УДК 533.951

ОБ ОТРАЖЕНИИ МЕДЛЕННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ НЕОДНОРОДНЫХ ПОТОКОВ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЫ ПРИ НАЛИЧИИ ПЛАТО СКОРОСТИ

Л. А. Зелексон, В. Д. Пикулин

Рассматривается отражение электромагнитной волны от тонкого неоднородного по скорости слоя между покоящейся и движущейся вдоль очень сильного магнитного поля плазмой Показано, что если в точке синхронизма фазовой скорости волны и локальной скорости течения пространственная производная последней равна нулю, то при исчезающе малых значениях частоты столкновений ν и тепловой скорости электронов v_T волна полностью экранируется слоем. Если профиль скорости близок к кусочно-однородному, то волна, наоборот, полностью просачивается через слой.

Известно, что при близости фазовой скорости волны и скорости движения $v(x)$ плазмы, когда заряженные частицы находятся в синхронизме с продольным электрическим полем волны, между нею и плазмой происходит эффективный энергообмен (см., например, [1]). Его характер зависит как от соотношения между числом отстающих и опережающих волну синхронных частиц, т. е. от конкретных профилей скорости и концентрации плазмы в окрестности точки синхронизма $x=x_0$, так и от структуры поля. В частности, если в этой окрестности концентрация и поле не меняются, а $dv(x_0)/dx\neq 0$, то энергообмен определяется параметром

$$\lambda = -\pi\omega_p^2 \left.\frac{d^2 v/dx^2}{|dv/dx|^3}\right|_{x=x_0} \tag{1}$$

(ω_p — плазменная частота электронов), т. е. фактически знаком второй производной скорости потока в точке синхронизма [2, 3].

Вместе с тем в работе [4] показано, что под действием поля волны скорости опережающих и отстающих частиц со временем начинают выравниваться. Это соответствует образованию плато в профиле скорости $v(x)$. Естественно, что тогда производные функции $v(x)$ (по крайней мере первая из них) стремятся к нулю, а результаты работ [2, 3] становятся несправедливыми.

В связи с этим представляет интерес исследовать характер энергообмена в случае $dv/dx=0$ при $x=x_0$. Анализ будем проводить на примере задачи об отражении электромагнитной волны от потока замагниченной плазмы.

Пусть электронная плазма постоянной концентрации движется вдоль бесконечно сильного однородного магнитного поля (гирочастота электронов намного превышает ω_p), направленного по оси z декартовой системы координат, со скоростью $v(x)$,

$$v(x)=\begin{cases} 0, & x<-l_1, \\ v_{\max}\dfrac{1+(x/l_1)^{2n+1}}{1+(l_2/l_1)^{2n+1}}, & -l_1\leqslant x\leqslant l_2 \quad (n=1,2,\dots), \\ v_{\max}, & x>l_2 \quad (l_2<l_1). \end{cases} \tag{2}$$

Переходный слой между дрейфующей и покоящейся плазмой считается тонким по сравнению с длиной электромагнитной волны.

Из неподвижной среды на слой вида (2) под углом ϑ падает волна, поле которой пропорционально $\exp(i\omega t - ik_z(\omega)z)$. Согласно [5]

$$k_z(\omega) = \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_p^2 \sin^2\vartheta - \omega^2}}\,\frac{\omega}{c}\sin\vartheta. \tag{3}$$

Будем считать амплитуду волны малой и пренебрегать нелинейными эффектами. Тогда продольная компонента $E_z(x)$ электрического поля удовлетворяет уравнению [1]

$$\frac{d^2E_z}{dx^2} + k_x^2(x)E_z = 0. \tag{4}$$

Здесь

$$k_x^2(x) = \varepsilon(x)\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2\right),$$

$$\varepsilon(x) = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_z v)(\omega - k_z v - i\nu) - k_z^2 v_T^2},$$

ν — частота столкновений ($\nu \ll \omega$), v_T — тепловая скорость электронов ($v_T \ll v_{\max}$). Считается, что вне переходного слоя ν и v_T равны нулю.

Из формулы (3) следует, что при не слишком больших ($\omega < \omega_p \sin\vartheta$) частотах падающая волна может быть медленной ($k_z(\omega) > \omega/v_{\max}$), и тогда в уравнении (4) имеется особая точка x_0 ($v(x_0) = \omega/k_z$), вещественная при $\nu = v_T = 0$. Нас интересует, как указывалось выше, случай $dv/dx = 0$ при $x = x_0$ (т. е. фактически $x_0 = 0$), что для слоя (2) имеет место при $k_z(\omega) = [1 + (l_2/l_1)^{2n+1}]\,\omega/v_{\max}$. Отметим также, что при этом существенно отличие от нуля параметров ν и v_T в окрестности точки $x = 0$, иначе она не является правильной особой точкой уравнения (4), а его аналитического решения не существует.

Вне переходного слоя исходное уравнение имеет решения

$$E_z(x) = \begin{cases} \exp[ik_1(x + l_1)] + R\exp[-ik_1(x + l_1)], & x < -l_1, \\ T\exp[-ik_2(x - l_2)], & x > l_2. \end{cases} \tag{5}$$

Здесь R и T — соответственно коэффициенты отражения и прохождения (по амплитуде) волны, k_1 и k_2 — поперечные волновые числа в покоящейся и движущейся плазме. В выражениях (5) учтено то обстоятельство, что в неподвижной замагниченной плазме фазовая и групповая скорости антипараллельны, а в движущейся со скоростью $v_{\max} > \omega/k_z$ — параллельны.

Поле $E_z(x)$ внутри слоя в силу того, что он очень тонок, ищем в виде ряда по степеням малого параметра $k_z^2(l_1 + l_2)^2$:

$$E_z(x) = E_0(x) + E_1(x) + \ldots \tag{6}$$

Первый член этого ряда, получаемый интегрированием уравнения (4) без малого члена, содержащего $k_x(x)$, имеет вид

$$E_0(x) = C_1 + C_2 x. \tag{7}$$

Последующие члены ряда (6) определяются итерационной формулой

$$E_{m+1}(x) = k_z^2 \int_{-l_1}^{x} (x - \xi)\,\varepsilon(\xi) E_m(\xi)\,d\xi, \quad m = 0, 1, 2, \ldots \tag{8}$$

Произвольные постоянные, входящие в (5), (7) и (8), как обычно, находятся из условий непрерывности полей и их производных на краях слоя.

Так, для коэффициентов отражения и прохождения с точностью до малых членов порядка $|k_{1,2}|(l_1+l_2)$ получаем следующие выражения:

$$R = \frac{k_1+k_2+i\gamma}{k_1-k_2-i\gamma}, \qquad T = \frac{2k_1}{k_1-k_2-i\gamma}, \tag{9}$$

где $\gamma = \int\limits_{-l_1}^{l_2} k_x^2(x)\,dx$. Приведем также выражения для величины $W = |R|^2 - |T|^2 k_2/k_1 - 1$, пропорциональной разности между потоками энергии вторичных (отраженной и прошедшей) и первичной (падающей) волн:

$$W = \frac{-4k_1 \operatorname{Im}\gamma}{(k_1-k_2+\operatorname{Im}\gamma)^2+(\operatorname{Re}\gamma)^2}. \tag{10}$$

Отметим, что формулы (9) совпадут с соответствующими выражениями в работе [6], где считалось $dv/dx \neq 0$ при $x = x_0$, если при этом параметр γ заменить на λ, определяемый соотношением (1).

В рассматриваемом здесь случае конкретные выражения для коэффициента γ приведены в Приложении. Из них следует, что его величина, а в соответствии с (10) и характер энергообмена, зависит уже не от второй производной скорости потока в точке синхронизма, а от соотношения между параметрами ν, v_T и числом n, определяющим эффективный размер плато.

Так, для не слишком больших значений n, когда профиль скорости существенно отличается от кусочно однородного, при исчезающе малых значениях ν и v_T (но конечных, хотя и малых $k_z(l_1+l_2)$) величина $|\gamma| \to \infty$ (см. формулы (П.3) — (П.5) Приложения). Тогда, как следует из соотношений (9) и (10), волна полностью отражается слоем ($R=-1$, $T=W=0$). Этот эффект аналогичен экранированию волны ТМ-поляризации, падающей на неоднородный плазменный слой с нулем или полюсом диэлектрической проницаемости $\varepsilon(x)$ порядка выше первого [7, 8], и обусловлен неаналитичностью поля волны в окрестности точки $x=0$ при $\nu=v_T=0$.

Заметим, что если параметры ν и v_T конечны, то, как видно из формул (П.3) — (П.5), всегда $\operatorname{Im}\gamma<0$, и в результате $W>0$.

В случае больших значений n, удовлетворяющих условию

$$n \gg r^{1/r}, \tag{11}$$

в соответствии с выражением (П.6) параметр $\gamma \sim \ln n/n \to 0$. Тогда величина $W \to 0$. В этом случае число частиц в слое, имеющих скорость порядка ω/k_z и эффективно взаимодействующих с потоком, очень мало. Таким образом, при наличии в кусочно-однородном слое малой, но в соответствии с (11) конечной диссипации резонансный энергообмен волны с плазмой несуществен. Необходимо указать, что основные результаты данной статьи справедливы и для случая совпадения фазовой скорости волны с максимальной скоростью струи замагниченной плазмы.

В заключение сопоставим рассмотренную в настоящей работе ситуацию с резонансным взаимодействием акустической волны со сверхзвуковым неоднородным потоком жидкости или газа. Как известно, для такого рода задач [9, 10], в отсутствие в профиле скорости точек перегиба или плато это взаимодействие, как и в плазме, полностью определяется параметром, аналогичным (1). Случай же $dv/dx = 0$ при $x=x_0$ в литературе также не рассматривался. Однако можно заметить следующее.

При равенстве нулю даже первых s ($s = 1, 2, \dots$) производных скорости течения в точке $x = x_0$ его синхронизма с фазовой скоростью звука особая точка волнового уравнения, как это нетрудно показать, всегда остается правильной, а следовательно, сохраняется и аналитичность поля волны. Таким образом, результаты работ [9,10] качественно не меняются и в случае $d^s v/dx^s = 0$ при $x = x_0$, если соответствующий «акустический» параметр λ считать пропорциональным отношению не второй и первой, как в (1), а $(s+2)$-й и $(s+1)$-й производных скорости потока в точке синхронизма.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Параметр γ для слоя (2) с точностью до малых членов порядка $k_z(l_1+l_2)$ сводится к табличному интегралу. В результате вычислений получаем

$$\gamma = \frac{\omega_p^2 l_1\left[1+\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{2n+1}\right]}{(2n+1)v_{\max}^2\sqrt{4r-s^2}}\left[\delta_1^{2n} f(\delta_1) - \delta_2^{2n} f(\delta_2)\right]. \qquad (\text{П.1})$$

Здесь

$$f(\delta) = \ln\frac{1+(l_2/l_1)\delta}{1-\delta} + \sum_{k=0}^{n-1}\left[\left(2\operatorname{arctg}\frac{(l_2/l_1)\delta\sin\varphi_k}{1-(l_2/l_1)\delta\cos\varphi_k} - 2\operatorname{arctg}\frac{-\delta\sin\varphi_k}{1+\delta\cos\varphi_k}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\sin\varphi_k - \ln\frac{(l_2^2/l_1^2)\delta^2 - 2(l_2/l_1)\delta\cos\varphi_k + 1}{\delta^2 + 2\delta\cos\varphi_k + 1}\cos\varphi_k\right], \qquad \varphi_k = \frac{2k+1}{2n+1}\pi,$$

$$\delta_{1,2} = (-\alpha_{1,2})^{\frac{-1}{2n+1}}, \qquad \alpha_{1,2} = -\frac{is}{2} \pm \sqrt{r - \frac{s^2}{4}},$$

$$s = \frac{\nu}{\omega} \ll 1, \qquad r = \left[1+\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{2n+1}\right]\frac{v_T^2}{v_{\max}^2} \ll 1.$$

1. Пусть число n не очень велико, так что $2n+1 \ll 1/|\alpha_{1,2}|$. Тогда $|\delta_{1,2}| \gg 1$, и выражение (П.1) упрощается:

$$\gamma = \frac{-i\pi\omega_p^2 l_1}{(2n+1)v_{\max}^2\sqrt{4r-s^2}}\left[1+\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{2n+1}\right]\left(\delta_1^{2n} - \delta_2^{2n}\right). \qquad (\text{П.2})$$

Приведем теперь значения коэффициента γ при различных предельных соотношениях между параметрами r и s.

При $r \gg s^2$ из (П.2) следует

$$\gamma = \frac{\pi\omega_p^2 l_1}{(2n+1)v_{\max}^2}\left[1+\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{2n+1}\right] r^{-\frac{4n+1}{4n+2}} e^{-\frac{3i\pi}{4n+2}}\cos\frac{\pi n}{2n+1}. \qquad (\text{П.3})$$

Если же, наоборот, $r \ll s^2$, то для γ получаем выражение

$$\gamma = \frac{\pi\omega_p^2 l_1\left[1+(l_2/l_1)^{2n+1}\right]e^{(3i\pi n)/(2n+1)}}{(2n+1)v_{\max}^2\,(sr^{2n})^{1/(2n+1)}}. \qquad (\text{П.4})$$

В случае равенства $r = s^2/4$

$$\gamma = \frac{2\pi n\omega_p^2 l_1}{(2n+1)^2 v_{\max}^2}\left[1+\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{2n+1}\right] r^{-(4n+1)/(2n+1)} e^{3i\pi n/(2n+1)}. \qquad (\text{П.5})$$

2. Для больших значений $n \gg |\alpha_{1,2}|^{-1}$ верно

$$\delta_{1,2} \simeq 1 - \frac{1}{2n}\ln(-\alpha_{1,2}), \qquad \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{2n+1} \ll 1.$$

В результате из (П.1) следует

$$\gamma = -\frac{\omega_p^2 l_1}{2rv_{\max}^2}\frac{\ln n}{n}\left(1-\frac{2\ln r}{r\ln n}\right), \tag{П.6}$$

и при выполнении условия (11) величина $|\gamma| \ll 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимофеев А. В. // УФН. 1970. Т. 102. Вып. 2 С 185
2. Андреев Н. Е., Кирий А. Ю., Панченко М. А. и др // Физика плазмы. 1977. Т. 3. № 6. С. 1273.
3. Гавриленко В. Г., Зелексон Л. А // Изв вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20 № 7. С. 982
4. Пикулин В. Д, Степанов Н. С // Тезисы докл VIII Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн — М: 1981. Т. 3. С. 265.
5. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967. С. 157.
6. Гавриленко В. Г., Зелексон Л. А. // Тезисы докл VII Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн. — Ростов-на-Дону: Гос ун-т, 1977. Т. 1. С. 123.
7. Кондратьев И. Г., Миллер М. А. // Изв. вузов Радиофизика. 1968. Т. 11. № 6 С. 885.
8. Бакунов М. И., Денисов Н Г., Зелексон Л. А. // Изв. вузов Радиофизика. 1986. Т. 29 № 4 С. 408.
9. Фабрикант А. Л. // Акуст журн 1976. Т. 22. Вып 1 С 106.
10 Гавриленко В. Г., Зелексон Л А // Акуст. журн. 1977. Т 23 Вып 6. С. 867.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 11 сентября 1987 г.

ON THE REFLECTION OF THE SLOW ELECTROMAGNETIC WAVES FROM MAGNETIZED PLASMA INHOMOGENEOUS STREAMS WITH VELOCITY PLATEAU

L A. Zelekson, V. D. Pikulin

The article depicts an electromagnetic wave reflection by a layer of inhomogeneous speed between plasmas moving and unmoving along powerful magnetic field. It is shown that in the case when the local stream speed spatial derivation is equal to zero at the point of coinicidence of the phase wave speed and local stream speed, the wave is reflected completely by the layer at vanishing values of collision frequency and electron thermal speed. The wave passes through the layer when the speed profile is approaching the partially homogeneous one.