

УДК 621.372.8—537.624.001 24

## ВОЛНЫ В КАСАТЕЛЬНО НАМАГНИЧЕННОМ ФЕРРИТОВОМ СЛОЕ (ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ И РАВНОМЕРНЫЕ АСИМПТОТИКИ)

В. Н. Иванов, Н. П. Демченко, И. С. Нефедов,  
Р. А. Силин, А. Г. Шучинский

Проведен электродинамический расчет и асимптотический анализ полного дисперсионного уравнения для собственных волн в касательно намагниченном ферритовом слое, когда волновой вектор  $\mathbf{k}$  образует произвольный угол  $\vartheta$  с направлением намагничивания  $\mathbf{H}_0$ . Изучены области существования решений дисперсионного уравнения и определены условия применимости магнитостатического приближения. В случае тонкого ферритового слоя получены равномерные асимптотические разложения дисперсионных зависимостей. Рассчитаны распределения вектора Умова—Пойнтинга и установлены зависимости между основными свойствами распространяющихся волн и распределением их потоков энергии.

Корректное решение задач согласования ферритовых элементов с трактом и возбуждения магнитостатических волн (МСВ) быстрыми электромагнитными волнами требует исследования полного спектра волн в ферритовом слое. Обычно рассмотрение спектра ограничивается либо только медленными МСВ с замедлениями  $n \gg 1$  (см., например, [1–3]), либо динамическими волнами с  $n \sim 1$  [4–6].

Численный электродинамический анализ динамических волн совместно с МСВ проводился в известных нам работах [4–7] только для волн, распространяющихся перпендикулярно к направлению намагничивания  $\mathbf{H}_0$ . В случае, когда волновой вектор  $\mathbf{k}$  не перпендикулярен  $\mathbf{H}_0$ , характеристики собственных волн изучены лишь в магнитостатическом (МС) приближении, т. е. для волновых чисел  $k \gg k_0$  ( $k_0$  — волновое число в вакууме). В данной работе представлены результаты асимптотического и численного анализа полного спектра собственных волн касательно намагниченного ферритового слоя, распространяющихся с волновыми векторами  $\mathbf{k} = \{k_x, 0, k_z\}$  под произвольными углами  $\vartheta$  к  $\mathbf{H}_0$  ( $k_x = k \cos \vartheta$ ,  $k_z = k \sin \vartheta$ ,  $k = |\mathbf{k}|$ , рис. 1).

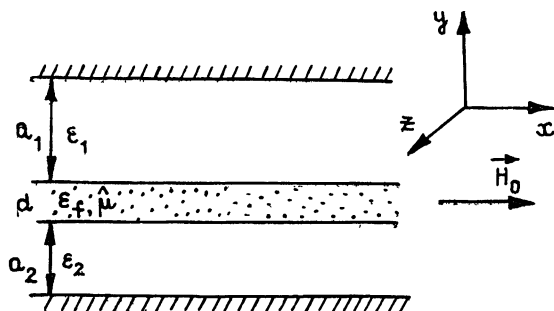


Рис. 1.

Численные расчеты проводились с помощью двух программ для ЭВМ БЭСМ-6. Одна из них [8] предназначена для расчета дисперсион-

ных характеристик (ДХ) и затухания собственных волн в  $N$ -слойной структуре с магнитной и электрической гиротропией. Вторая программа позволяет рассчитывать ДХ, распределение потока энергии и направления его распространения в ферритовом слое и окружающих его диэлектриках.

1. Ферритовый слой толщиной  $d$ , намагниченный до насыщения вдоль оси  $Ox$ , расположен между двумя идеально проводящими экранами (рис. 1). Он характеризуется диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_f$  и тензором магнитной проницаемости  $\hat{\mu}$  [2]. Диэлектрические слои с толщинами  $a_1$  и  $a_2$  имеют проницаемости  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  соответственно.

Полное дисперсионное уравнение представлено в виде, удобном для асимптотического анализа и численных расчетов:

$$\Delta(k, \vartheta, \omega) = \tilde{D}^+ \tilde{D}^- + D^2 - \sum_{i,j,l,m=1,2} (-1)^{i+j+l+m} P_{mi}^+ P_{ji}^+ R_{3-j, 3-l}^- R_{3-m, 3-i}^+ = 0, \quad (1)$$

где

$$D = \det\{P_{mi}^+\}, \quad \tilde{D}^\pm = \det\{R_{mi}^\pm\}, \quad P_{ni}^+ = P_{mi}^+(\gamma_i), \quad R_{mi}^\pm = R_{mi}^\pm(\gamma_i)$$

приведены в Приложении.

При произвольных  $\vartheta$  (1) может быть решено только численно. Однако расчеты в широком диапазоне изменения  $k$  ( $0 < k < 10^5$  см $^{-1}$ ) осложняются накоплением погрешности, связанной с ограниченностью разрядной сетки ЭВМ. Поэтому для повышения точности расчетов ДХ были использованы равномерные асимптотические разложения уравнения дисперсии, а также результаты исследования области существования его решений и границ применимости приближенных решений.

В предельных случаях  $|\vartheta| = 0, \pi/2, \pi$  уравнение (1) распадается на два сомножителя. При  $|\vartheta| = \pi/2$  ( $k_x = 0, k_z = k$ )

$$\Delta(k, \pm\pi/2, \omega) = \Delta_{LE}(k, \pm\pi/2, \omega) \Delta_{LM}(k, \pm\pi/2, \omega) = 0, \quad (2)$$

где  $\Delta_{LE, LM}(k, \pm\pi/2, \omega) = (P_{i,i}^2 - R_{i,i}^+ R_{i,i}^-) |_{k_x=0}$  — дисперсионные уравнения необыкновенных ( $i=1$ )  $LE$ -волн и обыкновенных ( $i=2$ )  $LM$ -волн, ДХ которых подробно исследованы ранее (см., например, [4-7]).

При  $\vartheta = 0, \pi$  ( $k_z = 0, k_x = k$ ) (1) представляется в виде двух сомножителей только в случае симметричной структуры ( $a_1 = a_2, \epsilon_1 = \epsilon_2$ ):

$$\Delta(k, 0, \omega) = \Delta(k, \pi, \omega) = \tilde{D}^+ \tilde{D}^- = 0, \quad (3)$$

где  $\tilde{D}^\pm$  соответствует двум независимым системам эллиптически поляризованных гибридных волн. У волн, описываемых уравнением  $\tilde{D}^+ = 0$ , в середине слоя эллиптичность поля максимальная, но она снижается при приближении к поверхности слоя. У волн, описываемых уравнением  $\tilde{D}^- = 0$ , наоборот, в середине слоя электрическое поле линейно поляризовано, но при приближении к поверхности слоя его эллиптичность растет. Следует заметить, что в отличие от четных и нечетных типов волн в изотропной структуре для волн в касательно намагниченном ферритовом слое в плоскости симметрии (середины слоя) условия типа «электрической» или «магнитной» стенки не выполняются. Поэтому при нарушении симметрии структуры, так же как и при  $\vartheta \neq 0$ , собственные волны представляются суперпозицией рассмотренных типов эллиптически поляризованных волн симметричной структуры.

2. Для анализа области существования собственных волн ферритового слоя рассмотрим собственные плоские волны безграничной ферритовой среды [2, 9, 10], распространяющиеся под углами  $\theta_i$  к оси гиротро-

пии с волновыми векторами  $\mathbf{K}_i = \{k_x, k_{y_i}, k_z\}$ ; значения  $K_i$  и  $\theta_i$  связаны с  $k$  и  $\theta$  волны в слое соотношениями

$$K_i^2 = |\mathbf{K}_i|^2 = k^2 + k_{y_i}^2, \quad \sin^2 \theta_i = \sin^2 \theta + k_{y_i}^2 \cos^2 \theta / K_i^2, \quad i=1, 2.$$

Дисперсионные зависимости  $K_i(\omega, \theta_i)$ , характеризующие область изменения волновых чисел  $K_i$  на плоскости  $\{k_x, K_{\perp i}\}$  ( $K_{\perp i} = \sqrt{k_z^2 + k_{y_i}^2}$ ), представим в форме, близкой к каноническим уравнениям эллипса и гиперболы:

$$K_{\perp 1}^2 + k_x^2 / \mu = k_0^2 \varepsilon_f [\mu_{\perp} - f(k_x^2)], \quad K_{\perp 2}^2 + k_x^2 = k_0^2 \varepsilon_f [1 + f(k_x^2)], \quad (4)$$

где  $f(k_x^2)$  (см. Приложение, (П. 1)) является монотонно возрастающей функцией с ограниченным изменением:  $0 < f(k_x^2) < \omega_M / \omega_H$ . Согласно (4)  $K_2(\theta) = \sqrt{K_{\perp 2}^2 + k_x^2}$  при любых  $\omega$  является замкнутой кривой эллиптического типа на плоскости  $\{k_x, K_{\perp 2}\}$ , но  $K_1(\theta)$  образует аналогичную кривую только при  $\omega < \omega_H$  или  $\omega > \omega_B$ . В полосе частот  $\omega_H < \omega < \omega_B$  однородная плоская волна существует лишь при  $\sqrt{\omega_H \omega} < \omega < \sqrt{\omega_H \omega_B} < \omega_{\perp}$  ( $\omega_{\alpha} = \omega_H + \omega_M \sin^2 \alpha$ ). В этом случае  $K_1(\theta)$  представляет кривую гиперболического типа, расположенную в угловых секторах  $\theta_p < |\theta| <$

$< \pi - \theta_p$ , где  $\theta_p = \text{Arcctg} \sqrt{-\mu} = \text{Arcsin} \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_H^2}{\omega_H \omega_M}}$  (ср. с [1]). Соответствующие собственные волны ферритового слоя являются объемными ( $k_{y_1}^2 > 0$ ). В полосе частот  $\omega_{\perp} < \omega < \omega_B$  в безграничной ферритовой среде существуют только неоднородные плоские волны, у которых  $K_{\perp 1}^2 + k_x^2 = K_1^2 < 0$ . Эти волны при  $k_{x,z}^2 > 0$  имеют  $k_{y_1}^2 < K_{\perp 1}^2 < 0$ , и их комплексный волновой вектор  $\mathbf{K}_1(\theta)$  образует комплексные углы  $\theta$  с осью  $Ox$  и  $\varphi$  с вектором  $k$ :

$$\theta = \text{Arcsin} \left( 1 + \frac{k_x^2}{k_y^2 - k^2} \right) - \frac{\pi}{2} - i \text{Arch} \left( 1 + \frac{k_x^2}{|k_y|^2 - k^2} \right),$$

$$\varphi = \pi/2 - i \text{Arcth} (|k_y|/k).$$

$K_1(\theta)$  при этом описывает на плоскости  $\{k_x, iK_{\perp 1}\}$  кривую гиперболического типа, расположенную в угловых секторах  $\tilde{\theta}_p < |\tilde{\theta}| < \pi - \tilde{\theta}_p$ , где  $\tilde{\theta}$  — полярный угол, отсчитываемый от оси  $Ox$ ,  $|\tilde{\theta}_p| = \text{Arcctg} \sqrt{\mu}$ . Соответствующие волны в ферритовом слое при  $\omega_{\perp} < \omega < \omega_B$  являются поверхностными с волновыми числами  $k > k_0 \sqrt{\varepsilon_m}$  ( $\varepsilon_m = \max\{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}$ ) и представляются суперпозицией рассмотренных неоднородных плоских волн с  $k_{y_1}^2 < 0$ . Распределения полей поверхностных волн как в ферритовом слое, так и вне его описываются экспоненциальными функциями, причем амплитуды полей внутри ферритового слоя убывают быстрее, чем вне его.

Следует отметить, что поверхностные волны в ферритовом слое существуют и при  $\omega > \omega_B$  [4], пока остается  $K_1(\theta, \omega) < k_0 \sqrt{\varepsilon_m}$ .

3. Для расчета ДХ волн в ферритовом слое при  $|k| \gg k_0 \sqrt{\varepsilon_f}$  обычно используется МС приближение [1-3]. Чтобы обосновать его правомерность при произвольных  $\theta$  и определить границы применимости, рассмотрим плоскую волну в безграничной ферритовой среде. Ее магнитное поле  $\mathbf{H}$ , удовлетворяющее уравнениям Максвелла, имеет как продольную (вдоль  $\mathbf{K}$ ) компоненту  $H_t$ , так и поперечную  $\mathbf{H}_t = B k_0^2 \varepsilon_f / K^2$  ( $B = \hat{\mu} \mathbf{H}$ ,  $\mathbf{H}_t \perp \mathbf{K}$ ). В то же время МС приближение предполагает, что  $\text{rot} \mathbf{H} = 0$  ( $[\mathbf{K} \times \mathbf{H}] = 0$ ), т. е.  $H_t = 0$ . Следовательно, условием применимости МС приближения служит неравенство  $|H_t| \gg |H_z| = |B| k_0^2 \varepsilon_f / K^2$ , которое для плоских волн сводится к следующему;



$$\frac{(K^2/k_0^2 \varepsilon_f - 1)^2 \sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{(K^2 \sin^2 \theta / k_0^2 \varepsilon_f - 1)^2} \gg \left( \frac{\mu_a}{K^2/k_0^2 \varepsilon_f - \mu} \right)^2.$$

Используемое обычно условие применимости МС приближения ( $k \gg k_0 \sqrt{\varepsilon_f}$ ) [1-3] обеспечивает выполнение (3) при произвольных  $\theta$  только для поверхностных МСВ (ПМСВ), так как  $\theta$  в этом случае принимает комплексные значения и  $|\sin^2 \theta| > 1$ . Для объемных МСВ (ОМСВ) при  $k \gg k_0 \sqrt{\varepsilon_f}$  (3) приводит к дополнительному условию

$$k_0^2 \varepsilon_f \ll k_y^2 + k^2 \sin^2 \theta \ll K^2 \left( \frac{K^2/k_0^2 \varepsilon_f - \mu}{\mu_a} \right)^2, \quad (5)$$

т. е. при  $k \gg k_0 \sqrt{\varepsilon_f}$  правомерность МС приближения может нарушаться, если  $\mu \rightarrow \infty$  или  $\theta \rightarrow 0$  при  $k_y \approx k_0 \sqrt{\varepsilon_f}$ .

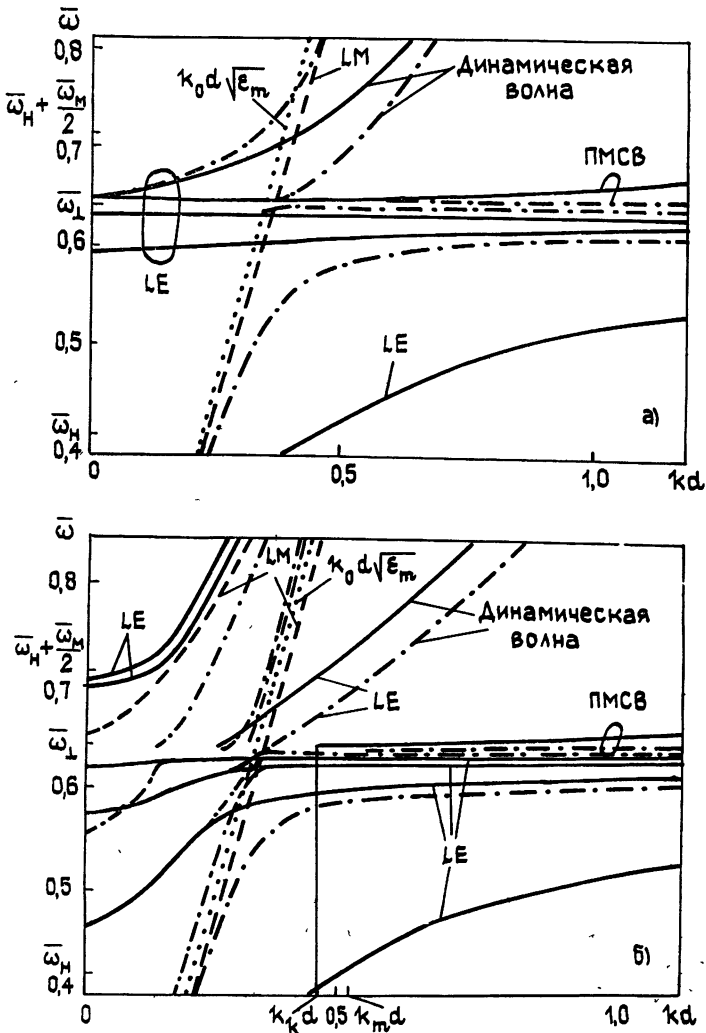


Рис 3  $d=3$  мм,  $\theta=\pi/2$  — — — — —,  $\theta=0,3\pi$  — — — — —.  
 а)  $k_0 a_m \sqrt{\varepsilon_m} < \min(\pi/2, \sqrt{\omega_B/\omega_H})$ ,  $a_1=a_2=a_m=3,4 d$ ; б)  $k_0 a_m \sqrt{\varepsilon_m} > \sqrt{\omega_B/\omega_H}$ ,  $a_1=a_2=a_m=10 d$ .

4. На рис. 2—6 представлены результаты численных расчетов характеристик собственных волн в рассматриваемой структуре (рис. 1) для нормированных частот  $\omega \equiv \omega/\omega_B$  (ферритовый слой имеет следующую

щие параметры:  $\epsilon_f = 15$ ,  $4\pi M_s = 1750$  Гс при  $H_0 = 1250$  Э (рис. 2, 3, 6) и  $H_0 = 3500$  Э (рис. 4, 5)). Так как дисперсия собственных волн существенно зависит не только от  $|k|$ , но и от  $\theta$ , на рис. 2 наряду с ДХ приведен пример дисперсионной поверхности в пространстве  $\{k_x, k_z, \omega\}$  для ПМСВ и динамических волн в металлизированном ферритовом слое ( $a_1 = d$ ,  $a_2 = 0$ ) при  $\omega > \omega_{\perp}$ .

Для анализа ДХ при произвольных  $\theta$  воспользуемся равномерным асимптотическим разложением (1) по малому параметру  $\sigma$ :

$$\Delta(k, \theta, \omega) = \Delta_{LE}(k, \theta, \omega)\Delta_{LM}(k, \theta, \omega) + O(\sigma) = 0, \quad (6)$$

где

$$\sigma = \frac{k_0^2 \epsilon_f \cos^2 \theta / k^2}{[k_0^2 \epsilon_f / k^2 + \omega_H \cos^2 \theta / \omega_B]^2} \frac{\omega_{\perp}^2 - \omega^2}{\omega_B^2} \ll 1,$$

$\Delta_{LE, LM}(k, \theta, \omega)$  определяются теми же выражениями, что и в (2), но с  $k_x \neq 0$ . Отметим, что (6) пригодно для анализа как медленных МСВ при произвольных  $\theta$ , так и динамических волн, и МСВ с  $k < k_0 \sqrt{\epsilon_f}$ . По аналогии со случаем  $|\theta| = \pi/2$  ( $\sigma = 0$ ) при  $\theta \neq \pi/2$  будем называть гибридные волны, описываемые уравнением  $\Delta_{LM}(k, \theta, \omega) = 0$ , квази- $LM$ -волнами, а  $\Delta_{LE}(k, \theta, \omega) = 0$  — квази- $LE$ -волнами. Результаты численных расчетов (рис. 2, 3) также показали, что ДХ гибридных волн близки к соответствующим ДХ  $LE$ -или  $LM$ -волн вне окрестностей точек их вырождения, в которых ДХ  $LE$ - и  $LM$ -волн пересекаются при  $|\theta| = \pi/2$ . Но вблизи этих точек вырождения у гибридных волн ДХ расщепляются (рис. 2, пунктирные линии для  $|\theta| \neq \pi/2$ , рис. 3 — штрихпунктир). Если вблизи точки вырождения  $LE$ -волна обладает аномальной дисперсией (рис. 2, пунктирные линии для  $\theta < 0$ ), в результате расщепления возникает полоса непропускания (волны с действительными волновыми числами отсутствуют). В ней существуют только комплексные волны. ДХ низшего типа комплексных волн, рассчитанные численно, представлены на рис. 4.

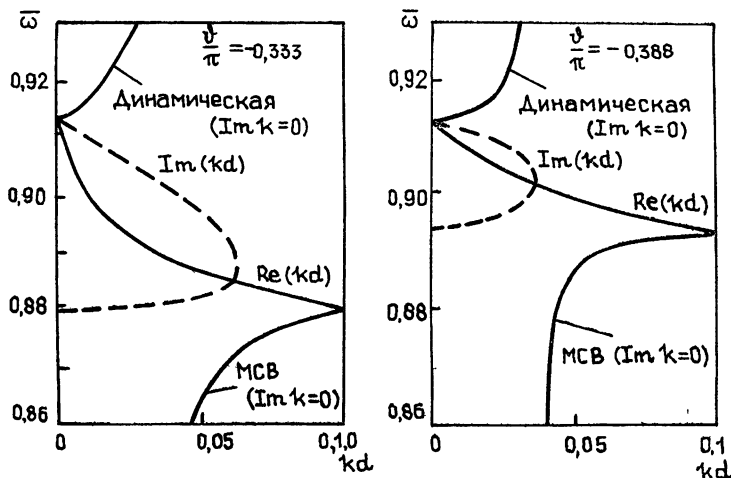


Рис. 4.  $a_1 = d = 0,1$  мм,  $a_2 = 0$ .

Рассмотрим основные особенности ДХ квази- $LM$ - и квази- $LE$ -волн вне окрестностей точек вырождения.

4.1. Спектр квази- $LM$ -волн содержит только динамические волны с волновыми числами  $k < K_2(\theta, \omega) < k_0 \sqrt{\epsilon_f \omega_B / \omega_0}$  (см. (4)). Волна низшего типа не имеет отсечки, и в случае тонкого ферритового слоя\* ее ДХ описывается главным членом разложения уравнения  $\Delta_{LM} = 0$ :

\* Ферритовый слой считается тонким, когда  $k_0 d \sqrt{\epsilon_f} \ll 1$ . Для пленок ЖИГ толщиной  $d < 50$  мкм, применяемых обычно на практике, это условие выполняется в сантиметровом диапазоне длин волн всегда.

при  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ ,  $k_0 a_i \sqrt{\varepsilon_i} \gg 1$  ( $i=1, 2$ )

$$k = k_0 \sqrt{\varepsilon} [1 + O(k_0^2 d^2 \varepsilon_f)] \quad (7)$$

при  $k_0 a_i \sqrt{\varepsilon_i} \ll 1$  ( $i=1, 2$ )

$$k = k_0 \sqrt{\frac{a_1 + a_2 + d}{a_1/\varepsilon_1 + a_2/\varepsilon_2 + d/\varepsilon_f}} [1 + O(k_0^2 \varepsilon_f a_1 a_2)] \quad (8)$$

Согласно (7) и (8) дисперсия коэффициента замедления  $n = k/k_0$  обусловлена малым параметром  $\sim (k_0 d)^2$ , но  $n$  существенно зависит от положения проводящих экранов (численная оценка в (8) при  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ ,  $a_1 = 10d$ ,  $a_2 = d$ ,  $\varepsilon_f = 15$  дает величину  $n = 1,04 + (\omega d/2) \times 10^{-5}$ , где  $\omega$  в ГГц,  $d$  — в мм).

4.2. Спектр квази-*LE*-волн наряду с динамическими волнами содержит ПМСВ, существующие

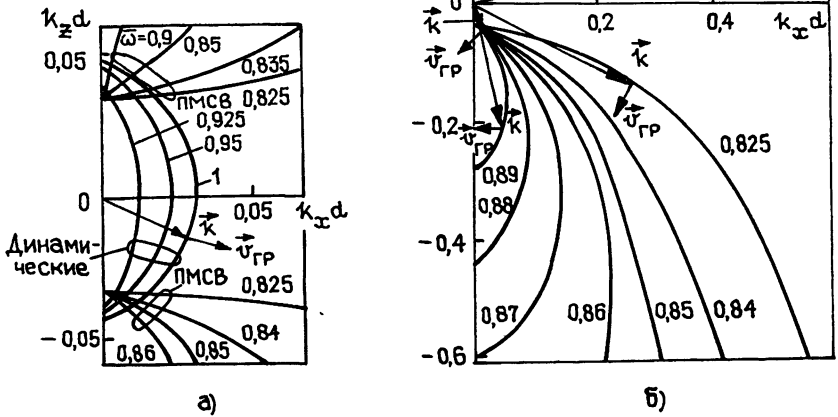


Рис. 5.

только в полосе частот  $\omega_{\perp} < \omega < \omega_B$ , и ОМСВ — только в полосе частот  $\omega_H < \omega < \omega_{\perp}$ . При  $k_0 d \sqrt{\varepsilon_f} |\mu_a/\mu| \ll \sqrt{\omega/\omega_B}$  ДХ волны низшего типа в тонком ферритовом слое описывается главным членом разложения уравнения  $\Delta_{LE} = 0$ :

при  $\beta_i a_i \gg 1$  ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ )

$$k = k_0 \sqrt{\varepsilon + \left[ \frac{k_0 d (\varepsilon_f \mu - \varepsilon)}{\mu + \eta \mu^2 + (k_0 d)^2 (\varepsilon_f \mu - \varepsilon) (1 + \mu \mu_{\perp})} \right]^2} \quad (9)$$

где

$$\eta = \begin{cases} 1 & \text{— для динамической волны} \\ -1 & \text{— для ПМСВ} \end{cases}$$

при  $\beta_i a_i \ll 1$

$$k = \left\{ \mu_a (a_1 - a_2) \operatorname{sign} \vartheta + \sqrt{[\mu_a (a_1 + a_2)]^2 + 4 \mu_a a_1 a_2 \left( k_0 \varepsilon_f a_1 a_2 - \mu - \frac{a_1 + a_2}{d} \right)} \right\} (2 a_1 a_2)^{-1} \quad (10)$$

$LE$ -волна низшего типа, в отличие от  $\dot{L}\dot{M}$ -волны, имеет частоту отсечки  $\omega_{кр}$ , которая в случае близко расположенных экранов приблизительно удовлетворяет условию  $\left(k_0^2 \epsilon_f a_1 a_2 - \mu_{\perp} - \frac{a_1 + a_2}{d}\right) \mu = 0$  (см. (10)) и в зависимости от расстояния между проводящими экранами  $(a_1 + a_2 + d)$  изменяется от нуля при  $a_{1,2} = \infty$  до  $[(1/2) \{ \omega_B^2 + u^2 - [(\omega_B^2 + u^2)^2 - 4u^2 \omega_{\perp}^2]^{1/2} \}]^{1/2} < \omega_{\perp}$  при  $a_{1,2} = 0$  ( $u^2 = (c\pi/d)^2 / \epsilon_f$ ,  $c$  — скорость света);

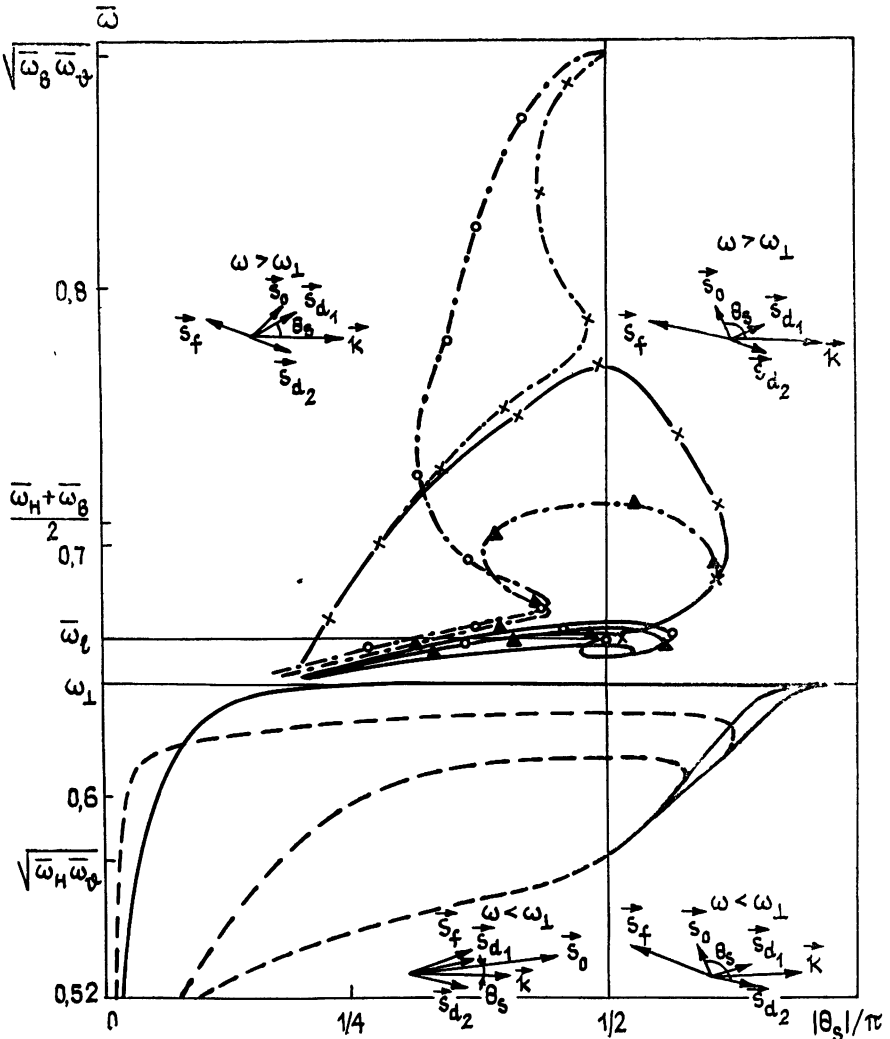


Рис. 6.  $d=0,05$  мм,  $\theta=0,3\pi$  —————;  $\theta=-0,3\pi$  - - - - -;  $a_1=a_2=10d$  —————;  $a_1=0, a_2=10d$  —○○○;  $a_1=d, a_2=10d$  —▲▲▲;  $a_1=0, a_2=d$  —×××;  $d=3$  мм,  $a_1=a_2=10d$  - - - - -,  $\omega_{\perp} = \frac{\omega_B \omega_{\theta} - \omega_H^2}{2\omega_M \sin \theta}$ .

Следует подчеркнуть, что  $\omega = \omega_{\perp}$  является существенно особой точкой дисперсионных уравнений (1), (6), и их анализ при  $\omega \rightarrow \omega_{\perp}$  необходимо проводить отдельно для  $\omega < \omega_{\perp}$  и  $\omega > \omega_{\perp}$ . Для этого воспользуемся представлением  $\Delta_{LE}$  в виде зависимости  $\omega(k)$  (см. (П. 2)).

При  $\omega < \omega_{\perp}$  уравнение (П. 2) имеет счетное множество решений, соответствующих динамическим квази- $LE$ -волнам с волновыми числами  $k < K_1(\theta, \omega) < k_0 \sqrt{\epsilon_f \mu_{\perp}}$  (см. (4)). Высшие типы  $LE$ -волн имеют критические частоты  $\omega_{крj}$ , которые при  $j > 1$  выражаются асимптотической формулой:



$$\omega_{крj} = \omega_{\perp} \left[ 1 - \frac{\omega_M/\omega_B}{2q_j} + O(q_j^{-2}) \right], \quad j = 1, 2, \dots, \quad (11)$$

где

$$q_j = \left( \frac{u}{\omega_B} \left[ j - \xi_j(\omega_{крj}) \right] \right)^2, \quad 0 < \xi_j(\omega_{крj}) < 1.$$

Согласно (11)  $\omega_{крj}$  и соответствующие ДХ сгущаются к  $\omega_{\perp} - 0$ . Это происходит тем быстрее, чем меньше  $d$ : численные оценки  $q_j$  дают при  $d=5$  мм  $q_j=300(j-1)^2$ , но при  $d=50$  мкм  $q_j \approx 3 \cdot 10^6 (j-1)^2$ . Поэтому у высших типов динамических волн в тонких ферритовых пленках  $\omega_{крj}$  при  $j > 1$  практически неразличимы и находятся обычно в пределах ширины линии ферромагнитного резонанса пленки.

Анализ (П. 2) показал, что при  $\omega_{\perp} < \omega < \omega_B$  существует не более двух действительных решений уравнения  $\Delta_{LE} = 0$ , соответствующих поверхностным (собственным) волнам с  $k > k_0\sqrt{\varepsilon_m}$ , а также конечное число корней, соответствующих быстрым волноводным (несобственным) волнам с  $k < k_0\sqrt{\varepsilon_m}$  (рис. 2, 3). При увеличении расстояния между экранами ( $a_1 + a_2 + d$ ) число волноводных волн растет и их критические частоты снижаются, а при  $a_1 + a_2 + d = \infty$  эти волны образуют непрерывный спектр. Из двух поверхностных волн большим замедлением обладает ПМСВ (см. (9)), а вторая волна является динамической и имеет  $k < k_0\sqrt{\varepsilon_f}$ . Вблизи критических частот  $\omega_{кр}$  поверхностных волн вид ДХ качественно меняется в зависимости от положения проводящих экранов.

Исследование уравнения (П.2) в случае симметричной структуры ( $a_1 = a_2 = a_m$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_m$ ) и  $|\theta| = \pi/2$  показало, что  $\omega_{кр} > \omega_{\perp}$  и  $k(\omega_{кр}) = 0$  при  $k_0 a_m \sqrt{\varepsilon_m} < \min\{\pi/2, \sqrt{\omega_B/\omega_H}\}$  (рис. 3а), но  $\omega_{кр} = \omega_{\perp} + 0$  и  $k(\omega_{\perp} + 0) \neq 0$  при  $k_0 a_m \sqrt{\varepsilon_m} > \min\{\pi/2, \sqrt{\omega_B/\omega_H}\}$  (рис. 3б). Вблизи  $\omega_{кр}$  динамическая поверхностная волна независимо от параметров структуры становится волноводной (несобственной) волной с  $k(\omega_{кр}) < k_0\sqrt{\varepsilon_m}$ . Для ПМСВ при  $k_0 a_m \gg 1$  и  $\omega \rightarrow \omega_{\perp} + 0$  согласно (П. 3) имеется предельное значение  $k \neq 0$ :

$$k(\omega_{\perp} + 0) = k_K + O(\sqrt{\mu}), \quad (12)$$

где  $k_K = k_0\sqrt{\varepsilon_m\omega_B/\omega_M} - O\left(\frac{\beta_m a_m}{k_K} \operatorname{sh}(a_m\beta_m)\right)$ . Величина  $k_K$  принимает

наибольшее значение  $k_K = k_0\sqrt{\varepsilon_m\omega_B/\omega_M}$  при  $a_m = \infty$  и монотонно уменьшается с уменьшением  $a_m$ . При этом ПМСВ вблизи  $\omega_{кр} = \omega_{\perp} + 0$  остается поверхностной (собственной) волной с  $k_K > k_0\sqrt{\varepsilon_m}$ , если  $a_m$  удовлетворяет условию  $k_0 a_m \sqrt{\varepsilon_m} < \sqrt{\omega_B/\omega_H}$  (рис. 3б). При уменьшении  $a_m$ , когда справедливо  $\pi/2 < k_0 a_m \sqrt{\varepsilon_m} < \sqrt{\omega_B/\omega_H}$ , ПМСВ, так же как и динамическая волна, вблизи  $\omega_{\perp} + 0$  становится волноводной (несобственной) волной с  $k < k_0\sqrt{\varepsilon_m}$ . Необходимо подчеркнуть, что при отсечке поверхностных волн с  $k(\omega_{\perp} + 0) = k_K \neq 0$  обращается в нуль их групповая скорость (в соответствии с (12)  $v_{гр} \sim \sqrt{\mu} \rightarrow 0$  при  $\omega \rightarrow \omega_{\perp} + 0$ ), но не фазовая.

При  $\omega > \omega_B$  собственными  $LE$ -волнами остаются только динамические волны с  $k < K_1(\theta, \omega) < k_0\sqrt{\varepsilon_f}$  (см. п. 2). Их ДХ представлены на рис. 2 (пунктирные линии при  $\omega > 1$ ).

Наряду с действительными решениями дисперсионное уравнение  $\Delta_{LE} = 0$  при  $\omega \geq \omega_{\perp} + 0$  содержит счетное множество комплексных корней, соответствующих собственным комплексным волнам ферритового слоя (ср. [6, 11]). Для высших типов комплексных волн разложение (П. 3) дает предельные значения волновых чисел:

$$k_j(\omega_{\perp} + 0) = \left[ i \left( j + \frac{1}{2} \right) \pi + \right.$$

(13)

$$\left. + \ln \frac{\sqrt{\omega_B} + \sqrt{\omega_H}}{\sqrt{\omega_M}} \right] a_m^{-1} + O \left( \frac{k_0^2 \epsilon_m}{|k_j|^2} \right), \quad j = 1, 2, \dots$$

В отличие от комплексных волн в диэлектрическом слое в ферритовом слое все типы комплексных волн энергетически неортогональны как между собой, так и с распространяющимися волнами [12].

4.3. Для анализа особенностей ДХ квази- $LE$ -волн при  $k \gg k_0 \sqrt{\epsilon_f}$  (рис. 2, 3) рассмотрим асимптотические решения дисперсионного уравнения (П. 2). В полосе частот  $\omega_{\perp} < \omega < \omega_B$  равномерное (по  $\theta$  и  $a_m$ ) асимптотическое разложение ДХ ПМСВ представляется в виде

$$\omega_m = \frac{\omega_B \omega_{\theta} - \omega_H^2 A_m^2}{\sqrt{(\omega_B - \omega_H A_m^2)(\omega_{\theta} - \omega_H A_m^2)} - (-1)^m A_m \omega_M \sin \theta} +$$

(14)

$$+ O(1/\text{sh}^2(\gamma d)), \quad m = 1, 2,$$

где  $m$  таково, что  $A_m (-1)^m \sin \theta < 0$ . ПМСВ, согласно (14), могут распространяться только в ограниченном секторе углов  $\theta$ :

$$||\theta| - \pi/2| < \theta_l(ka_m) = \pi/2 - \arcsin(A_m \sqrt{\omega_H/\omega_B}) \dots$$

Раствор этих секторов уменьшается с ростом  $ka_m$  и принимает минимальное значение при  $ka_m = \infty$ :  $\theta_l(ka_m) \geq \theta_{\text{пр}} = \theta_l(\infty) = \pi/2 - \arcsin \sqrt{\omega_H/\omega_B}$ , где  $\theta_{\text{пр}}$  совпадает с предельным углом для ПМСВ в [1]. Когда  $||\theta| - \pi/2| < \theta_{\text{пр}}$ , зависимость  $\omega_m(a_m)$ , в соответствии с (14), является монотонно убывающей функцией, значения которой изменяются от  $\sqrt{\omega_B \omega_{\theta}}$  при  $a_m = 0$  до  $\omega_l = (\omega_B \omega_{\theta} - \omega_H^2)/2\omega_M |\sin \theta|$  при  $a_m = \infty$ . При конечных  $ka_m$  ПМСВ распространяется не только в секторе углов  $\theta$  таких, что  $||\theta| - \pi/2| < \theta_{\text{пр}}$ , но и в секторе  $\theta_{\text{пр}} < ||\theta| - \pi/2| < \theta_l(ka_m)$ , в котором с ростом  $k$  ПМСВ испытывает отсечку при конечных  $k$  и  $\omega = \omega_{\perp} + 0$  (рис. 2, пунктирные линии,  $\theta = -0,1\pi$ , где  $|\theta| < \pi/2 - \theta_{\text{пр}} = 0,137\pi$ ).

Счетное множество ОМСВ с  $k > k_0 \sqrt{\epsilon_f} \mu_{\perp}$  [1], которые существуют в полосе частот  $\omega_H < \omega < \omega_{\perp}$  только при  $|\theta| \neq \pi/2$ , качественно отличается от волн  $LE$ -типа. Решение (П. 2) для  $k \gg k_0 \sqrt{\epsilon_f} \mu_{\perp}$  при  $\mu < 0$  показывает (см. (П. 4)), что спектр ОМСВ имеет две точки сгущения: 1)  $\omega = \omega_{\perp} - 0$  и 2)  $\omega = \sqrt{\omega_H \omega_{\theta}}$ . Вблизи  $\omega = \omega_{\perp} - 0$  с ростом  $k$  происходит отсечка динамических волн, ДХ которых непрерывным образом переходят в ДХ ОМСВ, с тем же индексом типа волны (рис. 2, 3, 6), а при  $k \rightarrow \infty$  ДХ ОМСВ сгущаются к линии  $\omega = \sqrt{\omega_H \omega_{\theta}} + 0$ . В отличие от ПМСВ дисперсия ОМСВ слабо зависит от положения экранов, когда  $k \gg k_0 \sqrt{\epsilon_f} \mu_{\perp}$ . Согласно численным расчетам влияние экранов пренебрежимо мало (менее 0,1%) при  $k/k_0 \sqrt{\epsilon_f} \geq 20$  и  $a_{1,2} \geq d$  (на рис. 2 ДХ ОМСВ для  $a_1 = a_2 = d = 0,05$  мм и  $a_1 = a_2 = 10d$  совпадают с графической точностью). Связано это с тем, что поток энергии ОМСВ локализован преимущественно в ферритовом слое, в отличие от ПМСВ, у которой преобладает доля потока энергии вне слоя.

5. Наряду с ДХ собственных волн рассмотрим результаты численных расчетов изочастот на плоскости волновых чисел  $\{k_x, k_z\}$  для динамических волн и ПМСВ в ферритовом слое, одна поверхность которого металлизирована (рис. 5,  $a_1 = d = 0,1$  мм,  $a_2 = 0$ ). В силу симметрии относительно оси  $k_z$  изочастоты представлены только для  $k_x > 0$ .

У динамических волн, как и у плоских волн в безграничной ферри-

товой среде, изочастоты являются замкнутыми кривыми эллиптического типа, охватывающими начало координат (рис. 5а). Изочастоты ПМСВ представляют собой кривые гиперболического типа при  $\omega_{\perp} < \omega < \omega_B$ ,  $\vartheta > 0$  ( $k_z > 0$ ) и при  $\omega_{\perp} < \omega < (\omega_H + \omega_B)/2$ ,  $\vartheta < 0$  ( $k_z < 0$ ) (рис. 5,  $\omega_{\perp} = 0,816$ ,  $(\omega_H + \omega_B)/2 = 0,833$ ), но они являются замкнутыми кривыми, смещенными по оси  $k_z$  от начала координат при  $(\omega_H + \omega_B)/2 < \omega < \omega_B$ ,  $\vartheta < 0$  (см., например, рис. 5б,  $k_z < 0$ ,  $\omega = 0,87 \div 0,89$ ).

Графики изочастот (рис. 5) показывают, что волновые векторы  $k$  и групповые скорости  $v_{gp}$  собственных волн в ферритовом слое неколлинеарны и образуют между собой углы  $\theta_s$  ( $0 < |\theta_s| < \pi$ ). У динамических волн и ПМСВ с нормальной дисперсией  $|\theta_s| < \pi/2$ , но у ПМСВ с аномальной дисперсией (рис. 5б)  $\pi/2 < |\theta_s| < \pi$ .

6. Для анализа влияния величины и ориентации вектора  $k$  на свойства собственных волн ферритового слоя представляет интерес распределение потоков энергии в поперечном сечении структуры для динамических волн, ПМСВ и МСВ. Рассчитаны средние значения вектора Умова — Пойнтинга  $S = [E \times H^*]$  по всему поперечному сечению ( $S_0$ ) и отдельно в ферритовом слое ( $S_f$ ) и окружающих его диэлектриках ( $S_{d_1}, S_{d_2}$ )\*. На рис. 6 представлены частотные зависимости угла  $\theta_s(\omega)$  между  $k$  и  $S_0$  (совпадает по направлению с  $v_{gp}$ ) совместно с векторными диаграммами взаимной ориентации  $k, S_0, S_f, S_{d_1}, S_{d_2}$  для ПМСВ при  $\omega > \omega_{\perp}$  и для МСВ и динамических волн при  $\omega < \omega_{\perp}$ . Результаты расчетов показали, что при  $|\vartheta| \neq \pi/2$  вектор  $S$  имеет эллиптическую поляризацию ( $S = \{S_x, iS_y, S_z\}$ , где  $S_x, S_y, S_z$  — действительные числа) и его величина и ориентация в поперечном сечении изменяются, но  $S_0$  имеет линейную поляризацию (чисто действительные компоненты). Проекция  $S_{d_1}$  и  $S_{d_2}$  на вектор  $k$  положительны и у динамических волн, и у МСВ. Проекция  $S_f$  на  $k$  в симметричной структуре положительна только у динамических волн, а у МСВ — отрицательна. Поэтому у динамических волн дисперсия нормальная ( $|\theta_s| < \pi/2$ , см. рис. 6), а у МСВ тип дисперсии зависит от того, в диэлектриках или в ферритовом слое локализована большая доля передаваемой мощности. Когда продольные (вдоль  $k$ ) компоненты  $S_f$  и  $(S_{d_1} + S_{d_2})$  становятся равными по величине, но имеют противоположные знаки и МСВ, и динамические волны испытывают отсечку при  $k \neq 0$ . При этом соответствующие им векторы  $k$  и  $S_0$  становятся взаимно перпендикулярными и  $|\theta_s| = \pi/2$  (рис. 6). Необходимо отметить, что в несимметричной структуре ( $a_1 \neq a_2$  или  $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$ ) отсечку при  $k_k = k(\omega_{kp}) \neq 0$  испытывают не только МСВ, но и динамические волны [16, 17] (рис. 2, LE-волны с  $\vartheta = -0,5\pi$ , сплошные линии).

Авторы признательны Б. А. Калиникосу за полезное обсуждение результатов работы.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

I. В дисперсионном уравнении (1) и при его исследовании использованы следующие обозначения:

$$R_{mn}^{\pm} = -P_{mn}^- - 2\delta_{mn} \frac{\Gamma_2^2 - \Gamma_1^2}{1^2/k_0^2 \epsilon_f} \frac{\gamma_n (\text{cth } \gamma_n d/2)^{\pm 1}}{k_z^2 - \gamma_n^2}, \quad m, n = 1, 2,$$

$$P_{n,n}^{\pm} = k_z \left[ 2(-1)^n \frac{k_x^2 k_0^2 \epsilon_f}{1^2} \sum_{j=1}^n \frac{(\pm 1)^j}{k_x^2 - k_0^2 \epsilon_j} + (1 \pm 1) e_n^2 \frac{\Gamma_n^2 + \tilde{\Gamma}_n^2}{k_z^2 - \gamma_n^2} \right] -$$

\* Расчеты потока энергии МСВ, приведенные в [12-15] в МС приближении, правомерны только для полного потока энергии через все сечение структуры. Распределение потока энергии в отдельных слоях (феррите или диэлектрике) необходимо вычислять с помощью вектора  $S$  или его средних значений в слоях ( $S_f, S_{d_1}, S_{d_2}$ ).

$$- \sum_{j=1,2} \frac{(\mp 1)^j \beta_j}{k_x^2 - k_0^2 \varepsilon_j} \left[ e_n^2 k_0^2 \varepsilon_j \operatorname{cth} \beta_j a_j - e_{3-n}^2 k_0^2 \varepsilon_j \operatorname{th} \beta_j a_j \right], \quad (\text{II. 1})$$

$$P_{n,3-n}^{\pm} = \frac{k_x k_0 \sqrt{\varepsilon_f}}{\Gamma_n^2} \left\{ k_z \frac{\omega_H}{\omega} (1 \pm 1) + \sum_{j=1,2} [(\pm 1)^j k_x (\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2) + (\mp 1)^j \beta_j \times \right. \\ \left. \times (k_0^2 \varepsilon_j \operatorname{th} \beta_j a_j - k_0^2 \varepsilon_j \operatorname{cth} \beta_j a_j)] (k_x^2 - k_0^2 \varepsilon_j)^{-1} \right\},$$

$$\Gamma_n^2 = \frac{1}{2} \left[ k_0^2 \varepsilon_f \frac{\omega_B}{\omega} - k_x^2 \frac{\omega_H}{\omega} + (-1)^n \sqrt{\left( k_0^2 \varepsilon_f \frac{\omega_B}{\omega} - k_x^2 \frac{\omega_H}{\omega} \right)^2 + 4k_0^2 \varepsilon_f k_x^2} \right],$$

$$\tilde{\Gamma}_n^2 = (\Gamma_n^2 + k_0^2 \varepsilon_f \mu_a) / \mu, \quad \beta_n^2 = k^2 - k_0^2 \varepsilon_n, \quad e_n = \begin{cases} 1, & n=1 \\ k_x^2 k_0 \sqrt{\varepsilon_f / \Gamma_n^2}, & n=2 \end{cases}$$

$$\gamma_n^2 = -k_{yn}^2 = k^2 - k_0^2 \varepsilon_f \mu_{\perp} - \frac{\mu_a}{\mu} \Gamma_n^2 = \\ = \begin{cases} k_z^2 + k_x^2 / \mu - k_0^2 \varepsilon_f [\mu_{\perp} - f(k_x^2)], & n=1 \\ k^2 - k_0^2 \varepsilon_f [1 + f(k_x^2)], & n=2 \end{cases}$$

$$f(k_x^2) = 2k_x^2 \frac{\omega_M}{\omega} \left[ k_0^2 \varepsilon_f \frac{\omega_B}{\omega} + k_x^2 \frac{\omega_H}{\omega} + \sqrt{\left( k_0^2 \varepsilon_f \frac{\omega_B}{\omega} - k_x^2 \frac{\omega_H}{\omega} \right)^2 + 4k_0^2 \varepsilon_f k_x^2} \right]^{-1},$$

$\mu, \mu_a$  — диагональная и недиагональная компоненты тензора  $\hat{\mu}$ , которые для намагниченного до насыщения феррита имеют вид

$$\mu = \frac{\omega_{\perp}^2 - \omega^2}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad \mu_a = \frac{\omega \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad \mu_{\perp} = \frac{\omega_B^2 - \omega^2}{\omega_{\perp}^2 - \omega^2},$$

$$\omega_H = \gamma H_0, \quad \omega_M = \gamma 4\pi M_s, \quad \omega_B = \omega_H + \omega_M, \quad \omega_{\perp} = \sqrt{\omega_H \omega_B},$$

$H_0$  — внутреннее постоянное магнитное поле,  $4\pi M_s$  — намагниченность насыщения феррита,  $\gamma = 2,8$  ГГц/кЭ — гиромагнитное отношение,  $\omega$  — частота,  $\delta_{mn}$  — символ Кронекера.

II. Для анализа дисперсионного уравнения  $\Delta_{LE}(k, \theta, \omega) = 0$  представим его в виде зависимости  $\omega(k)$ :

$$\omega^2 - \omega_B \omega_{\theta} + (\omega^2 - \omega_H^2)^2 A_1 A_2 + \omega \omega_M (A_2 - A_1) \sin \theta + \quad (\text{II. 2})$$

$$+ (A_1 + A_2) \sqrt{(\omega_{\perp}^2 - \omega^2)(\omega_H \omega_{\theta} - \omega^2)} \operatorname{cth}(\tilde{\gamma} d) + O(\sigma) = 0,$$

где

$$A_m = \frac{\beta_m}{k} \operatorname{th}(\beta_m a_m), \quad \tilde{\gamma} = k \sqrt{\mu_{\theta} + O(k_0^2 \varepsilon_f \mu_{\perp} / k^2)},$$

$$\mu_{\theta} = \frac{\omega^2 - \omega_H \omega_{\theta}}{\omega^2 - \omega_{\perp}^2}.$$

III. При  $\omega \rightarrow \omega_{\perp} + 0$  ( $\mu \rightarrow +0$ ) (II. 2) представляется в виде

$$\sqrt{\frac{\omega_B}{\omega_H}} \frac{\beta_m}{k} \operatorname{cth}(\beta_m a_m) - 1 + O(k_0 \sqrt{\varepsilon_f \mu} / k) = 0, \quad m = 1, 2. \quad (\text{II. 3})$$

IV. В полосе частот  $\sqrt{\omega_H \omega_0} < \omega < \omega_{\perp} - 0$  ( $\mu_0 < 0$ ) асимптотические решения (П. 2) при  $(a_1 + a_2) > 0$  (при  $a_1 + a_2 = 0$  (П. 2) не имеет действительных решений для  $k \gg k_0 \sqrt{\epsilon_f}$ ) имеют вид

$$\omega_j^2 = \omega_H \left( \omega_0 + \frac{\omega_M \cos^2 \vartheta}{1 + kd/\pi(j-q_j)} \right) + O \left( \frac{k_0^2 \epsilon_f \mu_{\perp} / k^2}{1 + \pi(j-q_j)/kd} \right), \quad j=1, 2, \dots, \quad (\text{П. 4})$$

где

$$g_j = \frac{1}{2} - \text{Arctg} \left[ \frac{\cos^2 \vartheta + \mu_{\perp} \sin^2 \vartheta + A_1 A_2 / \mu - (A_1 - A_2) \mu_a \sin \vartheta / \mu}{(A_1 + A_2) \sqrt{-\mu_0}} \right] \pi^{-1}.$$

В силу ограниченности  $q_j$  ( $0 < q_j < 1/2$ ) (П. 4) при  $j \gg 1$  может служить явным представлением ДХ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Damon R. W., Eshbach J. R. // J. Phys. Chemistry Solids. 1961. V. 19. № 3/4. P. 308.
2. Гуревич А. Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. — М.: Наука, 1973 — 592 с
3. Калинин Б. А. // Изв. вузов. Физика 1981. Т. 24. № 8. С. 42.
4. Courtois L. // Electronica fisica aplicada. 1973. V. 16. № 2. P. 286.
5. Gerson T. J., Nadas J. S. // IEEE Trans. 1974. V. MTT-22. № 8. P. 757.
6. Bardati F., Lampariello P. // IEEE Trans. 1979. V. MTT-27. № 7. P. 679.
7. Щучинский А. Г. // Радиотехника и электроника 1984 Т 29 № 9. С. 1700.
8. Демченко Н. П., Козловский И. Ю., Нефедов И. С. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1986. № 10 (394). С. 56
9. Mueller R. S. // J Appl. Phys. 1971. V. 42. № 6. P. 2264.
10. Seshadri S. R. // IEEE Trans. 1973. V AP-21 № 2. P. 248.
11. Вугальтер Г. А. // Радиотехника и электроника. 1981. Т. 26 № 7. С. 1382.
12. Никольский В. В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. — М.: Наука, 1967. — 460 с
13. Gupta S. S. // IEEE Trans. 1982. V. MAG-18. № 16. P. 1639.
14. Гречушкин К. В., Стальмахов А. В. // Радиотехника и электроника 1986. Т. 31. № 2. С. 97.
15. Гречушкин К. В., Стальмахов А. В. // Радиотехника и электроника. 1986. Т. 31. № 8. С. 1487.
16. Микаэлян А. Л. Теория и применения ферритов на сверхвысоких частотах. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1963. — 664 с.
17. Булюбаш Б. В., Отмахов Ю. А. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1977. Вып. 4. С. 56.

Ростовский государственный университет

Поступила в редакцию  
30 июня 1987 г.,  
после переработки  
6 июля 1988 г.

#### WAVES IN TANGENTIALLY MAGNETIZED FERRITE SLAB (NUMERICAL ELECTRODYNAMIC ANALYSIS AND REGULAR ASYMPTOTICAL EXPANSIONS)

V. N. Ivanov, N. P. Demchenko, I. S. Nefedov, R. A. Silin, A. G. Schuchinskij

Asymptotical and numerical analysis were realized for full electrodynamic dispersion equation of tangentially magnetized ferrite slab when the eigen mode wave vectors  $k$  are directed at arbitrary angle  $\vartheta$  to the vector of magnetization  $H_0$ . The existence boundaries for solutions of this dispersion equation were investigated and the conditions were justified for application of MSW approximation. Regular asymptotical expansions were obtained for dispersion dependencies in the case of thin ferrite slab. Results of computations are exhibited in the form of dispersion surface of magnetostatic and dynamic waves, and also isofrequencies and dispersion characteristics for different  $\vartheta$ . Spectra peculiarities of eigenmodes were analysed for propagating and complex waves as a function of structure parameters. Umov—Poynting vector distribution was calculated and connections between principal properties of propagating waves and distribution of their power flow were studied.