда, исходя из общих соображений, например, зная последовательность возбуждения режимов ОВР и преобразующие свойства его границ, можно заранее ожидать взаимодействие колебаний. Решив (4), можно получить однозначный прогноз, будет ли такое взаимодействие и если да, то при каких геометрических и частотных параметрах. Зная координаты морсовской точки, можно также эффективно, целенаправленно изменять структуру поля, незначительно изменяя геометрию ОВР.

ЛИТЕРАТУРА

1. Штейншлейгер В. Б. // ДАН СССР. 1949. Т. 65. № 5. С. 669.
2. Штейншлейгер В. Б. Явление взаимодействия волн в электромагнитных резонаторах. — М.: Оборонгиз, 1955.
3. Краснушкин П. Е. // Радиотехника и электроника. 1974. Т. 19. № 7. С. 1345.
4. Кошпаренок В. Н., Мележик П. Н., Поединчук А. Е., Шестопапов В. П. // ДАН СССР. 1984. Т. 279. № 5. С. 1114.
5. Шестопапов В. П., Кириленко А. А., Рудь Л. А. Резонансное рассеяние волн. Т. 2. Волноводные неоднородности. — Киев: Наукова думка, 1986.
6. Рудь Л. А., Сиренко Ю. К., Шестопапов В. П., Яшина Н. П. Препринт. ИРЭ АН УССР. № 327. — Харьков, 1986.
7. Мележик П. Н., Поединчук А. Е., Тучкин Ю. А., Шестопапов В. П. // ДАН УССР. Сер. А. № 8. С. 53.
8. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. — М.: Мир, 1984.
9. Сиренко Ю. К., Шестопапов В. П., Яшина Н. П. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 3. С. 535.
10. Кириленко А. А., Шестопапов В. П., Яшина Н. П. // ЖВММФ. 1977. Т. 17. № 6. С. 1482.
11. Кириленко А. А., Яшина Н. П. // Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27. № 11. С. 2140.
12. Рудь Л. А., Сиренко Ю. К., Шестопапов В. П., Яшина Н. П. Алгоритмы решения спектральных краевых задач, связанных с открытыми волноводными резонаторами. — Харьков: ИРЭ АН УССР, 1986. № 318.
13. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. — М.: Наука, 1969.
14. Данилина Н. И., Дубровская Н. С., Кваша О. П. Численные методы. — М.: Высшая школа, 1976.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
15 декабря 1987 г.

THE HYBRID EIGEN MODES OF THE OPEN WAVEGUIDE RESONATORS (NUMERICAL AND ANALYTICAL INVESTIGATION)

I. E. Pochanina, V. P. Shestopalov, N. P. Yashina

The analytical and physical nature of mode interaction in the reentrant resonator formed by different steps of circular waveguides is investigated. It is determined that the appearance of hybrid eigen modes corresponds to the Morse critical point of the spectral problem operator-function. Approximations of spectral curves near the Morse point are obtained. Approximate dates and spectral problem strong solution results are compared.