

2. Гурвич А. С., Татарский В. И. // Изв. вузов. Радиофизика, 1973. Т. 16. № 3. С. 434.
3. Diament P., Teich C. M. // J. Opt. Soc. Amer., 1970. Т. 60. № 11. Р. 1489.
4. Мирзаев А. Т., Маматкулов М. Н., Расулов И. К. // Квантовая электроника. 1986. Т. 13. № 10. С. 2123.
5. Дерюгин И. А., Курашов В. Н., Абдуллаев Р. А., Настич В. Н. // Изв. АН СССР. Сер. Физ. 1973. Т. 37. № 10. С. 2115.

Ташкентский государственный университет

Поступила в редакцию 17 ноября 1987 г.

УДК 621.378.325

О КОМПЕНСАЦИИ НЕЛИНЕЙНОЙ РАСХОДИМОСТИ СВЕТОВОГО ПУЧКА С ПОМОЩЬЮ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОКУСИРОВКИ

И. Ю. Полякова, А. П. Сухоруков

В настоящее время выполнено много работ по нелинейной адаптивной оптике. Основные направления исследований в этой области связаны с уменьшением влияния нелинейной среды на пространственно-угловые характеристики световых пучков [1-5]. Однако большинство работ посвящено изучению проблемы оптимальной фокусировки световых пучков на мишень, расположенную в зоне дифракции Френеля (волновой параметр не превышает единицу). В то же время на практике встречаются ситуации, когда интерес представляет угловая расходимость пучка в зоне дифракции Фраунгофера (волновой параметр много больше единицы).

В данной работе проведен расчет угловой расходимости излучения, формируемой в слое нелинейной среды с керровской нелинейностью. Такая нелинейность характерна для сред, обладающих центром инверсии [6]. В этом случае диэлектрическая проницаемость среды имеет вид $\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_2 |E|^2$. При анализе различных способов компенсации нелинейной расходимости получены достаточно универсальные выражения для оптимальных величин мощности, начальной фокусировки пучка и толщины среды, при которых достигается минимальная расходимость излучения.

1. Угловая расходимость в нелинейной среде. Заладим допустимое уширение по поперечному сечению пучка в дальнем поле равным $N=2$, в соответствии с этим будем определять условия, которым должны удовлетворять параметры пучка и среды. В данном случае малая угловая расходимость излучения и малая нелинейность позволяют использовать для описания поведения пучка в нелинейной дефокусирующей среде ($\epsilon_2 < 0$) безабберационное приближение. Комплексную амплитуду пучка, имеющего начальный гауссов профиль, ширину a , начальную расходимость θ_0 , положим равной [7]

$$E(z, r) = \frac{E_0}{f(z)} \exp\left(\frac{-r^2}{a^2 f^2(z)}\right) \exp\left(\frac{-ikr^2}{2f} \frac{df}{dz} + i\varphi(z)\right).$$

Здесь z, r — продольная и поперечная координаты, $f(z)$ — безразмерная ширина пучка, которая удовлетворяет уравнению [7]

$$d^2 f / d\zeta^2 = (1 + \alpha_{нл}) / f^3 \quad (1)$$

с граничными условиями при $\zeta=0$ $f(0)=1$, $df(0)/d\zeta = -\theta_0$. Здесь ζ — продольная координата, нормированная на дифракционную длину l_d , $\alpha_{нл} = P_0/P_{св}$ — параметр нелинейности (отношение начальной мощности к характерной мощности самовоздействия $P_{св} = c^2 \epsilon_0 \lambda^2 / 32 \pi^2 |\epsilon_2|$), в дефокусирующей среде $\alpha_{нл} > 0$, θ_0 — начальная угловая расходимость пучка, нормированная на его дифракционную расходимость θ_d .

После прохождения нелинейного слоя толщиной $L = l_{ср}/l_d$ пучок приобретает полную угловую расходимость:

$$\vartheta^2 = \left(\frac{df}{d\zeta}\right)^2 \Big|_{\zeta=L} + \frac{1}{f^2} \Big|_{\zeta=L}. \quad (2)$$

Подставляя в (2) известное решение уравнения (1) $f^2 = (1 - L\theta_0)^2 + L^2(1 + \alpha_{нл})$, находим окончательно выражение для угловой расходимости пучка после выхода из нелинейной среды:

$$\vartheta^2 = \vartheta_0^2 + 1 + \alpha_{нл} - \alpha_{нл} / [(1 - L\theta_0)^2 + L^2(1 + \alpha_{нл})]. \quad (3)$$

Из последней формулы видно, что при любой толщине нелинейного слоя расходимость пучка не превышает значения $\vartheta_{\infty}^2 = 1 + \alpha_{нл}$.

Из полученного выражения (3) определим область параметров $\alpha_{нл}$, L , ϑ_0 , в которой расходимость пучка не превышает дифракционную более чем в \sqrt{N} раз, т.е. $\theta^2 \leq N\theta_d^2$, а также найдем оптимальные значения $\alpha_{нл}$, L , ϑ_0 , при которых достигается минимальная угловая расходимость $\min \theta^2$.

2. Угловая расходимость при различной мощности пучка и толщине нелинейного слоя. Используя (3), находим на плоскости (ϑ_0, L) семейство кривых, ограничивающих области, внутри которых $\theta^2 < N\theta_d^2$ при различных значениях мощности пучка или нелинейного параметра $\alpha_{нл}$ (см. рис. 1, сплошные кривые):

$$\frac{\vartheta_0 - \sqrt{(1 + \alpha_{нл} - \vartheta_0^2)/(\vartheta_0^2 + \alpha_{нл} - 1)}}{\vartheta_0^2 + 1 + \alpha_{нл}} \leq L \leq \frac{\vartheta_0 + \sqrt{(1 + \alpha_{нл} - \vartheta_0^2)/(\vartheta_0^2 + \alpha_{нл} - 1)}}{\vartheta_0^2 + 1 + \alpha_{нл}}. \quad (4)$$

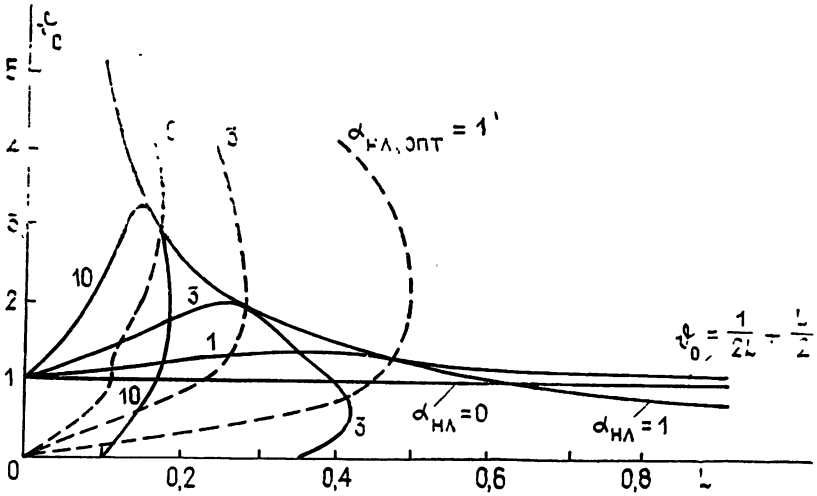


Рис. 1.

Из (4), в частности, следует, что при малой нелинейности ($\alpha_{нл} \ll 1$) протяженность нелинейного слоя может быть произвольной, если только $\vartheta_0 \leq 1 - \alpha_{нл}$.

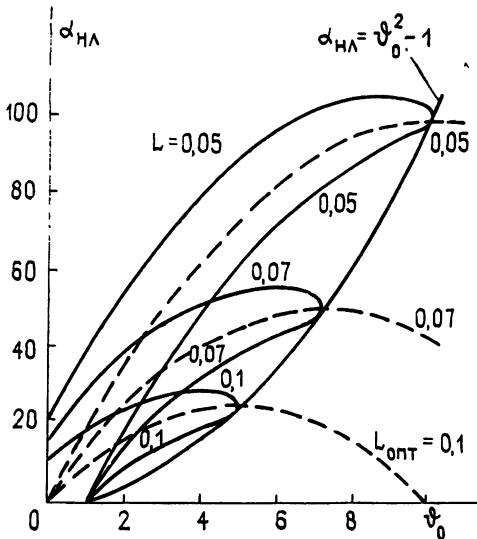


Рис. 2.

При подборе толщины нелинейного слоя условие $\theta^2 \leq 2$, как следует из (3), будет выполнено на плоскости $(\vartheta_0, \alpha_{нл})$ для различных L в пределах областей (см. рис. 2, сплошные кривые)

$$\frac{(1 - L\vartheta_0)\vartheta_0 - \sqrt{1 + L^2 - 2L\vartheta_0}}{L} \leq \alpha_{нл} \leq \frac{(1 - L\vartheta_0)\vartheta_0 + \sqrt{1 + L^2 - 2L\vartheta_0}}{L}. \quad (5)$$

Используя (4) и (5), легко найти огибающие семейств пограничных кривых рис. 1 и рис. 2:

$$\vartheta_0 = 1/2L + L/2; \quad (6)$$

$$\alpha_{нл} = \vartheta_0^2 - 1. \quad (7)$$

Выше огибающей (6) и ниже огибающей (7) расходимость пучка превышает выбранный нами уровень $N=2$. Условие минимума расходимости (3) дает выражение для оптимальной мощности пучка $\alpha_{нл, опт} L^2 = f_0 - f_0^2$, где $f_0 = \sqrt{(1 - L\vartheta_0)^2 + L^2}$ — ширина пучка на выходе из среды в отсутствие нелинейности, и оптимальной толщины нелинейного слоя $L_{опт} = \vartheta_0 / (\vartheta_0^2 + 1 + \alpha_{нл})$. Оптимальные кривые, представляющие собой линии уровней $\alpha_{нл, опт} = \text{const}$ и $L_{опт} = \text{const}$, показаны на рис. 1, 2 пунктиром. Полная угловая расходимость в оптимальных режимах имеет вид $\vartheta^2(\alpha_{нл, опт}) = 2(L\vartheta_0 + f_0 - 1)/L^2$ и $\vartheta^2(L_{опт}) = (\vartheta_0^2 + 1 + \alpha_{нл}) / (1 + \alpha_{нл})$. Очевидно, что кривые $\vartheta^2(\alpha_{нл, опт}) = 2$ и $\vartheta^2(L_{опт}) = 2$ совпадают с огибающими (6), (7) семейств кривых (4) и (5).

3. Оптимальная фокусировка пучка. Оптимальное управление начальной фокусировкой для компенсации нелинейных искажений пучка наиболее часто применяется на практике [8, 9]. Как и в предыдущем случае, для ограничивающих кривых справедливо выражение (5). Однако теперь параметром семейства является не длина среды, а начальная фокусировка (см. рис. 3а, сплошные кривые). Над огибающей данного семейства кривых полная угловая расходимость достаточно велика ($\vartheta^2 > 2$), ниже огибающей — $\vartheta^2 < 2$.

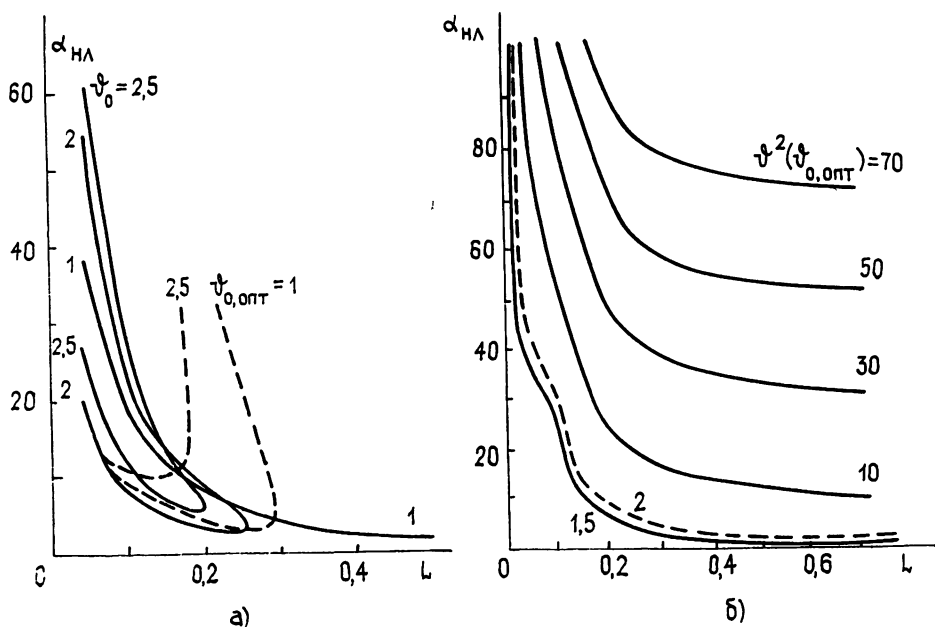


Рис. 3.

Из рис. 3а видно, что при малых ϑ_0 ($\vartheta_0 < 1$) в широком диапазоне значений L условие $\vartheta^2 < 2\vartheta_0^2$ выполнено. При этом чем больше толщина среды L , тем меньше должна быть величина параметра нелинейности, соответствующая границе области (5). Область в данном случае ограничивается незамкнутой кривой. При больших ϑ_0 ($\vartheta_0 > 1$) ограничивающая кривая становится замкнутой, диапазон допустимых значений L существенно сужается. Ясно, что малым L соответствуют области с большей мощностью.

В пределах каждой области можно дополнительно уменьшить расходимость излучения. Минимальная угловая расходимость достигается при оптимальном значении начальной фокусировки ($\partial\vartheta/\partial\vartheta_0, опт = 0$), которое находится из следующего уравнения пятой степени:

$$\vartheta_0, опт = L\alpha_{нл} / (f^4 + L^2\alpha_{нл}), \quad (8)$$

где f представляет собой решение уравнения (1).

Данное уравнение (8) решалось численными методами. Полученные результаты использовались для построения линий уровней $\vartheta_0, опт$ (см. рис. 3а, пунктир).

В большинстве практически важных случаев $\alpha_{нл} \gg 1$ и оптимальная фокусировка

ка эффективна лишь для относительно тонких слоев нелинейной среды ($L \ll 1$). На малых длинах ширина пучка практически не изменяется. Поэтому в (8) полагаем ширину пучка в первом приближении $f_1 \approx 1$, после чего находим

$$\vartheta_{0, \text{опт}}^{(1)} = L\alpha_{\text{нл}} / (1 + L^2\alpha_{\text{нл}}). \quad (9)$$

Во втором приближении, подставляя (9) в выражение для безразмерной ширины f , имеем $f_{\text{II}}^2|_{c=L} = (1 + L^2\alpha_{\text{нл}})^{-2} + L^2(1 + \alpha_{\text{нл}})$. Отсюда, используя (8), получим вторую аппроксимационную формулу

$$\vartheta_{0, \text{опт}}^{(2)} = L\alpha_{\text{нл}} / [(1 + L^2\alpha_{\text{нл}})^{-2} + L^2(1 + \alpha_{\text{нл}})^2 + L^2\alpha_{\text{нл}}]. \quad (10)$$

Сравнение результатов численных расчетов $\vartheta_{0, \text{опт}}$ со значениями $\vartheta_{0, \text{опт}}^{(2)}$, полученными из выражения (10), дает хорошее соответствие. На рис. 3б представлены изолинии полной расходимости $\vartheta^2(\vartheta_{0, \text{опт}})$ как функции L и $\alpha_{\text{нл}}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П. // Изв. АН СССР. Сер. Физ. 1978. Т. 42. № 12. С. 2547.
2. Харди Дж. У. // ТИИЭР. 1978. Т. 66. № 6. С. 31
3. Адаптивная оптика // Сб статей / Под ред. Витриченко Э. А. — М.: Мир, 1980.
4. Freeman R. H., Pearson J. E. // Appl. Opt. 1982. V. 21. P. 585.
5. Glaser J. // Opt. Commun. 1982. V. 40. P. 161.
6. Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В. // УФН. 1967. Т. 93. № 1. С. 19.
7. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн — М.: Наука, 1979.
8. Сухоруков А. П., Трофимов В. А. // Квантовая электроника. 1985. Т. 12. № 8. С. 1617.
9. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Трофимов В. А. // Квантовая электроника. 1984. Т. 14. № 4. С. 663.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
5 ноября 1987 г.

УДК 539.3

О СОБСТВЕННЫХ ФОРМАХ КОЛЕБАНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ЛОКАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

Р. А. Дудник, В. В. Тамойкин, Э. А. Фияксель

Анализу вибрационных характеристик тонких цилиндрических оболочек (ЦО) с неоднородностями типа присоединенная масса посвящен целый ряд работ [1, 2], где определены собственные частоты низших форм колебаний оболочки. В работе [2] исследованы как низкочастотные, так и высокочастотные спектры собственных колебаний ЦО, найдены только симметричные собственные функции системы, кроме того, не рассмотрены вопросы об ортогональности этих функций. Отметим, что для практических приложений, в первую очередь для изучения особенностей звукоизлучения неоднородной ЦО, представляет интерес построение полной ортогональной системы собственных функций колебаний неоднородной ЦО, которая позволяла бы наглядно проиллюстрировать влияние неоднородности как на изменение собственных частот ЦО, так и на распределение собственных форм колебаний нормальной составляющей вибрационной скорости ЦО.

С этой целью в настоящей работе рассмотрена модель ЦО неограниченной длины, вдоль образующей которой (при $\varphi = \pi$) жестко закреплена неоднородность, имеющая локальные размеры по азимуту и характеризуемая погонными массой m_0 и моментом инерции I_0 относительно поворота вокруг нормали к поверхности оболочки. Данная простейшая модель позволяет провести анализ низкочастотных азимутальных колебаний оболочки и получить выражения для собственных чисел задачи в аналитическом виде.

Рабочие уравнения задачи о собственных колебаниях ЦО получены с помощью принципа наименьшего действия в приближении технической теории оболочек [3] без учета тангенциальных сил инерции оболочки, эти уравнения приведены в работе [4]. Для низкочастотных азимутальных форм колебаний можно получить следующие со-