

УДК 621.372.8

СИНТЕЗ ВОЛНОВОДНО-РЕЗОНАТОРНЫХ ЯЧЕЕК НА ОСНОВЕ МЕТОДА СОБСТВЕННЫХ КОМПЛЕКСНЫХ ЧАСТОТ

Л. А. Рудь

Решена задача о свободных колебаниях в расширении прямоугольного волновода в H -плоскости и предложен алгоритм поиска его размеров по заданному значению собственной комплексной частоты. Показано, что в задаче дифракции резонансные характеристики расширения полностью соответствуют спектральным. Приведены примеры возможных приложений полученных результатов.

При проектировании полосно-запирающих фильтров и других волноводных устройств важной является задача определения геометрических параметров режекторных ячеек, обеспечивающих нужную полосу запирания на заданной центральной частоте. Классические подходы к синтезу таких ячеек, основанные на представлении их эквивалентными схемами с сосредоточенными параметрами и применении для их расчета известных методов теории цепей, зачастую требуют проведения дополнительных экспериментов для уточнения получаемых расчетных данных [1]. В работе [2] дан пример расчета трехзвенного режекторного фильтра в прямоугольном волноводе, элементами которого выступали резонаторные ячейки шлейфового типа. Исходной информацией для проектирования фильтра явились величины собственных комплексных частот каждой ячейки. При этом существенным образом использовался тот факт, что при малой мнимой добавке комплексной частоты (высокой добротности соответствующего свободного колебания ячейки) ее реальная часть близка к резонансной в задаче дифракции. Подбор ячеек в [2] производился по результатам анализа зависимостей собственных частот от одного из геометрических параметров при фиксированном втором параметре. Однако такой подход требует последовательного просчета многих вариантов для достижения конечной цели (установление конструкции ячейки с заданной резонансной частотой и добротностью), а отсюда — больших затрат машинного времени, поскольку получаемое дисперсионное уравнение решается численными методами.

В настоящей работе предлагается алгоритм отыскания, по крайней мере, сразу двух геометрических параметров, характеризующих конструкцию какой-либо резонаторной ячейки, имеющей потери на связь с основным волноводом. Заданной считается комплексная частота либо ее реальная часть и добротность собственного колебания ячейки. Для определенности рассматривается проходной резонатор, представляющий собой скачкообразное расширение прямоугольного волновода в H -плоскости (рис. 1а). Алгоритм строится с помощью строгого решения спектральной краевой задачи.

Спектральная задача состоит в нахождении тех значений частотного параметра $\chi = \omega/2\pi c$ (ω — круговая частота, a — ширина основного волновода, c — скорость света), при которых однородное уравнение Гельмгольца для функции $E_x(y, z)$ имеет нетривиальные решения во всей полости структуры, включая и полубесконечные ненагруженные волноводы. Функция $E_x(y, z)$, описывающая единственную отлич-

ную от нуля компоненту электрического поля, в основном волноводе представляется в виде

$$E_x^{(1)}(y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1} \sin \frac{m\pi y}{a} \exp[-i2\pi\gamma_m(z/a + \theta/2)], \quad z < -a_1/2; \quad (1)$$

$$E_x^{(2)}(y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} A_{m2} \sin \frac{m\pi y}{a} \exp[i2\pi\gamma_m(z/a - \theta/2)], \quad z > a_1/2, \quad (2)$$

где $A_{m1,2}$ — амплитудные коэффициенты, $\theta = a_1/a$, $\gamma_m = \sqrt{\kappa^2 - (m/2)^2}$ — безразмерные постоянные распространения H_{m0} -волн в регулярном волноводе, зависимость от времени $e^{-i\omega t}$ подразумевается.

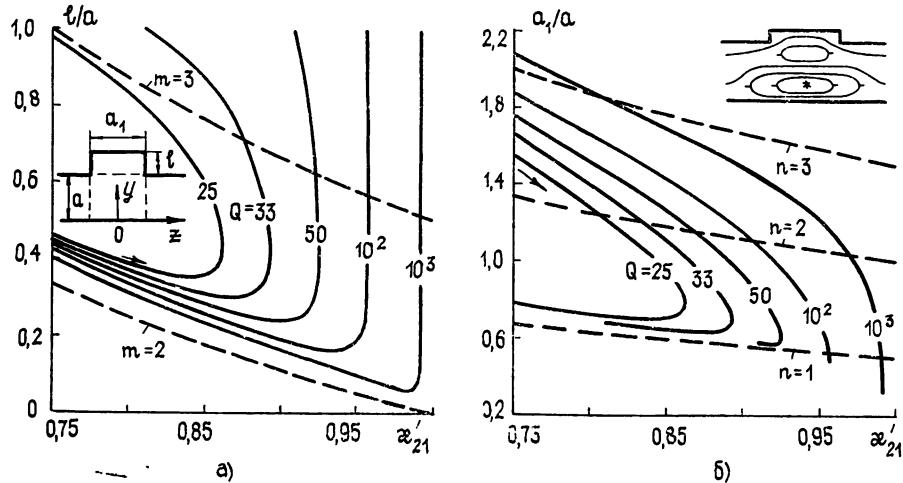


Рис. 1.

Разложения (1), (2) будем рассматривать как условия излучения спектральной краевой задачи, для которых на действительной оси частот $\text{Im } \kappa = 0$, $-\infty < \text{Re } \kappa < \infty$ знаки ветвей функций $\gamma_m(\kappa)$, $m = 1, 2, \dots$, выбраны таким образом ($\text{Im } \gamma_m > 0$, а $\text{Re } \gamma_m > 0$ при $\text{Re } \kappa > 0$ и $\text{Re } \gamma_m < 0$ при $\text{Re } \kappa < 0$), чтобы удовлетворялось требование отсутствия волн, приходящих из бесконечности. Свободные колебания расширения в общем случае могут обладать потерями на излучение в незапредельные полубесконечные волноводы, вследствие чего возникает необходимость в аналитическом продолжении (1), (2) с действительной оси $\text{Im } \kappa = 0$ на комплексную плоскость $\kappa = \text{Re } \kappa + i \text{Im } \kappa$. Она имеет точки ветвления второго порядка $\kappa_m = \pm m/2$, где $\gamma_m = 0$, $m = 1, 2, \dots$, и разрезана вдоль линий

$$\kappa_{\pm m} = (\text{Re } \kappa)^2 - (\text{Im } \kappa)^2 - (m/2)^2 = 0, \quad m = 1, 2, \dots,$$

проведенных из точек κ_m в нижнюю полуплоскость $\text{Im } \kappa < 0$ [3]. Введение разрезов обеспечивает однозначность выбора ветвей функций $\gamma_m(\kappa)$ при аналитическом продолжении (1), (2).

Области локализации собственных частот затухающих во времени свободных колебаний расширения H -плоскостного типа расположены в нижней полуплоскости $\text{Im } \kappa < 0$ справа (при $\text{Re } \kappa > 0$) и слева (при $\text{Re } \kappa < 0$) от первых разрезов $d_{\pm 1}$, точки действительной оси отвечают незатухающим колебаниям, а в областях $0 < \arg \kappa < \pi$ и $5\pi/4 < \arg \kappa < 7\pi/4$ нетривиальных решений спектральной задачи не существует [3]. Поскольку $\gamma_m(\kappa) = -\gamma_m(-\kappa^*)$, то далее задачу можно рассматривать лишь в области $7\pi/4 < \arg \kappa \leq 2\pi$. При этом для тех $\gamma_m(\kappa)$, кото-

рым на оси $\operatorname{Im} \kappa = 0$ соответствовали уходящие волны ($\operatorname{Re} \gamma_m \operatorname{Re} \kappa > 0$, $\operatorname{Im} \gamma_m = 0$, $m = 1, \dots, M$), в комплексной плоскости имеем $\operatorname{Re} \gamma_m \operatorname{Re} \kappa > 0$, $\operatorname{Im} \gamma_m < 0$, что приводит к экспоненциальному росту амплитуд этих волн при $|z| \rightarrow \infty$, а для всех затухающих при $\operatorname{Im} \kappa = 0$ волн ($\operatorname{Re} \gamma_m = 0$, $\operatorname{Im} \gamma_m > 0$, $m > M$) получаем $\operatorname{Re} \gamma_m \operatorname{Re} \kappa < 0$, $\operatorname{Im} \gamma_m > 0$ при $\operatorname{Im} \kappa < 0$.

Следуя [4, 5], внутри расширения функцию $E_x(y, z)$ можно было бы представить в виде разложения по H_{m0} -волнам волновода ширины $a+l$. Однако такой путь приводит к неэкономичному алгоритму, поскольку в качестве промежуточного этапа он содержит операцию обращения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для определения элементов матрицы отражения волн от одиночной ступеньки. Если же расширение рассматривать как Т-образное сочленение с закороченным боковым плечом, то, используя результаты работы [6], задачу удается свести к одной однородной СЛАУ относительно амплитуд волн, участвующих во взаимодействии раскрыва бокового плеча тройника (плоскость $y=a$, рис. 1а) с закорачивающей заглушкой,

$$a_q - \sum_{n=1}^{\infty} ([1 + (-1)^{q+n}] \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{G}_{qm} \tilde{F}_{mn}) a_n = 0, \quad q = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Нетривиальные решения (3) позволяют определить амплитудные коэффициенты в (1), (2) с помощью равенств

$$A_{q1} = - \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{F}_{qm} a_m, \quad q = 1, 2, \dots ; \quad (4)$$

$$A_{q2} = \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{F}_{qm} (-1)^m a_m, \quad q = 1, 2, \dots \quad (5)$$

В (3) — (5) введены обозначения

$$\tilde{G}_{qm} = G_{qm} / \{1 - \exp [i4\pi\omega_q(L+1)/\theta]\},$$

$$\tilde{F}_{mn} = F_{mn} [1 - \exp (i4\pi\omega_n L/\theta)],$$

причем G_{qm} , F_{mn} те же, что и в [6], а именно:

$$G_{qm} = \frac{i q \theta [1 - \exp (i4\pi\omega_q/\theta)]}{8\pi\omega_q} \frac{m(-1)^m}{(m\theta/2)^2 - \omega_q^2},$$

$$F_{mn} = \frac{im(-1)^m \theta}{8\pi\gamma_m} \frac{n[1 - (-1)^n \exp (i2\pi\gamma_m\theta)]}{(m\theta/2)^2 - \omega_n^2},$$

$$\omega_n = \sqrt{(\kappa\theta)^2 - (n/2)^2}, \quad L = l/a.$$

Ветви функций $\omega_n(\kappa)$ выбираются аналогично $\gamma_m(\kappa)$ в (1), (2).

Дисперсионное уравнение для собственных комплексных и действительных частот расширения получаем из равенства нулю детерминанта СЛАУ (3). В работе [7] показано, что в задаче о свободных колебаниях Т-тройника свойства оператор-функции, задаваемой матрицей СЛАУ типа (3), но с элементами G_{qm} и F_{mn} , позволяют доказать конечнократность и дискретность спектра исходной краевой задачи, а также возможность аппроксимации искомых точек спектра корнями детерминанта редуцированной СЛАУ, причем с ростом порядка редукции N существует предел $\lim_{N \rightarrow \infty} |\kappa_\infty - \kappa_N| = 0$, где κ_∞ — точное значение корня, κ_N — приближенное. Поскольку $\tilde{G}_{qm} \approx G_{qm}$, $\tilde{F}_{mn} \approx F_{mn}$ при $q, m, n \gg 1$, то все выводы работы [7] оказываются справедливыми и в нашем случае. Это позволяет свести алгоритм расчета собственных частот расширения к численному решению нелинейного уравнения

$$D(\kappa, \theta, L) = \det [\delta_{2q-t}^{2n-t} - 2 \sum_{m=1}^M \tilde{G}_{2q-t, m} \tilde{F}_{m, 2n-t}] = 0, \quad q, n = 1, 2, \dots, N. \quad (6)$$

Здесь N — порядок усечения детерминанта СЛАУ (3), M — число учитывающихся членов суммы, $t=1$ — для колебаний с симметричным распределением поля относительно плоскости $z=0$ (рис. 1а), $t=0$ — с анти-симметричным, δ_{2g}^{2n-t} — символ Кронекера.

Непосредственное использование уравнения (6) удобно при поиске собственных частот расширения конкретной геометрии. Однако нашей целью является определение двух параметров θ и L , при которых расширение поддерживает одно из собственных колебаний с заданной комплексной частотой $\omega = \omega' - i\omega'' = \omega'(1 - i/2Q)$, где Q — добротность колебания. Поэтому естественно представить (6) в виде однородной системы из двух нелинейных уравнений, получаемых после приравнивания нулю реальной и мнимой частей функции $D(\omega', Q, \theta, L)$,

$$D'(\omega', Q, \theta, L) = 0, \quad D''(\omega', Q, \theta, L) = 0, \quad (7)$$

которую уже можно рассматривать как основу для построения алгоритма поиска параметров θ, L при заданных ω' , Q , а в принципе — любой пары величин при фиксированных остальных. Методы решения однородных систем нелинейных уравнений хорошо известны, и, в частности, при реализации численного алгоритма нами использован метод Ньютона [8]. Начальные приближения выбирались из предварительно рассчитанных с помощью (6) одной-двух зависимостей $\omega(\theta)$ или $\omega(L)$; итерационный процесс считался оконченным при достижении точности по искомым параметрам не хуже 10^{-5} , а по давлением (7) — не хуже 10^{-6} . Алгоритм реализован на языке FORTRAN-IV на ЭВМ БЭСМ-6. Наряду с ним программно реализованы также алгоритмы расчета матрицы рассеяния волноводного расширения, полей свободных колебаний и дифракции, что обеспечило полноту физических исследований. Свободные колебания классифицировались по числу пучностей электрической компоненты поля $E_x(y, z)$ в поперечном (m) и в продольном (n) сечениях расширенного участка волновода (вдоль оси $0x$ поле однородно). В соответствии с этим колебания будем называть как H_{mon} .

На рис. 1 представлены рассчитанные с помощью (7) линии равных добротностей свободного H_{201} -колебания в координатах ω'_{21}, L (рис. 1а) и ω'_{21}, θ (рис. 1б), где ω'_{21} — реальная часть собственной комплексной частоты этого колебания. Данные рис. 1а позволяют определить относительный размер выступа расширения $L = l/a$, рис. 1б — его длину $\theta = a/l$ при заданных значениях ω'_{21} и Q . Для наглядности на фрагменте рис. 1б показаны линии $|E_x(y, z)| = \text{const}$, относящиеся к H_{201} -колебанию с $\omega_{21} = 0,89(1 - i/200)$ в расширении с $L = 0,2$ и $\theta = -1,18$. Чертежами указано направление убывания поля, звездочкой — положение $|E_x|_{\max}$. Штрихами на рис. 1а и рис. 1б, соответственно, нанесены линии $L_m = m/2\omega'_{21} - 1$, $m = 2, 3$, и $\theta_n = n/2\omega'_{21}$, $n = 1, 2, 3$, являющиеся условными границами по ω'_{21} , L и ω'_{21}, θ , в пределах которых может существовать то или иное H_{mon} -колебание. В частности, в области $L_1 < L < L_2$ выполняются условия для существования только H_{201} -колебания, если $\theta_1 < \theta < \theta_2$; при $\theta_2 < \theta < \theta_3$ — H_{201} - и H_{202} -колебаний и т. д. Интересно, что в высокочастотной части диапазона ω'_{21} линии $Q(\omega'_{21}, \theta) \geq 10^2$ (рис. 1б) заходят в область $\theta < \theta_1$, где ширина бокового ответвления уже запредельна для H_{10} -волны ($\omega'_{21}, \theta < 0,5$), а ход линий $Q(\omega'_{21}, L) \geq 10^2$ (рис. 1а) указывает на слабую зависимость ω'_{21} от параметра L . Например, для H_{201} -колебания с $Q = 10^3$ интервалу $0,3 < L < 1,0$ соответствует изменение ω'_{21} в пятом знаке после запятой, при этом параметр θ меняется на величину $\sim 0,005$. Для таких расширений их собственная комплексная частота ω'_{21} практически совпадает с частотой H_{201} -колебания волноводного тройника [9] с тем же значением θ . Заметим, что обсуждаемые участки кривых $Q = \text{const}$ рассчитывались при выборе в (7) в качестве меняющегося параметра величины L , а в качестве искомых — ω'_{21} и θ .

Обращает на себя внимание тот факт, что заданным κ'_{21} и Q могут быть сопоставлены две разные конструкции расширения. К примеру, для $\kappa'_{21}=0,85$ и $Q=33$ из рис. 1 получаем два набора значений L и θ : $L=0,31$, $\theta=1,104$ и $L=0,869$, $\theta=0,649$. В работах [4, 5] установлена возможность существования в расширениях прямоугольного и круглого волноводов с идеально проводящими стенками сверхдобротных колебаний с $Q \sim 10^6$ и выше. Хотя расчеты для таких уровней добротностей специально не проводились, однако можно однозначно сказать, что соответствующие им линии $Q(\kappa'_{21}, L)$ и $Q(\kappa'_{21}, \theta)$ проходили бы между линиями $Q=10^3$ и $L=L_1$ на рис. 1а и выше линии $Q=10^3$ — на рис. 1б. Анализ зависимостей $Q(\kappa'_{mn}, L)=\text{const}$ и $Q(\kappa'_{mn}, \theta)=\text{const}$ для высших типов колебаний показал наличие тех же закономерностей в их поведении, что и для H_{201} -колебания.

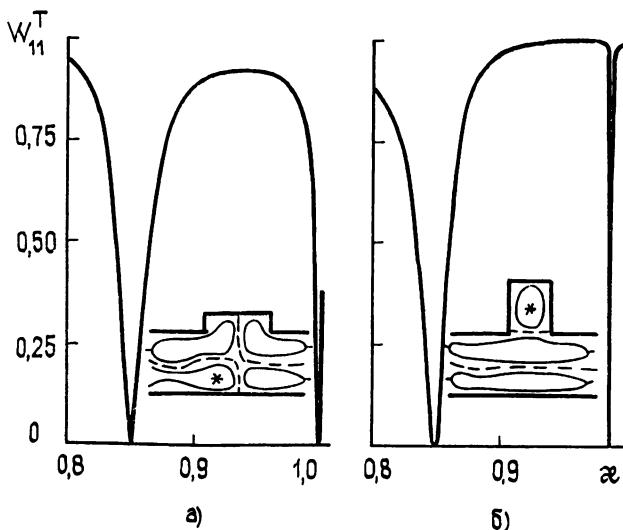


Рис. 2.

Для дальнейших приложений построенного алгоритма и результатов синтеза скачкообразных расширений по заданным значениям собственных комплексных частот естественным является изучение вопроса: к каким особенностям в дифракционных характеристиках указанных элементов тракта приводит их возбуждение на действительных частотах, близких к собственным? С этой целью были исследованы частотные зависимости коэффициентов отражения (R_{11}) и прохождения (T_{11}) H_{10} -волны для различных конструкций расширения, выбранных согласно данным рис. 1. Представленные на рис. 2 зависимости энергии прошедшей волны $W_{11}^T(\kappa) = |T_{11}(\kappa)|^2$ от действительного параметра κ иллюстрируют резонансные свойства упомянутых выше двух расширений с размерами $L=0,31$, $\theta=1,104$ (а) и $L=0,869$, $\theta=0,649$ (б), при которых существуют свободные H_{201} -колебания с $Q=33$ и $\kappa_{21}=0,85$. Как и следовало ожидать, при $\kappa \approx \kappa'_{21}$ происходит полное резонансное отражение падающей волны, при этом ширина полосы резонанса по уровню $W_{11}^T=0,5$ с точностью 1—2% совпадает с величиной Q^{-1} , а структура поля дифракции в точках $W_{11}^T=0$ идентична полю свободного колебания. Характерно, что резонансная точка для неглубокого расширения (рис. 2а) сдвинута по отношению к $\kappa'_{21}=0,85$ вправо на величину $\Delta\kappa \approx 10^{-3}$, а для другой конструкции (рис. 2б) — влево на ту же величину. При выбранных размерах обе ячейки способны поддерживать свободные H_{mon} -колебания и других типов, о чем говорилось при анализе рис. 1. Их проявление на характеристиках рассеяния наглядно иллюстрируется ходом кривых $W_{11}^T(\kappa)$ при частотах,

близких к критической для H_{20} -волны основного тракта. Показанные на рис. 2 структуры полей дифракции $|E_x(y, z)| = \text{const}$ позволяют идентифицировать дополнительные резонансы вблизи $\kappa = 1.0$ как отклики на H_{202} -колебание (рис. 2а) и H_{301} -колебание (рис. 2б). Анализ свойств расширений, синтезированных для случаев $Q \geq 10^2$, подтвердил ожидаемый результат о том, что отличие резонансных частот от значений κ'_{mn} того или иного H_{mon} -колебания тем меньше, чем больше Q .

Как сам алгоритм, так и представленные здесь результаты могут найти разнообразные приложения, в том числе при проектировании многозвенных фильтров с требуемой полосой запирания и крутизной фронтов (например, по способу, аналогичному [2]), при формировании фронтов полосно-пропускающих фильтров либо подавлении их «ложных» полос пропускания в высокочастотной части диапазона и т. д. Расчет конструкций расширений, работающих на высших H_{mon} -колебаниях заданной добротности, весьма важен для создания некоторых устройств твердотельной электроники. Каждое из перечисленных направлений имеет самостоятельный интерес и представляет предмет отдельных исследований.

Продемонстрируем лишь одно из возможных, нетрадиционных приложений полученных результатов, а именно для решения задачи о согласовании волноводного тройника. Физической предпосылкой для ее решения послужило предположение о том, что при замене отражающей заглушки в боковом ответвлении расширения на симметричную диафрагму конечной толщины, связывающую резонаторный объем с боковым волноводом Т-тройника (см. схему на рис. 3), условия для существования H_{201} -колебания (или H_{203} , H_{301} и т. д.) изменяются слабо, если щель имеет малую ширину и расположена посередине структуры напротив пучности поля. Понятно, что появление дополнительного канала излучения должно привести к понижению добротности собственного колебания области связи тройника по сравнению с существующим в двухплечем сочленении, а соответствующий резонансный отклик в за-лаче дифракции может быть заметно сдвинут по отношению к значению κ'_{mn} .

Строгое решение задачи дифракции для диафрагмированного Т-образного сочленения (рис. 3) было получено с использованием метода матричных операторов [10]. В качестве базовых неоднородностей,

обобщенные матрицы которых считаются известными, были выбраны Т-тройник и скачкообразные переходы между волноводами разной ширины. Многопараметричность сложного сочленения обусловила необходимость привлечения процедур численной оптимизации для нахождения набора параметров, обеспечивающих полное согласование узла со стороны бокового плеча на заданной частоте. Некоторые результаты численных экспериментов приведены на рис. 3 в виде частотных зависимостей энергии H_{10} -волны, прошедшей из бокового плеча в два

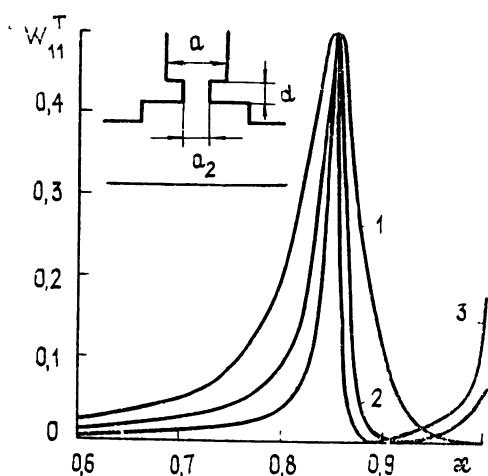


Рис. 3.

остальных, для трех конструкций тройника. Начальными данными послужили результаты синтеза расширений по заданным значениям $\kappa'_{21} = 0,85$ и $Q = 25, 10^2, 10^3$, которым соответствуют наборы параметров: 1) $L = 0,36$, $\theta = 0,939$; 2) $L = 0,26$, $\theta = 1,243$; 3) $L = 0,235$, $\theta = 1,687$. Варьируемыми параметрами при численной оптимизации были рассто-

жение до диафрагмы L , размер щели a_2/a и толщина диафрагмы d/a , при этом отыскивался максимум функции $W_{11}^T(x, \theta, L, a_2/a, d/a)$, равный 0,5 в точке $x=0,85$. Итогом оптимизации для каждой исходной конструкции явились следующие результаты: 1) $L=0,249$, $a_2/a=0,45$, $d/a=0,024$; 2) $L=0,195$, $a_2/a=0,448$, $d/a=0,078$; 3) $L=0,17$, $a_2/a=0,448$, $d/a=0,22$. Соответствующие этим наборам параметров кривые $W_{11}^T(x)$ на рис. 3 свидетельствуют о хорошей корреляции между характеристиками свободных колебаний в простом расширении и ширинами резонансов согласования тройника при его возбуждении H_{10} -волной бокового плеча. Заметим, что эти же кривые описывают энергию волны, прошедшей из прямого плеча в боковое, причем там, где $W_{11}^T=0,5$, остальная энергия делится поровну между отраженной и прошедшей во второе прямое плечо H_{10} -волнами. В окрестности точек полного запирания тройника со стороны бокового плеча (точки $W_{11}^T=0$, см. рис. 3) прямые плечи оказываются практически полностью согласованными.

Рассмотренный пример использования алгоритма синтеза волноводных расширений на основе спектрального метода (метода собственных комплексных частот) показывает перспективность его применения в целях создания СВЧ устройств различного функционального назначения.

Автор признателен М. В. Луханину за проведение численных экспериментов по согласованию волноводных тройников.

ЛИТЕРАТУРА

- Маттей Д. Л., Янг Л., Джонс Е. М. Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи. — М.: Связь, 1972 Т. 2.
- Вгаесклапт W. // Electron. Lett. 1969. V. 5. № 20. P. 500.
- Рудь Л. А., Сиренко Ю. К., Шестопалов В. П., Яшина Н. П. Препринт ИРЭ АН УССР № 316. Харьков, 1986.
- Кириленко А. А., Сенкевич С. Л. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. № 14. С. 876.
- Шестопалов В. П., Кириленко А. А., Рудь Л. А. Резонансное рассеяние волн. Т. 2. Волноводные неоднородности. — Киев: Наукова думка, 1986.
- Рудь Л. А. // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29. № 9. С. 1711.
- Рудь Л. А., Сиренко Ю. К., Шестопалов В. П., Яшина Н. П. Препринт ИРЭ АН УССР № 318. Харьков, 1986.
- Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырский П. И. Вычислительные методы. — М.: Наука, 1976. Т. 1.
- Рудь Л. А. // ЖТФ. 1985. Т. 55. № 6. С. 1213.
- Шестопалов В. П., Щербак В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11. № 2. С. 685.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
30 июня 1987 г.

SYNTHESIS OF WAVEGUIDE-RESONATOR CELLS ON THE BASIS OF THE METHOD OF NATURAL COMPLEX FREQUENCIES

L. A. Rud'

A problem concerning free oscillations in the expansion of the rectangular waveguide in H -plane is solved, and a search algorithm of its sizes according to the given value of natural complex frequency is suggested. It is shown that in the diffraction problem the resonance characteristics of the expansion are fully conformed with the spectral ones. The examples of possible applications of the obtained results are given.