

УДК 538.566.5:537.226

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УСИЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ С СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКОМ

М. В. Кононов, С. В. Кошевая

Проанализировано влияние на параметрическое усиление электромагнитной волны в волноводе с сегнетоэлектриком факторов, уменьшающих эффективность усиления, — высокочастотного эффекта Керра, диссипации, наличия несинхронной накачки на соседней моде волновода, обмена энергией различных мод.

Возможность достижения чрезвычайно малых шумовых температур привлекает интерес к исследованию параметрического взаимодействия электромагнитных волн СВЧ диапазона, в том числе с использованием низкотемпературных сегнетоэлектриков в параэлектрической фазе и виртуальных сегнетоэлектриков [1-5]. Ранее анализировался колебательный режим работы параметрического усилителя, в качестве нелинейного элемента использовался либо сегнетоэлектрический конденсатор [1, 2], либо распределенный резонатор [3, 4]. Тем не менее представляется интересным проанализировать применимость режима бегущей волны. Такая система более широкополосна, чем резонансная, и должна обладать большей стабильностью в работе [5].

Поскольку сегнетоэлектрик в параэлектрической фазе в СВЧ диапазоне не обладает собственной дисперсией, для достижения синхронизма необходимо выбирать параметры электродинамической системы такими, чтобы частота сигнала, холостая частота и накачка лежали в области сильной дисперсии волновода.

В наиболее распространенной квадратично-нелинейной параметрической системе для этого приходится использовать высшую моду волны накачки. Однако помимо синхронизма требуется обеспечить достаточно большую величину интеграла перекрытия для взаимодействующих волн [6], что в этом случае оказывается достаточно сложным [7].

В волноводе с кубически нелинейной средой все три взаимодействующие волны могут быть выбраны достаточно близкими по частоте. Кроме того в интеграл перекрытия собственная функция волны накачки входит дважды:

$$I_{1233} = \int_{s_{\perp}}^{\wedge} \hat{a} : e_1 e_2^* e_3 e_3^* ds_{\perp} . \quad (1)$$

индексы 1, 2, 3 соответственно обозначают волну сигнала, холостой частоты и накачки, \hat{a} — тензор, описывающий нелинейные свойства заполняющей волновод среды, и если холостая частота возбуждается на той же моде, что и волна сигнала (например основной), то для любой моды волны накачки (1) будет отличным от нуля.

Параметрическое взаимодействие в волноводе с кубически нелинейной средой описывается системой уравнений, которая может быть получена методом медленно меняющихся амплитуд с применением интегрирования по поперечному сечению волновода, позволяющего учесть распределение полей в волноводе [6]. При условии подавления взаи-

модействия с верхними холостыми частотами и гармониками волны накачки (как условие их подавления с помощью дисперсии волновода могут быть использованы результаты, полученные для квадратично-нелинейной среды [6], однако с учетом того, что в данном случае в уравнения входит квадрат волны накачки). В приближении постоянной амплитуды накачки ($A_3 = \text{const}$) эта система преобразуется в уравнение второго порядка

$$\partial^2 A_1 / \partial z^2 - i\delta_1 (\partial A_1 / \partial z) - D_1 D_2 |A_3|^4 A_1 = 0, \quad (2)$$

где $D_n = 3\omega_n^2 / (8c^2 h_n) I_{1233}$, $\delta_1 = h'_1 + h'_2 - 2h'_3$, I_{1233} — интеграл перекрытия (1), ω_n, h_n — соответственно частота и постоянная распространения (в волноводе) волны. Поскольку считается, что $A_3 \gg A_1, A_2$, высокочастотный эффект Керра учтен в виде поправок к фазовым расстройкам $h'_n = h_n - 2D_n |A_3|^2$, $n = 1, 2$, $h'_3 = h_3 - D_3 |A_3|^2$.

При отсутствии линейной фазовой расстройки ($2D_3 = D_1 + D_2$) $D_1 = D_3 - \Delta D$ и $D_2 = D_3 + \Delta D$, инкремент равен

$$\Gamma = \sqrt{D_3^2 - \Delta D^2 - D_3^2} = i\Delta D.$$

Следовательно, высокочастотный эффект Керра в отсутствие дисперсии срывает усиление. Фазовую расстройку, обусловленную эффектом Керра, необходимо скомпенсировать положительным значением Δh . Так как для волноводов обычно $d^2 h / d\omega^2 < 0$, это означает необходимость, как в случае квадратичной нелинейности, использования высшей моды волны накачки.

Поскольку волновод используется в многомодовом режиме, на процесс параметрического усиления будет оказывать влияние возможность нелинейного модового преобразования, а также взаимодействие с соседними модами волны накачки, если они возбуждаются на стыке линейной и нелинейной областей волновода.

Перейдем к анализу влияния на параметрическое усиление указанных факторов. Сначала получим критерий возможности пренебрежения нелинейным модовым преобразованием (как на частоте накачки, так и на холостой частоте, которая из соображений минимизации шумовых свойств выбирается обычно выше частоты сигнала, т. е. фазовая расстройка соседних мод на этой частоте минимальна).

Пусть на частоте ω_1 , отличной от частоты накачки, могут распространяться по крайней мере две волны, для которых интеграл перекрытия при взаимодействии с накачкой отличен от нуля. При этом будем пренебрегать перекачкой энергии между волнами различных частот. Такой тип взаимодействия может быть описан системой уравнений, которая получается аналогично (2):

$$\partial \rho_1 / \partial \zeta = -\rho_2 \sin \vartheta, \quad \partial \rho_2 / \partial \zeta = \rho_1 \sin \vartheta, \quad (3)$$

$$\partial \vartheta / \partial \zeta = (\rho_1^2 - \rho_2^2) / (\rho_1 \rho_2) \cos \vartheta + \delta,$$

где ρ_1, ρ_2, ρ_0 — соответственно амплитуды двух взаимодействующих волн и волны накачки, которую считаем не зависящей от ζ ,

$$\delta = [(I_{2233} - I_{1133}) + \Delta / (6\rho_0^2 B)] / I_{1233}, \quad \zeta = (6I_{1233}\rho_0^2 B)z, \quad (4)$$

$\vartheta = \varphi_2 - \varphi_1 + \Delta z$, φ_1 и φ_2 — фазы волн, h_1 и h_2 — их постоянные распространения, $B = \omega_1^2 / (8c^2 h_1)$. Принадлежность к взаимодействующим волнам в (4) обозначена соответственно индексами 1, 2, 3, $\Delta = h_1 - h_2$.

Система уравнений (3) имеет два интеграла, которые для продольных граничных условий $\rho_1|_{\zeta=0} = 1, \rho_2|_{\zeta=0} = 0, \vartheta|_{\zeta=0} = \pi/2$ имеют вид

$$\rho_1^2 + \rho_2^2 = 1, \quad \rho_1 \rho_2 \cos \vartheta + \rho_1^2 + (\delta + 2)\rho_2^2 / 2 = 1,$$

откуда следует соотношение, связывающее амплитуду ρ_1 одной из участвующих в модовом преобразовании волн с разностью фаз волн:

$$\vartheta = \arccos[-\delta \sqrt{1 - \rho_1^2} / (2\rho_1)]. \quad (5)$$

На рис. 1 а приведен график зависимости (5) для различных значений эффективной фазовой расстройки $\delta=1; 1,5; 2; 3; 5; 10$ (кривые 1—6). Наложение условия $\vartheta=\pi$ позволяет получить из (5) соотношения, связывающие экстремальные значения амплитуд волн с величиной расстройки:

$$\rho_{1, \min} = \delta/\sqrt{4+\delta^2}, \quad \rho_{2, \max} = 2/\sqrt{4+\delta^2}. \quad (6)$$

Эти соотношения являются критерием необходимости учета модового преобразования и позволяют определить требования к волноводу для предотвращения такого взаимодействия.

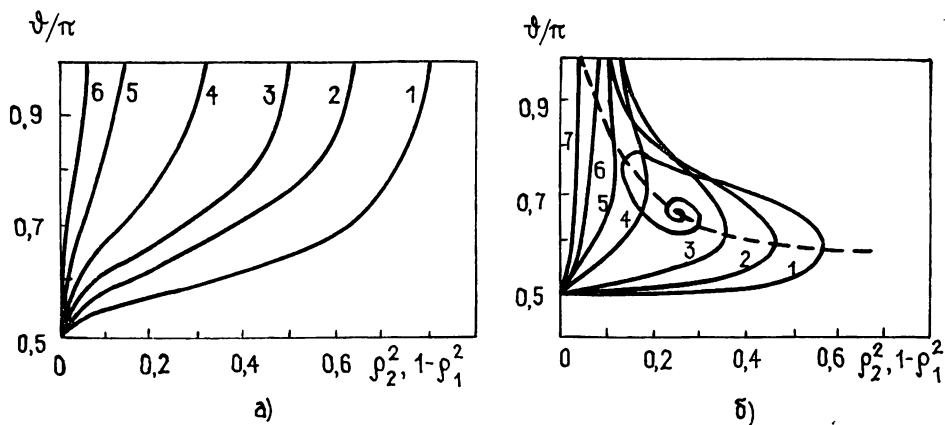


Рис. 1.

Перейдем к рассмотрению модового преобразования на частоте волны накачки. В этом случае воспользоваться приближением заданного поля нельзя и расчеты будут иметь более сложный вид. Для однозначности ограничимся модами LE_{10} и LE_{30} прямоугольного волновода, однородно заполненного диэлектриком. На рис. 1б приведен аналогичный рис. 1а график зависимости $\vartheta(\rho_1^2)$ для различных значений эффективной расстройки $\gamma=0,5; 0,7; 1; 2; 3; 5; 10$ (кривые 1—7). В этом случае имеется локальный минимум при $\vartheta=\pi$, причем для расстроек γ , меньше некоторой критической, процесс модового преобразования приводит асимптотически к стационарному состоянию (кривая 1). Линия стационарных состояний соответствует также и положению локальных максимумов ρ_1^2 и описывается функцией $\vartheta = \arccos[-\rho_1 \times (2K\rho_2)^{-1}]$. На рис. 1б она показана пунктиром, $K=I_{1122}/I_{1112}$.

Отличие γ от δ ($(I_{2233} - I_{1133})/I_{1233}$) определяется типом волновода и конфигурацией полей взаимодействующих мод. Как показывают оценки, его значение порядка единицы. С учетом этого на основе сравнения рис. 1а и 1б можно сделать вывод, что более критичным оказывается требование пренебрежения модовым преобразованием на частоте, отличной от частоты накачки. Если к этому добавить, что частота сигнала меньше холостой, то достаточным оказывается анализ для холостой частоты. Таким образом, критерий (6) может использоваться как требование к дисперсии волновода, применяемого для реализации параметрического усиления, дополнительно к критериям [8].

Проанализируем влияние на эффективность параметрического усиления соседних (несинхронных) мод волны накачки. Как следует из дисперсионных характеристик волноводов, если одно из поперечных волновых чисел имеет действительное значение, расстройка из всех соседних мод оказывается минимальной у основной и ближайшей высшей мод и с увеличением поперечного волнового числа растет. Если параметры волновода подбираются из условия компенсации высокочастотного эффекта Керра для одной из высших мод волны накачки, ближайшей несинхронной оказывается соседняя мода, характеризующаяся более

высоким значением эффективной диэлектрической проницаемости, например основная мода (несинхронная волна накачки) и ближайшая высшая (синхронная волна накачки). Далее ограничимся именно этими модами. Считаем, что сигнал и холостая частота распространяются на основной моде. Рассмотрим случай отсутствия потерь, причем для обеих волн накачки амплитуда предполагается постоянной и значительно большей, чем амплитуды остальных волн. В таком приближении эффект Керра можно считать постоянным, вкладом в него «слабых» волн можно пренебречь. Модовым преобразованием также пренебрегаем, считая выполненным условие его подавления. Будем искать установившееся решение, при котором фаза является периодической функцией продольной координаты.

Система уравнений, описывающая такое взаимодействие, разделением амплитуды и фазы волн заменой переменных $A_n = \rho_n \exp(i\varphi_n)$ сводится к двум уравнениям:

$$\partial \ln g / \partial \zeta = -M \sin(\vartheta_2 + \vartheta_0 + \gamma \zeta) - \sin \vartheta_2, \quad (7)$$

$$\partial \vartheta_2 / \partial \zeta = -2M \cos(\vartheta_2 + \vartheta_0 + \gamma \zeta) - 2 \cos \vartheta_2 + \delta_2,$$

где $\vartheta_n = 2\varphi_{nn} - \varphi_1 - \varphi_2 + \Delta_n z$, $g = \rho_1 \sqrt{h_1} / \omega_1 = \rho_2 \sqrt{h_2} / \omega_2$, $\gamma = \delta_1 - \delta_2$, $\zeta = z \omega_1 \omega_2 / \sqrt{h_1 h_2}$, $\delta_1 = \Delta'_1 \sqrt{h_1 h_2} / (\omega_1 \omega_2)$, $\delta_2 = \Delta'_2 \sqrt{h_1 h_2} / (\omega_1 \omega_2)$, ϑ_0 описывает начальный сдвиг фаз $\vartheta_1 - \vartheta_2|_{\zeta=0}$, $M = G_1 / G_2$,

$$\Delta'_1 = \frac{\Delta_1}{G_2} + 2 \frac{G'_1 \omega_{n1}^2}{G_2 h_{n1}} + 4 \frac{G'_2 \omega_{n1}^2}{G_2 h_{n1}} - 2 \left[\left(\frac{G'_1}{G_2} + \frac{G''_2}{G_2} \right) \frac{\omega_1^2}{h_1} + \left(\frac{G'_1}{G_2} + \frac{G''_2}{G_2} \right) \frac{\omega_2^2}{h_2} \right],$$

$$\Delta'_2 = \frac{\Delta_2}{G_2} + 2 \frac{G'_2 \omega_{n2}^2}{G_2 h_{n2}} + 4 \frac{G'_1 \omega_{n2}^2}{G_2 h_{n2}} - 2 \left[\left(\frac{G'_1}{G_2} + \frac{G''_2}{G_2} \right) \frac{\omega_1^2}{h_1} + \left(\frac{G'_1}{G_2} + \frac{G''_2}{G_2} \right) \frac{\omega_2^2}{h_2} \right],$$

$$G_n = 3 |A_{nn}|^2 I_{1,2,nn,nn} / (8c^2), \quad G'_n = 3 |A_{nn}|^2 I_{n1, n1, n2, n2} / (8c^2),$$

$$G''_n = 3 |A_{nn}|^2 I_{nn, nn, 1, 1} / (8c^2), \quad G''_n = 3 |A_{nn}|^2 I_{nn, nn, 2, 2} / (8c^2).$$

Как видно из (7), для установившегося решения функция $g(\zeta)$ имеет период $Z = 2\pi/\gamma$. Варьирование значением ϑ_0 показало устойчивость такого решения, причем длина, начиная с которой решение можно считать установившимся, в зависимости от значения ϑ_0 составляет (3—5) Z .

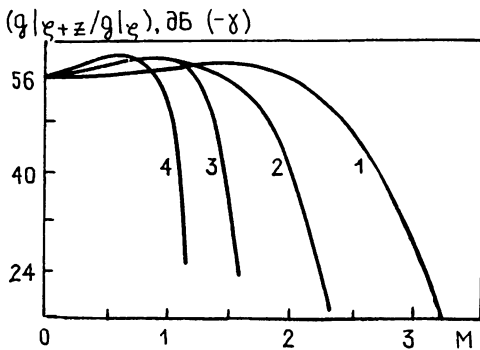


Рис. 2.

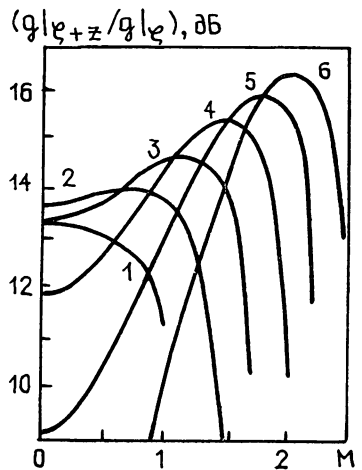


Рис. 3.

На рис. 2 сплошными линиями приведены графики зависимости $(g|_{\zeta+z}/g|_{\zeta})$ нормированного к γ усиления на периоде от коэффициента M для различных значений γ : $\gamma = -16$; -8 ; -4 ; -2 (кривые 1—4).

Как видно из рис. 2, наличие ненулевой по амплитуде несинхронной моды волны накачки может привести к существенному уменьшению инкремента и даже к срыву усиления. Максимум усиления при постоянной амплитуде синхронной моды волны накачки наблюдается при некотором $M_0 \neq 0$, причем в области $0 < M < M_0$ инкремент слабо зависит от M , а далее с ростом M наблюдается резкий спад усиления, обусловленный нарушением оптимального фазового соотношения (разность фаз θ должна быть близка к $\pi/2$). Скомпенсировать это нарушение оптимальности можно введением расстройки δ_2 , т. е. частичным выводом из синхронизма «полезной» моды волны накачки. На рис. 3 показана зависимость от M инкремента для $\gamma = -4$ и различных значений δ_2 : $\delta_2 = 0,5; 0; -0,5; -1; -1,5; -2$ (кривые 1—6)

Проанализируем влияние диссипации. С учетом диссипативных свойств сегнетоэлектрика в параэлектрической фазе (линейный рост с частотой тангенса угла диэлектрических потерь $\text{tg } \delta = n\omega$ [5]) левые части системы, описывающей параметрическое взаимодействие, дополняются слагаемыми вида $\kappa\omega_n^2 A_n/h_n$, где $\kappa = n\epsilon_0/(2c^2)$ — некоторая постоянная, не зависящая от частоты, ϵ_0 — линейная часть диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика. Считаем далее, что $|A_3| \gg |A_1|, |A_2|$, а высокочастотный эффект Керра описывается только членами, в которые волна накачки входит дважды. Нелинейное моловое преобразование также будет считаться подавленным, основную моду волны накачки отбросим. В качестве модели используем прямоугольный металлический волновод, однородно заполненный нелинейным диэлектриком. Для такого волновода $I_{1233} = I_{3311} = I_{3322}$. Частоту накачки выбираем равной 10 ГГц, диэлектрическая проницаемость диэлектрика $\epsilon_0 = 20000$ (титанат стронция при $T \sim 20$ К), ширина волновода 0,015 мм (таким образом, эффективная диэлектрическая проницаемость на частоте накачки равна $\epsilon_0/2$). Результаты, полученные для рассматриваемой модели, качественно справедливы и для других типов волноводов. Выбор же модели обусловлен простотой дисперсионной характеристики и интегралов перекрытия для такой электродинамической системы. Будем считать, что волна накачки распространяется на ближайшей высшей моде, т. е. LE_{11} .

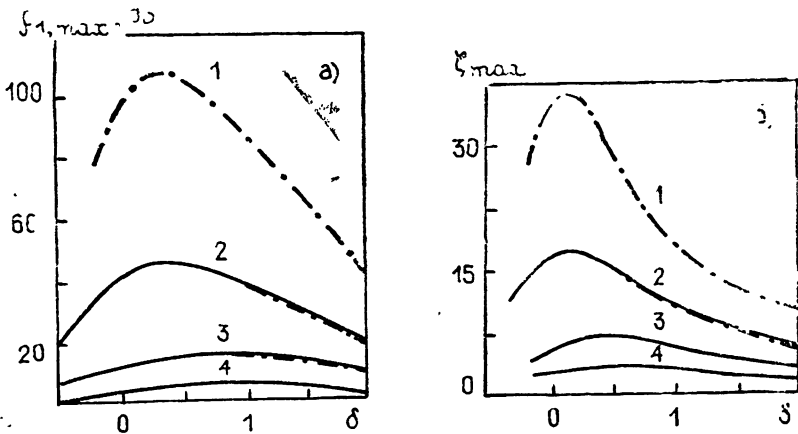


Рис. 4.

На рис. 4 а, б показана зависимость максимально достижимого усиления (т. е. значения ρ_1 в точке, где усиление прекращается) $\rho_{1 \max}$ (в дБ) и длины ξ_{\max} максимального усиления от расстройки δ , $\delta = (h_1 + h_2 - 2h_3)/G$, для значения $G = 1,5$ (сплошные линии) и $G = 3$ (пунктирные линии): 1— $\chi = 0,025$, 2— $\chi = 0,05$, 3— $\chi = 0,1$, 4— $\chi = 0,2$, $\chi = \kappa\omega_3^2/(h_3 G)$. Разность частот взаимодействующих волн $\Delta f = f_2 - f_1$ выбрана равной 1 ГГц, продольные граничные условия выбраны в виде $\rho_1|_{z=0} = 1, \rho_2|_{z=0} = 0, \theta|_{z=0} = \pi/2$. Таким образом, диссипация, как фактор, ограничивающий эффективность параметрического усиления, 630

в кубически нелинейной среде проявляется несколько более сложным образом. Помимо ослабления инкремента и его уменьшения с ростом продольной координаты, вызванного затуханием волны накачки, на характере параметрического усиления сказывается зависимость от продольной координаты высокочастотного эффекта Керра, что не позволяет его скомпенсировать полностью с помощью дисперсии регулярного волновода. Для параметрической системы с рассмотренными параметрами оптимальной оказывается область значений $0 < \delta < 0,5$, причем с увеличением потерь максимум усиления смещается в сторону больших δ . Следует отметить, что оптимальным оказывается режим, когда δ приобретает значение $\pi/2$ приблизительно на половине длины достижения максимума усиления. Влияние величины G (т. е. амплитуды волны накачки и нелинейных свойств среды), проявляющееся в изменении параметра, описывающего высокочастотный эффект Керра, на оптимизацию дисперсии оказывается слабым. Выбор максимального значения параметра G , равного трем, обусловлен приближением малой нелинейности, для которого справедлив использованный метод медленно меняющихся амплитуд.

Таким образом, волновод с сегнетоэлектриком принципиально применим для реализации параметрического усиления. Обеспечение возможности взаимодействия с высшей модой, необходимого для реализации синхронизма, возможно в случае кубической нелинейности. Возбуждение на стыке линейной и нелинейной областей волновода основной (несинхронной) моды волны накачки не является принципиальной трудностью для реализации параметрического усиления. Усиление в случае двухмодовой накачки приобретает пульсирующий характер и несколько нарушает оптимальное соотношение фаз взаимодействующих волн. Это нарушение может быть скомпенсировано введением дополнительной фазовой расстройки в высшую (синхронную) моду накачки. При этом может быть достигнута эффективность усиления даже несколько выше, чем в отсутствие основной моды накачки при той же амплитуде полезной моды (в случае идеального синхронизма). Диссипация в волноводе с кубически нелинейной средой приводит к зависимости от продольной координаты высокочастотного эффекта Керра, что не позволяет его полностью скомпенсировать. Тем не менее оптимизация дисперсии волновода позволяет достичь усиления всего на 1—3 дБ меньше, чем в случае полной компенсации эффекта Керра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вендик О. Г., Дахнович А. А., Рубан А. С. и др. // Радиотехника и электроника. 1972. Т. 17. № 9. С. 1981.
2. Вендик О. Г., Кейс В. Н., Прудан А. М., Тер-Мартиросян Л. Т. // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23. № 1. С. 175.
3. Иванов И. В., Белокопытов Г. В., Сычев В. М. // Письма в ЖТФ. 1977. Т. 3. № 19. С. 1011.
4. Иванов И. В., Белокопытов Г. В., Сычев В. М. // Вестник Московского ун-та. Сер. физ. и астрон. 1976. Т. 17. № 6. С. 753.
5. Иванов И. В., Бузин И. М., Белокопытов Г. В. и др. // Изв. вузов. Физика. 1981. Т. 24. № 8. С. 6.
6. Кононов М. В., Кошечая С. В., Омеляненко М. Ю. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1984. Т. 27. № 10. С. 3.
7. Кононов М. В., Кошечая С. В., Омеляненко М. Ю. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1984. Т. 27. № 12. С. 77.
8. Кононов М. В., Кошечая С. В., Омеляненко М. Ю. // Квантовая электроника. Респ. тематический сб. — Киев, 1984. Т. 26. С. 55.

Киевский государственный
университет

Поступила в редакцию
14 июля 1987 г.

PARAMETRIC AMPLIFICATION OF ELECTROMAGNETIC WAVE ALONG WAVEGUIDE WITH FERROELECTRIC

M. V. Kononov, S. V. Koshevaya

The influence of the factors which decrease the efficiency of electromagnetic wave parametric amplification along the waveguide with ferroelectric (Kerr effect, dissipation, presence of the nonsynchronous pump on neighbored mode, energy exchange between the different modes) is analysed.