УДК 538.56

КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ МОДАМИ В ВОЛНОВОДЕ С КРУПНОМАСШТАБНЫМИ СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

А. Л. Вировлянский

Предложен способ упрощения полученных в марковском приближении уравнений для средних значений и функций взаимной корреляции амплитуд мод в плоскослоистом многомодовом волноводе с крупномасштабными случайными неоднородностями. Показано, что решения упрощенных уравнений являются «модовыми аналогами» соотношений, задающих величины первого и второго моментов поля при лучевом описании.

1. При описании флуктуаций поля в средах с крупномасштабными случайными неоднородностями показателя преломления важную роль играет известная формула, согласно которой влияние неоднородностей учитывается заменой комплексной амплитуды невозмущенного поля Q_0 на

$$Q = Q_0 \exp\left[ik \int \delta n ds\right], \tag{1}$$

где k — волновое число, δn — отклонение величины показателя преломления от его среднего значения [1]. Интегрирование здесь ведется вдоль траектории луча, вычисленной при $\delta n = 0$. Несмотря на то, что соотношение (1) справедливо лишь на достаточно малых удалениях от источника (в области применимости геометрической оптики), найденные на его основе выражения для двух первых моментов комплексной амплитуды поля остаются в силе и на гораздо более протяженных трассах [1–5].

При рассмотрении волноводных задач возможность столь простого описания среднего поля и функции когерентности на лучевом языке наводит на мысль о получении аналогичных выражений в рамках модового представления поля. Такая аналогия действительно существует. Как показано в работе [6], статистические характеристики амплитуд мод могут быть рассчитаны с помощью формулы типа (1) (она приведена ниже). Результаты работы [6] получены с помощью метода плавных возмущений, и область их применимости поэтому ограничена условием малости флуктуаций уровня сигнала, т. е. достаточно короткими трассами. Продолжая аналогию с лучами, можно ожидать, что выражения для средних значений и функций взаимной корреляции амплитуд мод справедливы и там, где сама упомянутая формула уже «не работает». Для рассмотрения этого вопроса в данной статье предложен вывод формул для первых двух моментов амплитуд мод, не предполагающий малости флуктуаций уровня. Использованный здесь подход состоит в упрощении уравнений для моментов амплитуд, полученных в марковском приближении. Такое упрощение достигается ценой введения некоторых ограничений, которые, однако, слабее использованных в [6].

2. Чтобы не загромождать изложение непринципиальными деталями, все рассуждения будем проводить на примере простейшей двумерной задачи. Рассмотрим уравнение Гельмгольца, задающее величину комплексной амплитуды скалярного поля p точечного монохроматиче-

ского источника, расположенного в точке $(0, z_0)$ плоскости (x, z):

$$p_{xx} + p_{zz} + k^2[n^2(z) + U(x, z)]p = -2\delta(x)\cdot\delta(z - z_0). \tag{2}$$

Здесь $n(z)$ — регулярный профиль показателя преломления, имеющий единственный максимум в точке $z=0$ $(n(0)=1)$, U — малая случайная добавка (с нулевым средним) к квадрату показателя преломления, k — волновое число на оси канала (линии $z=0$). Решение данного уравнения ищем в виде разложения по модам невозмущенного волновода (с $U\equiv 0$):

$$p = \sum_m \frac{A_m(x)}{\sqrt{k_m}}\varphi_m(z)\exp(ik_m|x|), \tag{3}$$

где $\varphi_m(z)$ и k_m — соответственно собственные функции и собственные числа краевой задачи:

$$d^2\varphi_m/dz^2 + k^2n^2(z)\varphi_m = k_m^2\varphi_m, \qquad \varphi_m \to 0 \text{ при } z \to \pm\infty. \tag{4}$$

Суммирование в (3) идет по всем распространяющимся модам, общее число которых $M \gg 1$ (рассматривается многомодовый волновод). Случайные неоднородности показателя преломления считаем крупномасштабными (их характерные размеры много больше длины волны). Это условие позволяет использовать для нахождения неизвестных амплитуд мод A_m (уравнения для них получаем подстановкой (3) в (2)) приближение «рассеяния вперед» [1,7]. В качестве начальных условий при этом следует взять значения A_m невозмущенной задачи:

$$A_m(0) = i\varphi_m(z_0)/\sqrt{k_m}. \tag{5}$$

В предположении, что $U(x, z)$ представляет собой гауссово случайное поле, статистически однородное вдоль оси x и, вообще говоря, неоднородное вдоль оси z, в так называемом марковском приближении [1] стандартным способом нетрудно получить дифференциальные уравнения для моментов разного порядка, составленных из случайных функций $A_m(x)$. Процедура вывода таких уравнений хорошо известна и описана во многих работах (см., например, [1,7–9]). Применительно к рассматриваемой задаче уравнения для средних значений амплитуд мод и функций корреляции между модами имеют вид

$$\frac{d\langle A_m\rangle}{dx} = \sum_{\mu_1,\mu_2} K_{m,m+\mu_1;m+\mu_1,m+\mu_2}\langle A_{m+\mu_2}\rangle; \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\langle A_{m_1}A^*_{m_2}\rangle}{dx} = \sum_{\mu_1,\mu_2}\big[&K_{m_1,m_1+\mu_1;m_1+\mu_1,m_1+\mu_2}\langle A_{m_1+\mu_2}A^*_{m_2}\rangle + \\ &+ K_{m_2+\mu_1,m_2,m_2+\mu_2,m_2+\mu_1}\langle A_{m_1}A^*_{m_2+\mu_2}\rangle - 2K_{m_1,m_1+\mu_1,m_2+\mu_2,m_2}\times \\ &\times\langle A_{m_1+\mu_1}A^*_{m_2+\mu_2}\rangle\big],\end{aligned} \tag{7}$$

где символ $\langle\ldots\rangle$ означает статистическое усреднение, а $*$ — комплексное сопряжение. Коэффициенты уравнений (6) и (7) задаются соотношениями

$$\begin{aligned}K_{m_1,m_2;m_3,m_4} = &-\frac{k^4}{4\sqrt{k_{m_1}k_{m_2}k_{m_3}k_{m_4}}}\int dk_z\,dz\,dz'\,F(k_z;\bar z)\times \\ &\times\exp[ik_z(z-z')]\,\varphi_{m_1}(z)\,\varphi_{m_2}(z)\,\varphi_{m_3}(z')\,\varphi_{m_4}(z')\exp[i(k_{m_2} - \\ &- k_{m_1} + k_{m_4} - k_{m_3})x],\end{aligned} \tag{8}$$

где $\tilde{z} = (z+z')/2$, а зависимость $F(k_z, \tilde{z})$ связана с функцией корреляции неоднородностей показателя преломления соотношением

$$\int_{-\infty}^{x} \langle U(x,z)\, U(x',z')\rangle\, dx' = \int dk_z F(k_z', \tilde{z}) \exp\,[ik_z(z-z')]\,. \qquad (9)$$

При исследовании уравнений (6) и (7) в последующих разделах в качестве собственных функций $\varphi_m(z)$ и собственных чисел k_m используем их ВКБ-приближения [10]. Прежде чем выписать соответствующие выражения, введем обозначения для некоторых функций, характеризующих траектории лучей в волноводе. Пусть

$$a \equiv \cos\chi, \qquad \gamma(z,a) \equiv \sqrt{n^2(z) - a^2},$$

$$J(z,a) \equiv \int_{z}^{z_{\max}} \gamma(z,a)\,dz, \quad D(z,a) \equiv a\int_{z}^{z_{\max}} \gamma^{-1}(z,a)\,dz\,,$$

$$I(a) \equiv 2J(z_{\min}, a), \quad D(a) \equiv 2D(z_{\min}, a). \qquad (10)$$

Здесь a — так называемый лучевой параметр, равный косинусу χ-угла, под которым луч пересекает ось канала; $z_{\max}$ и $z_{\min}$ — верхняя и нижняя точки заворота луча; D — длина цикла луча; I — лучевой инвариант. Используя введенные обозначения, ВКБ-приближения собственных функций задачи (4) [10] представим в виде

$$\varphi_m(z) = \varphi_m^{+}(z) + \varphi_m^{-}(z)\,, \qquad (11)$$

где

$$\varphi_m^{\pm}(z) = \sqrt{\frac{a_m}{D_m \gamma(z, a_m)}}\, \exp\left[\pm ikJ(z,a_m) \mp i\,\frac{\pi}{4}\right], \quad D_m = D(a_m)\,. \qquad (11a)$$

Величина $a_m = k_m/k$ находится из хорошо известного условия [10] $kI(a_m) = 2\pi(m+1/2)$. Выражения (11) и (11a) описывают собственные функции между их точками заворота. Вне этой области собственные функции считаем равными нулю.

3. Дальнейший анализ уравнения (2) проведем, представив поле излучения в виде суперпозиции двух компонент: $p = p^{+} + p^{-}$, где p^{+} и p^{-} задаются формулой (3) с заменой A_m, соответственно, на A_m^{+} и A_m^{-} $(A_m^{+} + A_m^{-} = A_m)$. Обе новые функции $A_m^{+}(x)$ и $A_m^{-}(x)$ удовлетворяют тому же самому уравнению, что и $A_m(x)$, с начальными условиями $A_m^{\pm}(0) = i\varphi_m^{\pm}(z_0)/\sqrt{k_m}$. Смысл введенного разбиения поля на две компоненты поясним следующим образом (см. также [6]). На малых удалениях от источника, где влиянием случайных неоднородностей еще можно пренебречь, перейдем от модового представления поля (3) к лучевому. Соответствующая процедура, основанная на использовании формулы суммирования Пуассона, хорошо известна (по этому поводу см., например, [11, 12]). При этом выясняется, что компонента p^{+} формируется вкладами лучей, вышедших из источника «вверх» (в полуплоскость $z > z_0$), а p^{-} — вкладами лучей, вышедших «вниз» (в полуплоскость $z < z_0$). Иными словами, функции $p^{+}(x,z)$ и $p^{-}(x,z)$ описывают системы волн, различающихся знаками углов выходов из источника. Вследствие крупномасштабности случайных неоднородностей можно пренебречь взаимодействием этих двух волновых систем между собой. Кроме того будем считать, что волны, вышедшие вверх и вниз, флуктуируют статистически независимо. Последнее условие выполняется, когда лучи, вышедшие вверх и вниз, проходят через статистически независимые неоднородности. Данное требование накладывает определенные ограничения сверху на размеры неоднородностей. Не вдаваясь в детали подобных ограничений, далее будем считать их выполненными,

Для упрощения дальнейших расчетов от функций $A_m(x)$ удобно перейти к новым переменным $\xi^{\mp}_m(x) = A^{\pm}_m(x) \exp[\mp i(kJ(z_0, a_m) - \pi/4)]$. При этом

$$A_m(x) = \sum_{\varepsilon} \xi^{\varepsilon}_m(x) \exp[i\varepsilon(kJ(z_0, a_m) - \pi/4)], \tag{12}$$

где символ ε принимает два значения «+» и «—». В соответствии с вышесказанным функции $\xi^{\pm}_m(x)$ удовлетворяют уравнениям для $A_m(x)$ с начальными условиями

$$\xi^{+}_m(0) = \xi^{-}_m(0) = i/\sqrt{kD_m\gamma(z_0, a_m)}. \tag{13}$$

На достаточно коротких трассах, когда флуктуации амплитуд (но не обязательно фаз) $\xi^{\pm}_m(x)$ еще достаточно малы, имеет место приближенная формула (о ее выводе и условиях применимости см. [6])

$$\xi^{\varepsilon}_m(x) = \xi^{\varepsilon}_m(0) \exp(i\delta\psi^{\varepsilon}_m). \tag{14}$$

Здесь

$$\delta\psi^{\varepsilon}_m = \frac{k}{2a_m} \int\limits_0^x U(x', z^{\varepsilon}_m(x'))dx' \tag{15}$$

— случайный набег фазы вдоль кривой $z = z^{\varepsilon}_m(x)$, представляющей собой траекторию так называемого модового луча, т. е. луча, выходящего из источника и имеющего точки заворота, совпадающие с точками заворота m-й моды. Индекс ε показывает полуплоскость, в которую выходит данный луч. Траектория модового луча (их два для каждой моды) вычисляется в невозмущенном волноводе ($U \equiv 0$). Выражение (14) является «модовым аналогом» лучевой формулы (1).

Вследствие статистической независимости волн, вышедших из источника вверх и вниз, имеем

$$\langle \xi^{\varepsilon_1}_{m_1}(x)(\xi^{\varepsilon_2}_{m_2}(x))^* \rangle = \begin{cases} \langle \xi^{\varepsilon_1}_{m_1}(x)\rangle \langle \xi^{\varepsilon_2}_{m_2}(x)\rangle^*, & \varepsilon_1 \neq \varepsilon_2 \\ \Sigma^{\varepsilon}_{m_1, m_2}(x), & \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon \end{cases},$$

где $\Sigma^{\varepsilon}_{m_1, m_2}(x)$ — новая неизвестная функция. Из (14) в предположении гауссовости $\delta\psi^{\varepsilon}_m$ получаем*

$$\langle \xi^{\varepsilon}_m(x) \rangle = \xi^{\varepsilon}_m(0) \exp\left[-\frac{1}{2}\langle(\delta\psi^{\varepsilon}_m)^2\rangle\right]; \tag{16}$$

$$\Sigma^{\varepsilon}_{m_1, m_2}(x) = \xi^{\varepsilon}_{m_1}(0)(\xi^{\varepsilon}_{m_2}(0))^* \exp\left[-\frac{1}{2}\langle(\delta\psi^{\varepsilon}_{m_1} - \delta\psi^{\varepsilon}_{m_2})^2\rangle\right]. \tag{17}$$

Как уже отмечалось ранее, область применимости лучевых аналогов формул (16) и (17) шире, чем область применимости первоначально «породившей» их формулы (1). Для доказательства утверждения, что похожая ситуация имеет место и для мод, в следующем разделе обсудим альтернативный вывод соотношений (16) и (17), не предполагающий применимости формулы (14).

4. Опуская громоздкие, однако, в сущности несложные выкладки, кратко изложим основные идеи вывода. Прежде всего отметим, что зависимости $\langle \xi^{\varepsilon}_m \rangle$ и $\Sigma^{\varepsilon}_{m_1, m_2}(x)$ удовлетворяют, соответственно, уравнениям (6) и (7) с заменой коэффициентов $K_{m_1, m_2; m_3, m_4}$ на

* Гауссовость $\delta\psi^{\varepsilon}_m$ следует либо из гауссовости U, либо (на достаточно длинных трассах) в силу центральной предельной теоремы.

$$\tilde{K}^{\varepsilon}_{m_1, m_2; m_3, m_4} = \exp\{i\varepsilon k[J(z_0, a_{m_2}) - J(z_0, a_{m_1}) + J(z_0, a_{m_4}) - J(z_0, a_{m_3})]\} K_{m_1\, m_2, m_3, m_4}. \quad (18)$$

Преобразуем соотношение (8), определяющее согласно (18) величину $\tilde{K}$. Для этого каждую из фигурирующих в (8) функций φ_m разобьем в соответствии с (11) на два слагаемых φ_m^+ и φ_m^-. После этого коэффициенты уравнений K, а стало быть и $\tilde{K}$, превратятся в суммы интегралов от функций со слабо зависящими от аргументов z, z', m и m_1 амплитудами и быстроменяющимися фазами. Подставляя полученные таким образом выражения в уравнения для $\langle\xi^{\varepsilon}_m\rangle$, имеем

$$\frac{\partial\langle\xi^{\varepsilon}_m\rangle}{\partial x} = \int dk_z \sum_{\mu_1, \mu_2} \iint dz dz' \, B e^{i\Phi} \langle\xi^{\varepsilon}_{m+\mu_2}\rangle, \quad (19)$$

где

$$\Phi = k\varepsilon[J(z_0, a_{m+\mu_2}) - J(z_0, a_m)] + k\beta[J(z, a_{m+\mu_1}) - J(z, a_m) + J(z', a_{m+\mu_2}) - J(z', a_{m+\mu_1})] + (k_{m+\mu_2} - k_m)x + k_z(z - z'). \quad (19а)$$

Выражение для B очевидным образом находится из (8) и (11а). При выводе (19) из всех слагаемых, на которые распался коэффициент $\tilde{K}$, сохранено лишь то, которое имеет точку стационарной фазы по четырем аргументам z, z', μ_1 и μ_2*. Постоянная β в (19а) равна либо $+1$, либо -1 в зависимости от того, при каком из этих значений фаза имеет стационарную точку.

Переход к уравнению (19) предполагает «плавность» зависимости $\langle\xi^{\varepsilon}_m\rangle$ от номера моды. Именно ради этой плавности и был выполнен переход к переменным ξ^{ε}_n.

Дальнейшее упрощение уравнений (19) выполним, заменяя суммирование по μ_1 и μ_2 интегрированием (процедура замены суммирования интегрированием более строго может быть осуществлена с использованием формулы суммирования Пуассона) и вычисляя кратный интеграл по всем переменным, кроме k_z, методом стационарной фазы. Для этого требуется, чтобы расстояние по вертикали (вдоль оси z) между соседними модовыми лучами было много меньше характерного размера неоднородностей L, т. е. чтобы выполнялось неравенство

$$|z^{\varepsilon}_{m+1}(x) - z^{\varepsilon}_m(x)| \ll L. \quad (20)$$

Соответствующие выкладки во многом аналогичны тем, которые используются при переходе от модового представления поля в волноводе к лучевому (см., например, [12–15]). Похожие вычисления проводились и в [6]. Опуская сами расчеты, отметим лишь, что значение переменной μ_2 в стационарной точке равно нулю. Поэтому для каждого $\langle\xi^{\varepsilon}_m\rangle$ получаем замкнутое уравнение, имеющее вид

$$\frac{\partial\langle\xi^{\varepsilon}_m\rangle}{\partial x} = -\frac{k^4}{4k_m^2} \int dk_z F(k_z; z^{\varepsilon}_m(x)) \langle\xi^{\varepsilon}_m\rangle, \quad (21)$$

решение которого, как легко проверить, совпадает с (16).

Таким же образом можно преобразовать и уравнение для Σ_{m_1, m_2}. Здесь, впрочем, имеется одно отличие. Если для слагаемых, содержащих сомножители $\Sigma_{m_1+\mu_1, m_2}$ и $\Sigma_{m_1, m_2+\mu_2}$, значения μ_1 и μ_2 в стационар-

---

* Поскольку μ_1 и μ_2 — дискретные переменные, условие стационарности фазы для них имеет вид $\partial\Phi/\partial\mu_{1,2} = N_{1,2}$, где N_1 и N_2 — целые числа [13].

ных точках, как и раньше, равны нулю, то для слагаемого с $\Sigma_{m_1+\mu_1, m_2+\mu_2}$ это не так. Там μ_1 и μ_2 хотя и малые ($\mu_{1,2} \ll m_{1,2}$), но не равные нулю числа. Пренебрегая этими отличиями, т. е. на основании плавности зависимости величины $\Sigma^{\varepsilon}_{m_1, m_2}$ от номеров мод, заменяя $\Sigma^{\varepsilon}_{m_1+\mu_1, m_2+\mu_2}$ на Σ_{m_1, m_2}, получаем

$$\partial \Sigma^{\varepsilon}_{m_1, m_2}/\partial x = -S\Sigma^{\varepsilon}_{m_1, m_2}, \tag{22}$$

где

$$S = -\frac{k^4}{4} \int dk_z \left[\frac{F(k_z;\, z^{\varepsilon}_{m_1})}{k^2_{m_1}} + \frac{F(k_z;\, z^{\varepsilon}_{m_2})}{k^2_{m_2}} - \right.$$

$$\left. - 2\, \frac{F[k_z;\, (z^{\varepsilon}_{m_1} + z^{\varepsilon}_{m_2})/2]}{k_{m_1} k_{m_2}} \exp[ik_z(z^{\varepsilon}_{m_1} - z^{\varepsilon}_{m_2})] \right].$$

Решение этого уравнения задается соотношением (17).

Если все же учесть отличия μ_1 и μ_2 от нуля в точке стационарной фазы, вместо (22) получим новое более точное уравнение для описания межмодовых корреляций:

$$\frac{\partial \Sigma^{\varepsilon}_{m_1, m_2}}{\partial x} = -S\Sigma^{\varepsilon}_{m_1, m_2} + \left(\sum_{j=1}^{2} \varkappa_j \frac{\partial}{\partial m_j} + \frac{1}{2} \sum_{j,\, \nu=1}^{2} \frac{\partial}{\partial m_\nu} \varkappa_{\nu j} \frac{\partial}{\partial m_j} \right) \Sigma^{\varepsilon}_{m_1, m_2}, \tag{23}$$

где

$$\varkappa_j = -\frac{k^4}{4k_{m_1} k_{m_2}} 3\Gamma(z^{\varepsilon}_{m_j}, a_{m_j}) \int dk_z k_z F(k_z;\, \bar z) \exp(ik_z(z^{\varepsilon}_{m_1} - z^{\varepsilon}_{m_2})),$$

$$\varkappa_{j,\nu} = -\frac{k^4}{4k_{m_1} k_{m_2}} \Gamma(z^{\varepsilon}_{m_j}, a_{m_j})\, \Gamma(z^{\varepsilon}_{m_\nu}, a_{m_\nu}) \times$$

$$\times \int dk_z k_z^2 F(k_z, \bar z) \exp(ik_z(z^{\varepsilon}_{m_1} - z^{\varepsilon}_{m_2})),$$

$$\bar z = (z^{\varepsilon}_{m_1} + z^{\varepsilon}_{m_2})/2, \quad \Gamma(z, a) = D(a)\gamma(z, a)/2\pi a.$$

5. Основной результат работы заключается в переходе от полученных в рамках марковского приближения уравнений (6) и (7), описывающих эволюцию средних значений и функций взаимных корреляций амплитуд мод, к более простым уравнениям, задаваемым соотношениями (21), (22) и (23). Упрощение достигнуто за счет введения дополнительных ограничений. Основное из них — (20) — ограничивает длину трассы. В соответствии с (15) и (17) оно нарушается примерно на тех же удалениях от источника, где соседние моды становятся некоррелированными. Использованные здесь приближения существенно слабее тех, которые необходимы для вывода соотношения (14) [6]. Не требуется, например, малости флуктуаций уровня сигнала. Это соответствует высказанному в разд. 1 предположению о том, что область применимости выражений (16) и (17) шире, чем у формулы (14), из которой они были первоначально получены. Для соотношения (16) данное предположение фактически доказано в предыдущем разделе. Сложнее обстоит дело с формулой (17). Дело в том, что замена уравнения (22) на (21), из которого и следует эта формула, может внести новые по сравнению с условием (20) ограничения на длину трассы. Этот вопрос заслуживает специального исследования. Заметим, кстати, что вопрос о границах применимости аналогичных (17) соотношений для лучей (см. [2–5]) также полностью не исследован.

Обратим внимание на одно существенное обстоятельство. Формулы (16) и (17) в отличие от своих лучевых аналогов могут быть использованы для анализа статистики поля не только в регулярных точках волновода, но и на каустиках, где лучевое описание неприменимо.

Рядом авторов используется другой способ упрощения уравнений

(6) и (7) (см., например, работы [8, 9, 16, 17] и имеющиеся там ссылки). Он базируется на предположении о малости изменения статистических характеристик амплитуд мод на длине цикла модового луча и заключается в усреднении коэффициентов уравнений по дистанции, много большей длины цикла. В рамках такого подхода в работе [17] найден, в частности, аналог соотношения (16) с тем, однако, отличием, что показатель экспоненты усреднен там по циклу осцилляций луча. Другим способом аналогичный результат получен и в работе [18].

Действуя полностью аналогично вышеизложенному, полученные формулы легко обобщить на случай плоскослоистого волновода с трехмерными случайными неоднородностями. Аналоги соотношений (16) и (17) для такой задачи приведены в работе [6]. Выражение, обобщающее уравнение (23), здесь не приводим ввиду его громоздкости.

Более точное описание флуктуаций поля (по сравнению с тем, что дают соотношения (16) и (17)), по-видимому, может быть получено, если вместо соотношений типа (1) (см. [6]) использовать более строгие (хотя тоже приближенные) формулы, показывающие изменения с дистанцией амплитуд мод в неадиабатически меняющихся вдоль трассы волноводах (см., например, [19] и имеющиеся там ссылки).

Автор благодарен за стимулирующие дискуссии В. В. Артельному и М. А. Раевскому, которые независимо рассмотрели близкие вопросы с помощью упомянутого выше метода усреднения.

ЛИТЕРАТУРА

1 Рытов С. М., Кравцов Ю. А, Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2 Случайные поля. — М.: Наука, 1978.
2. Флатте С. М. // ТИИЭР. 1983 Т. 71. № 11. С. 45.
3 Dashen R. // J Math Phys. 1979. V. 20. № 5. P. 894.
4. Распространение звука во флуктуирующем океане: Пер. с англ. / Под ред. С. Флатте. — М.: Мир, 1982.
5 Dashen R, Flatte S M., Reynolds S. A. // J. Acoust. Soc. Am. 1985. V. 77. № 5. P. 1716.
6. Вировлянский А. Л., Костерин А. Г. // Акуст. журн. 1987. Т 33. № 4 С. 599.
7. Распространение волн и подводная акустика. Пер. с англ / Под ред Дж. Б. Келлера и Дж. С. Пападакиса. — М.: Мир, 1980
8. Артёльный В. В., Раевский М. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 9. С. 1142.
9. Нечаев А. Г. // Акуст. журн. 1985. Т 31 № 3. С. 358.
10. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М: Наука, 1973.
11. Batorsky D. V., Felsen L. B. // Rad. Sci. 1971. V. 6. № 10. P. 911
12. Felsen L. B. // J. Acoust. Soc. Am. 1981. V. 69 № 4. P. 352.
13. Tindle C. T., Guthrie K. M. // J Sound. Vibr. 1974. V. 34 № 2. P. 291.
14. Guthrie K. M., Tindle C. T. // J. Sound. Vibr. 1976. V. 47. № 3. P. 403,
15. Kamel A, Felsen L. B. // J. Acoust. Soc. Am. 1982. V. 71. № 6. P. 1445.
16. Моисеев А. А. // ДАН СССР. 1984 Т. 279. № 6. С. 1339.
17. Артельный В. В., Горская Н С., Раевский М. А. Препринт ИПФ АН СССР № 148 Горький, 1986.
18. Сазонтов А. Г., Фарфель В. А // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 5. С 635.
19. Борисов Н. Д. // Изв вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. № 10 С. 1147

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
5 октября 1987 г.

CORRELATION OF MODES IN A WAVEGUIDE WITH LARGE-SCALE RANDOM INHOMOGENEITIES

A. L. Virovlyanskij

A method for simplification of equations obtained by Markov approximation is proposed for average values and functions of reciprocal correlation of mode amplitudes in a plane-layered multimode waveguide with large-scale random inhomogeneities It is snown that the solutions of simplified equations are «mode analogs» of relations defining the values of the first and the second momenta of a complex field amplitude obtained at a ray description.