

УДК 621.072:621.373

ИССЛЕДОВАНИЕ ШУМОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОРЕЗОНАНСНЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

А. Н. Васильев, Г. П. Мина, В. Д. Попельнюк

Рассмотрены естественные флуктуации мощности в автоколебательных системах с одним нелинейным элементом и линейной многорезонансной цепью в одночастотном приближении с учетом комбинационного взаимодействия. Приведены выражения для спектральной плотности флуктуаций мощности, амплитудных и фазовых флуктуаций. Показано, что форма спектральной линии во многом определяется корнями характеристического уравнения устойчивости. Для трехконтурной системы стабилизации частоты проведено исследование зависимости шумовых характеристик от параметров системы с учетом расстройки парциальных частот контуров и запаздывания в нелинейном элементе.

Многорезонансные автоколебательные системы с контурами высокой добротности с успехом используются для получения высокостабильных колебаний, например СВЧ диапазона. Шумовые характеристики таких систем исследованы недостаточно полно. Авторы работы [1] провели расчет ширины спектральной линии для конкретной реализации трехконтурной системы стабилизации частоты. Специфика использования высокостабильных генераторов требует не только узкой спектральной линии, но и малого уровня шумов пьедестала. В работе [2] предложена методика исследования естественных флуктуаций в автоколебательных системах с одним нелинейным элементом и произвольной линейной системой, характеризуемой импедансом $Z(\omega)$ (рис. 1). В качестве примеров проведен расчет спектральной плотности флуктуаций мощности двух- и трехконтурных систем стабилизации частоты. Исследование зависимости формы спектра от параметров системы не проводилось.

Такое исследование можно провести, воспользовавшись результатами работы [2]. В этой работе задача исследования естественных

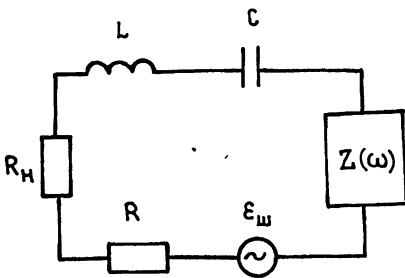


Рис. 1.

флуктуаций в многорезонансной автоколебательной системе решается в одночастотном приближении. При этом для малых естественных флуктуаций возникают линейные уравнения с периодически изменяющимися коэффициентами. Такой подход (см. также [3]) позволяет учесть комбинационное взаимодействие возмущающей систему компоненты источника шума с другими спектральными компонентами и получить выражение для формы пьедестала спектральной линии автоколебательной системы с многорезонансной линейной частью произвольного вида, в том числе и распределенной. Выражение для спектральной плотности флуктуаций мощности, полученное в [2], имеет вид

$$G_p(\omega') = \frac{R\omega^2}{L^2} \left\{ G_s(\omega') \left| \omega'^2 - \omega^2 - \frac{j\omega}{L} Z^*(\omega) + \frac{j\omega}{L} Z^*(2\omega - \omega') - \omega(q + jp) \right|^2 + \right. \\ \left. + \omega^2 G_s(2\omega - \omega') \left| q - jp \right|^2 \right\} |D(\omega')|^{-2}, \quad (1)$$

где R, L — эквивалентные параметры генераторного контура, p — прочность предельного цикла, q — коэффициент неизохронности, ω — частота генерации, ω' — частота анализа, $G_e(\omega')$ — спектральная плотность напряжения эквивалентного источника шума,

$$D(\omega') = \left[\omega'^2 - \omega^2 + \frac{j\omega}{L} Z(\omega) - \frac{j\omega}{L} Z(\omega') \right] \left[\omega'^2 - \omega^2 - \frac{j\omega'}{L} Z^*(\omega) + \frac{j\omega}{L} Z^*(2\omega - \omega') \right] + \omega(q - jp) \left[\omega'^2 - \omega^2 - \frac{j\omega}{L} Z^*(\omega) + \frac{j\omega}{L} Z^*(2\omega - \omega') \right] - \omega(q + jp) \left[\omega'^2 - \omega^2 + \frac{j\omega}{L} Z(\omega) - \frac{j\omega}{L} Z(\omega') \right] \quad (2)$$

— характеристическая функция.

Выражение (1) получено при дополнительном условии о малости компоненты шума, взаимодействующей с компонентами центрального пика спектральной линии, поэтому выражение (1) хорошо описывает пьедестал спектральной линии, а для исследования центрального пика можно использовать результаты, полученные другими методами [4].

При экспериментальных исследованиях флуктуаций в автоколебательных системах часто измеряется не форма спектра флуктуаций мощности, а амплитудные и фазовые флуктуации. Из приведенных в [2] выражений для спектральной компоненты тока можно получить выражения для амплитудных и фазовых флуктуаций на частоте Ω , где Ω — частота отстройки от несущей:

$$\left\{ \frac{\langle (\Delta a)^2 \rangle}{a^2 \langle (\Delta \varphi)^2 \rangle} \right\} = \frac{G_P(\omega + \Omega) + G_P(\omega - \Omega)}{2R} \pm \frac{\omega^3}{L^2 |D(\omega + \Omega)|^2} \operatorname{Re} \left\{ (q + jp) \times \right. \\ \times \left[G_i(\omega + \Omega) \left(2\Omega - \frac{j}{L} Z^*(\omega) + \frac{j}{L} Z^*(\omega - \Omega) - q - jp \right) + \right. \\ \left. \left. + G_i(\omega - \Omega) \left(-2\Omega - \frac{j}{L} Z^*(\omega + \Omega) + \frac{j}{L} Z^*(\omega) - q - jp \right) \right] \right\}, \quad (3)$$

верхний знак определяет амплитудные флуктуации, а нижний — фазовые.

Учет частотных свойств многорезонансной системы и учет комбинационных взаимодействий приводит к тому, что пьедестал спектральной линии и зависимости амплитудных и фазовых флуктуаций от частоты анализа имеют сложную форму.

Проведем исследование шумовых характеристик неизохронной трехконтурной системы стабилизации частоты. Линейная часть системы, связанная с генераторным контуром, представляет собой два последовательно связанных резонансных контура: малодобротный промежуточный и высокодобротный стабилизирующий. Ее импеданс имеет вид

$$Z(\omega) = \frac{-j\omega L k_1^2}{\frac{\omega^2 - \nu_2^2}{\nu_3^2} - \frac{j}{Q_2} - \frac{k_2^2}{\frac{\omega^2 - \nu_3^2}{\nu_3^2} - \frac{j}{Q_3}}}, \quad (4)$$

Q_i — добротность i -го контура, k_i^2 — связь между i -м и следующим за ним контуром, ν_i — парциальная частота i -го контура.

Многорезонансные автоколебательные системы характеризуются тем, что частота автоколебаний ω не совпадает с парциальными частотами отдельных контуров ν_i , а довольно сложным образом зависит от

параметров системы [5]. В случае аппроксимации характеристики нелинейного элемента неполным кубическим полиномом уравнение частотной характеристики — зависимости частоты автоколебаний ω от парциальной частоты первого контура ν_1 — имеет вид

$$\omega^2 - \nu_1^2 = - \frac{\nu_3^2 \operatorname{tg} \theta}{Q_1} - \frac{\nu_3}{L \cos \theta} (\operatorname{Im} Z(\omega) \cos \theta + \operatorname{Re} Z(\omega) \sin \theta), \quad (5)$$

где θ — угол запаздывания в нелинейном элементе.

Частотные характеристики представлены на рис. 2 а, 3 а, 4 а: 2 а — $\nu_2 = \nu_3$, $\theta = 0$, 3 а — $\nu_2 = 1,1\nu_3$, $\theta = 0$, 4 а — $\nu_2 = \nu_3$, $\theta = 45^\circ$. Остальные параметры системы: $k_1^2 = 2 \cdot 10^{-2}$, $k_2^2 = 5 \cdot 10^{-4}$, $Q_1 = 100$, $Q_2 = 10$, $Q_3 = 10^4$, $p = 0,2\nu_3 \cos \theta$, $q = 0,2\nu_3 \sin \theta$. Режим стабилизации осуществляется на средней ветви частотных кривых, когда уходы парциальной частоты генератора мало сказываются на изменении частоты автоколебаний системы. Коэффициент стабилизации $S = d\nu_1/d\omega$ при этом существенно превышает единицу.

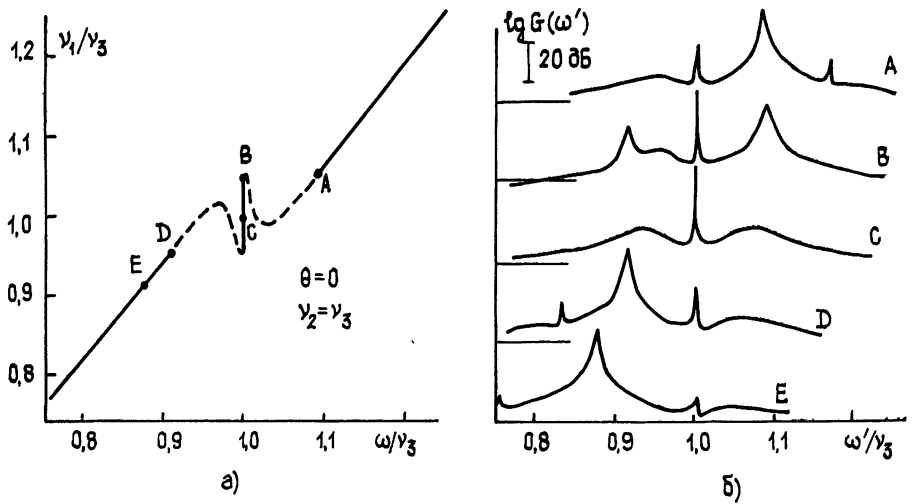


Рис. 2.

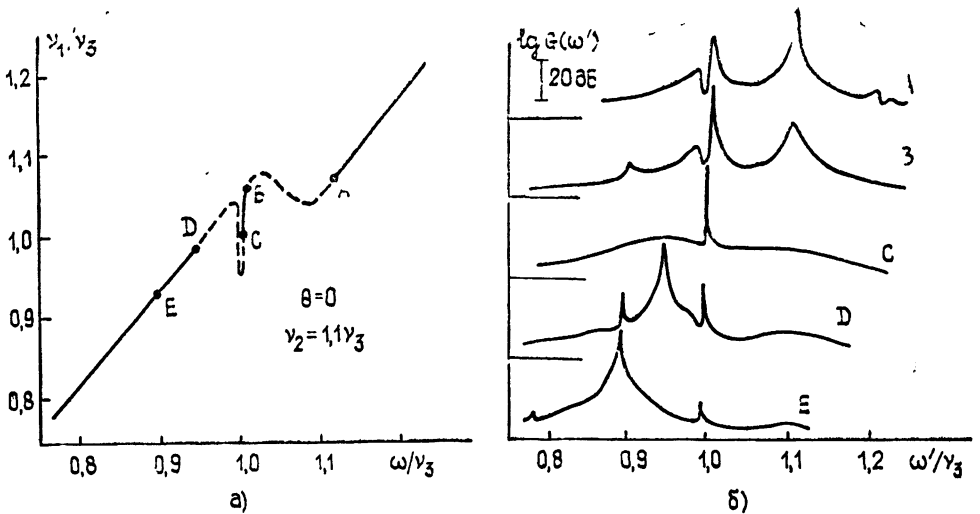


Рис. 3.

Неустойчивые участки частотных кривых обозначены пунктиром. Устойчивость частоты автоколебаний определяется характеристическим уравнением устойчивости. Обычно характеристическую функцию представляют степенным полиномом по степеням $j\omega'$. Для анализа устойчивости разработаны различные алгебраические и частотные критерии. Частотные критерии (например критерий Михайлова) являются более удобными в случае системы со многими степенями свободы [6]. В рассматриваемом случае в характеристическом уравнении $D(\omega') = 0$ характеристическая функция $D(\omega')$ (см. (2)) не является степенным полиномом. При этом для определения устойчивости можно использовать критерий, аналогичный критерию Михайлова (рис. 5). Автоколебания (точка на частотной кривой) будут неустойчивы (рис. 5а), если годограф $D(\omega')$ проходит ниже точки нуль, или петли годографа охватывают точку нуль; если годограф проходит выше точки нуль, то колебания устойчивы (рис. 5б).

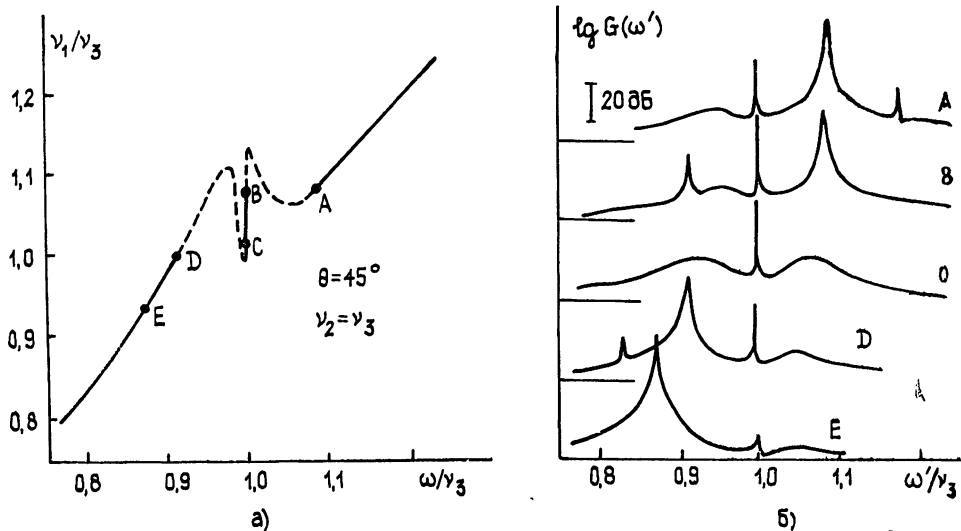


Рис. 4.

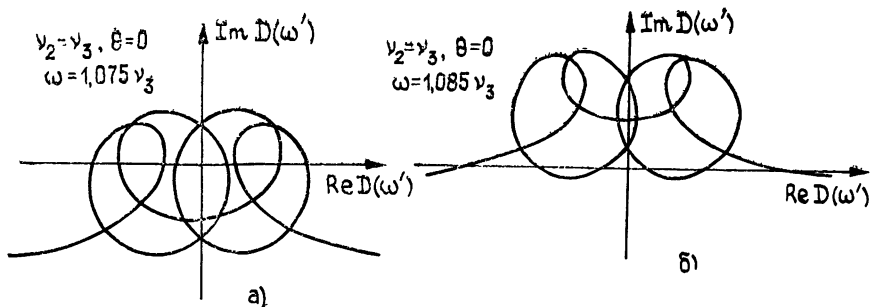


Рис. 5.

Рассмотрим шумовые характеристики системы. На рисунках 26, 36, 46 приведены спектральные плотности флуктуаций мощности для различных точек соответствующих частотных кривых. Можно наблюдать трансформацию формы спектра при изменении частоты автоколебаний.

Спектральная линия многорезонансной системы состоит из центрального узкого пика и пьедестала сложной формы. В работе [2] для ширины спектральной линии $\Delta\omega$ получена оценка

$$\Delta\omega = \frac{R\pi}{4L^2} \frac{1+q^2/p^2}{PS}, \quad (6)$$

где \dot{P} — мощность, выделяемая на сопротивлении \dot{R} контура генератора. Из рис. 2б, 3б, 4б видно, что центральный пик спектральной линии, соответствующий генерации на боковых ветвях частотной характеристики с малым коэффициентом стабилизации, шире, чем при генерации на средней ветви частотной характеристики.

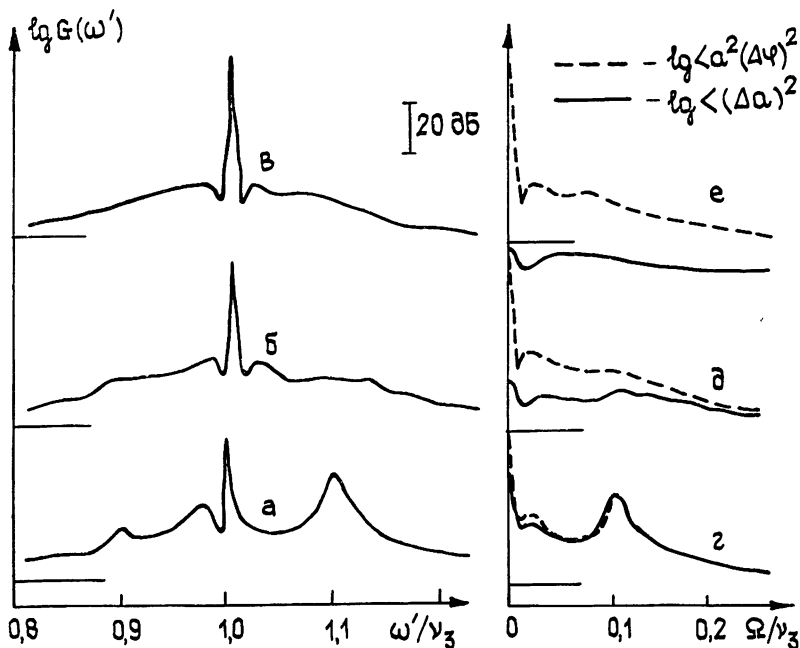


Рис. 6.

Форма спектральной плотности флуктуаций мощности в общем случае несимметрична даже в случае изохронного генератора (рис. 2б). Расстройка между парциальными частотами контуров (рис. 3б), запаздывание в нелинейном элементе (рис. 4б) приводят к дополнительной асимметрии спектра. При увеличении прочности предельного цикла спектральная линия становится симметричной. На рис. 6 изображены графики спектральной плотности флуктуаций мощности (а, б, в), фазовых и амплитудных (г, д, е) флуктуаций для точки В на частотной кривой (рис. 3а) при различных значениях прочности предельного цикла: а, г — $p = 0,2 \nu_3$, б, д — $p = 0,4 \nu_3$, в, е — $p = \nu_3$. При значении прочности предельного цикла $p = 0,2 \nu_3$ колебания находятся на границе устойчивости. Амплитудные флуктуации сравнимы по величине с фазовыми (рис. 6г). Корреляция между ними приводит к существенной несимметрии спектральной линии (рис. 6а). При увеличении прочности предельного цикла амплитудные флуктуации подавляются (рис. 6д), спектральная линия становится более симметричной (рис. 6б), устойчивость колебаний возрастает. Дальнейшее увеличение прочности предельного цикла приводит к увеличению устойчивости колебаний, спектральная линия становится симметричной (рис. 6в), боковые пики сглаживаются, амплитудные флуктуации существенно меньше фазовых (рис. 6е).

Спектр флуктуаций мощности трехконтурной автоколебательной системы имеет от одного до пяти максимумов в зависимости от параметров системы. При приближении частоты генерации к границе устойчивости изменением ν_1 возможно либо гашение колебаний, либо переход на другую частоту ω , соответствующую той же частоте генераторного контура ν_1 (например точки А и В на рис. 2а соответствуют одному и тому же значению ν_1). При этом наблюдается резкое возрастание боковых пиков в системе, так как структура пьедестала во многом определяется корнями уравнения устойчивости (см. (1)). Наиболее интен-

бывшими являются пики со стороны частоты, на которую возможен перескок, с другой стороны от центрального пика спектральной линии имеем пики меньшей интенсивности, обусловленные комбинационным взаимодействием. Так, в режиме генерации в точке B наблюдается увеличение шумов для частот анализа, близких к точке A , и наоборот.

Если интенсивность боковых пиков становится сравнимой с интенсивностью центрального пика, то применение в настоящей работе одночастотного приотклонения становится неправомерным. За счет появления многочастотных режимов области устойчивости при большом уровне флуктуаций в системе могут быть существенно меньше, чем области устойчивости, полученные непосредственно из характеристического уравнения.

Кроме пиков пьедестал может иметь резкие «провалы», обусловленные откачкой шумовой мощности в другой контур, при этом наблюдается увеличение спектральной плотности шумов на этих частотах во втором, промежуточном контуре.

Экспериментальное подтверждение основных теоретических закономерностей было получено на клистронном СВЧ генераторе диапазона 3 ГГц, стабилизированного по трехконтурной схеме стабилизации частоты с помощью внешнего сверхпроводящего резонатора с собственной добротностью $Q_3 = 2 \cdot 10^7$ [7, 8]. В проведенных экспериментах удалось реализовать величины спектральных плотностей амплитудных и фазовых шумов $S_\alpha(F) \leq 2 \cdot 10^{-18}$ 1/Гц, $S_\varphi(F) \leq 10^{-16}$ 1/Гц на частотах отстройки от несущей $F = 5 \div 10$ в диапазоне частот генерации 10% от f_3 при $\Delta f/f \leq 3 \cdot 10^{-11}$ за 1 с. Экспериментальная установка позволяла изменять парциальные частоты всех контуров схемы стабилизации частоты в пределах 10%, варьировать значения коэффициентов связи между контурами и менять запаздывание в активном элементе генераторного контура. Измерения подтвердили существенную неравномерность шумового пьедестала линии. Характер неравномерности пьедестала при фиксированном коэффициенте стабилизации и выходной мощности, снимаемой из контура генератора, существенным образом зависел от конкретного набора параметров: связей, расстроек парциальных частот и запаздывания. Наиболее неблагоприятными по шумам пьедестала являются режимы с расстройкой парциальных частот второго и третьего контуров. При этом средняя ветвь имеет сильно выраженную асимметрию, и максимальное значение коэффициента стабилизации реализуется на краю этой ветви. При приближении частоты генерации за счет изменения парциальной частоты генераторного контура к краю средней ветви наряду с увеличением коэффициента стабилизации S наблюдается значительное увеличение шума на нормальных частотах. Причем на нормальной частоте, ближней к частоте генерации, наблюдается наибольший рост шума, достигающий значений — 80 дБ относительно несущей, что хорошо согласуется с теорией. В работе [7] был сделан вывод о том, что для увеличения коэффициента стабилизации целесообразно вводить расстройку между промежуточным и стабилизирующим контурами. Результаты данной работы показывают, что при повышенных требованиях к шумам пьедестала следует избегать режимов, где максимальный коэффициент стабилизации достигается на краю средней ветви. Лучше использовать режимы, при которых максимальный коэффициент стабилизации достигается в центре средней ветви, при этом проигрыш в S не очень существен (приблизительно в два раза), а высота пьедестала значительно (на 5—6 порядков) ниже. «Поддувание» пьедестала на нормальных частотах переходит в развитую многочастотную генерацию. Наиболее легко реализуется двухчастотная генерация.

Таким образом, теоретические и экспериментальные исследования показали, что при разработке малощумящих многоконтурных автоколебательных систем необходимо проводить исследование их шумовых характеристик в некотором диапазоне отстроек от несущей, а не ограничиваться оценкой ширины спектральной линии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Минакова И. И., Панов В. И., Пашин С. И. // Вестник Московского ун-та. 1978. Сер. 3. № 2. С. 19.
2. Васильев А. Н., Минина Г. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 1. С. 71.
3. Хотунцев Ю. Л. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1982. Т. 25. № 1. С. 3.
4. Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах. — М.: Наука, 1968. — 660 с.
5. Зубиетов П. И., Минакова И. И., Минина Г. П., Панов В. И. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1981. Т. 24. № 7.
6. Капранов М. В., Кулешов В. Н., Уткин Г. М. Теория колебаний в радиотехнике. — М.: Наука, 1984. — 320 с.
7. Минина Г. П., Попельнюк В. Д. // Сб.: Современные проблемы стабилизации частоты. — М.: МЭИ. 1983. № 8. С. 40.
8. Брагинский В. Б., Панов В. И. Препринт МГУ № 811981. М., 1981.

Московский институт радиотехники,
электроники и автоматики

Поступила в редакцию
20 августа 1987 г.

INVESTIGATION OF NOISE SPECTRA OF MULTICIRCUIT OSCILLATORS

A. N. Vasil'ev, G. P. Minina, V. D. Popel'nyuk

The natural fluctuations in multicircuit oscillators with one non-linear element are considered. The general expressions for spectral density of power and amplitude and phase noise spectra are given. The noise characteristics of three circuit oscillator are investigated. The spectral line of multicircuit oscillator in general is asymmetrical due to the amplitude-phase correlation. The pedestal has a number of maxima. The influence of different parameters of oscillator on the noise characteristics are discussed.
