

УДК 550 388 2

## НЕЛОКАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ПЛАЗМЕННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ОБЛАСТИ $F$ ИОНОСФЕРЫ

*Е. М. Гохман, В. Б. Иванов, С. А. Рудых*

Развит подход к нелокальному описанию неустойчивости ионосферной плазмы. Рассматривается генерация неоднородностей электронной концентрации, продольные размеры которых сравнимы с масштабами регулярных неоднородностей ионосферных параметров. Проведены численные оценки инкрементов.

Несмотря на интенсивные исследования процессов формирования неоднородной структуры в настоящее время не выработано общепринятых представлений о главных механизмах генерации неоднородностей. В первую очередь это относится к неоднородностям среднеширотной области  $F$ , где, в отличие от экваториальной и высокоширотной ионосферы, нет таких сильных дестабилизирующих факторов, как интенсивные электрические токи, высыпания заряженных частиц. Теоретическое изучение механизма градиентно-дрейфовой неустойчивости, претендующего на роль основного для формирования среднеширотных неоднородностей, сталкивается с принципиальными трудностями в такой интерпретации процессов возбуждения нерегулярностей, заключающимися в следующем. Градиентный механизм, вообще говоря, мог бы обеспечить достаточно эффективную по скорости развития нестабильность, но при условии сильной вытянутости начальных возмущений концентрации, когда снижается демпфирующая роль продольного к магнитному полю растекания возмущений электрического потенциала [1]. Однако, во-первых, факт необходимой крайне большой вытянутости неоднородностей не находит экспериментального подтверждения [2], и, во-вторых, при сильной вытянутости становится неправомерным локальный подход к анализу неустойчивости на основе дисперсионного уравнения в силу того, что в этом случае продольные размеры неоднородностей становятся сравнимыми и даже превышают масштабы неоднородности параметров фоновой ионосферной плазмы. Таким образом, становится актуальной задача развития описания неустойчивости в ионосферной плазме в нелокальном подходе, когда не используется предположение о волновом характере возмущений в продольном по отношению к магнитному полю направлении. Одной из первых работ по этой проблеме является статья [3]. В работах [4, 5] развивается гидродинамическая и кинетическая теория неустойчивости плазмы в скрещенных полях в рамках нелокального подхода. Однако в этих работах нелокальность учитывается в поперечном по отношению к внешнему магнитному полю направлении. Ниже представлена схема анализа линейной стадии неустойчивости плазмы области  $F$  среднеширотной ионосферы в нелокальном подходе и приведены результаты численных оценок эффективности неустойчивости.

Метод анализа существенно используют ряд предположений, которые здесь перечисляются и в дальнейшем специально оговариваться не будут.

1) Расчетные формулы выводятся из уравнений двухжидкостной столкновительной гидродинамики для плазмы, состоящей из электронов и одного сорта ионов. Рассматриваются характерные времена процессов, превышающие времена свободного пробега частиц, характерные

пространственные масштабы, превышающие как длины свободного пробега, так и ларморовские радиусы.

2) Возмущения электрического поля в неоднородностях считаются потенциальными, а возмущения концентрации плазмы — квазинейтральными.

3) В поперечной к магнитному полю плоскости фоновая плазма считается слабонеоднородной, т. е. поперечные масштабы неоднородностей считаются малыми в сравнении с обратными логарифмическими градиентами фоновых параметров. В продольном направлении такого предположения не делается.

4) Рассматриваются умеренно вытянутые неоднородности с  $l_{\parallel}/l_{\perp} \ll \ll \sqrt{\theta_e \theta_i}$ , где  $\theta_{\alpha}$  — отношение гирочастоты заряда сорта  $\alpha$  к соответствующей частоте столкновений.

5) Ионосферная плазма считается сильно замагниченной,  $|\theta_{\alpha}| \gg 1$ , что справедливо в области  $F$ .

Анализ ведется на основе системы квазигидродинамических уравнений для электронов и ионов. Линеаризуя систему по малым возмущениям концентрации  $n$ , скорости  $\mathbf{v}_{\alpha}$  и потенциала  $\varphi$  и исключая скорости, можно записать следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} = & \nabla_{\parallel} (D_{\alpha} \nabla_{\parallel} n - D_{\alpha} \kappa_{\parallel} n - \mu_{\alpha} N \nabla_{\parallel} \varphi) - \beta + \frac{\mu_{\alpha} N}{\theta_{\alpha}} (\kappa [\nabla \varphi \mathbf{h}]) - \\ & - \nabla_{\parallel} (V_{\alpha \parallel} n) + \nabla_{\perp} \left[ \frac{D_{\alpha}}{\theta_{\alpha}^2} \nabla_{\perp} n - \left( \frac{D_{\alpha}'}{\theta_{\alpha}} [\kappa \mathbf{h}] + V_{\alpha \perp} \right) n + \frac{\mu_{\alpha} N}{\theta_{\alpha}^2} \nabla_{\perp} \varphi \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $D_{\alpha} = T_{\alpha}/m_{\alpha} \nu_{\alpha}$  — коэффициент диффузии  $\alpha$ -й компоненты,  $\mu_{\alpha} = e_{\alpha}/m_{\alpha} \nu_{\alpha}$  — подвижность,  $\kappa = \nabla \ln N$ ,  $V_{\alpha}$  — невозмущенная скорость, вызванная внешними силами,  $\beta$  — коэффициент линейной рекомбинации в области  $F$ ,  $\mathbf{h} = B/B$ .

Принимая во внимание слабую неоднородность плазмы поперек магнитного поля, можно провести преобразование Фурье по поперечным координатам  $\mathbf{r}$ . При этом система (1) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_k}{\partial t} = & \nabla_{\parallel} (D_{\alpha} \nabla_{\parallel} n_k - D_{\alpha} \kappa_{\parallel} n_k - V_{\alpha \parallel} n_k + \mu_{\alpha} N \nabla_{\parallel} \varphi_k) - \beta n_k - \\ & - i \frac{\mu_{\alpha} N}{\theta_{\alpha}} (k [\kappa \mathbf{h}]) \varphi_k - \frac{D_{\alpha}}{\theta_{\alpha}^2} k^2 n_k - i \left( \frac{D_{\alpha}'}{\theta_{\alpha}} (k [\kappa \mathbf{h}]) + k V_{\alpha} \right) n_k - \frac{\mu_{\alpha} N}{\theta_{\alpha}^2} k^2 \varphi_k. \end{aligned} \quad (2)$$

Вычитая из уравнения непрерывности для ионов соответствующее уравнение для электронов, можно получить уравнение бездивергентности тока:

$$\begin{aligned} \nabla_{\parallel} [(D_e - D_i) \nabla_{\parallel} n_k + (D_i - D_e) \kappa_{\parallel} n_k + (V_{i \parallel} - V_{e \parallel}) n_k] - \nabla_{\parallel} [(\mu_i - \mu_e) N \nabla_{\parallel} \varphi_k] = \\ = i \left[ \frac{D_0}{\theta_i} (k [\kappa \mathbf{h}]) - k (V_i - V_e) \right] n_k + \left( \frac{D_i}{\theta_i^2} - \frac{D_e}{\theta_e^2} \right) k^2 n_k + \left( \frac{\mu_i}{\theta_i^2} - \frac{\mu_e}{\theta_e^2} \right) k^2 N \varphi_k, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $D_0 = D_i (1 + T_e/T_i)$  — коэффициент амбиполярной диффузии. Из уравнения (3) необходимо определить потенциал электрического поля  $\varphi_k$ . Однако в общем случае сделать это не удастся, поскольку это уравнение второго порядка с произвольной  $i$ , вообще говоря, сложной зависимостью коэффициентов от координаты. Тем не менее в рамках сделанных предположений определить  $\varphi_k$  все же удастся. Учитывая, что в  $F$ -области ионосферы параметры плазмы удовлетворяют соотношениям  $|\mu_i| \ll |\mu_e|$ ,  $|\theta_i| \ll |\theta_e|$ , причем  $\mu_i/\mu_e = \theta_i/\theta_e$ , легко видеть, что для умеренно вытянутых неоднородностей

$$\nabla_{\parallel} [(\mu_e - \mu_i) N \nabla_{\parallel} \varphi_k] \approx \nabla_{\parallel} (\mu_e \wedge \nabla_{\parallel} \varphi_k) \gg N \left( \frac{\mu_i}{\theta_i^2} - \frac{\mu_e}{\theta_e^2} \right) k^{\perp} \varphi_k \approx \frac{N \mu_e}{\theta_i \theta_e} k^2 \varphi_k.$$

Таким образом, в уравнении (3) можно пренебречь последним членом, после чего оно может быть проинтегрировано в квадратурах. В качестве граничного берется условие отсутствия возмущения на нижней границе ионосферы  $z_n$ . При подстановке найденного значения  $\varphi_k$  в одно из уравнений непрерывности (2) получается следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_k}{\partial t} = & \nabla_{\parallel} (D_0 \nabla_{\parallel} n_k - D_0 \kappa_{\parallel} n_k - V_{i\parallel} n_k) - \beta n_k - \left( \frac{D_0}{\theta_i} (k[\kappa h]) + k V_i \right) - \\ & - k^2 \frac{D_0}{\epsilon_i^2} n_k + \left( i \frac{k^2}{\theta_i} - (k[\kappa h]) \right) N \int_{z_{ii}}^z \frac{dz}{N \theta_e} \int_{z_{ii}}^z \left[ \frac{D_0}{\theta_i} k[\kappa h] + k(V_i - V_e) \right] n_k dz - \\ & - i \nabla_{\parallel} \left( \frac{\theta_i}{\theta_e} \right) \int_{z_{ii}}^z \left[ \frac{D_0}{\theta_i} k[\kappa h] + k(V_i - V_e) \right] n_k dz - i \left( \frac{D_0}{\theta_i} k[\kappa h] + k V_i \right) n_k. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение (4) описывает линейную стадию развития малого начального возмущения концентрации плазмы. Следует заметить, что если в уравнении (4) перейти к локальному приближению, т. е. считать, что  $n_k \sim \exp[i(k_{\parallel} z - \omega t)]$ , то можно получить дисперсионное соотношение вида

$$\begin{aligned} -i\omega = & -D_0 k_{\parallel}^2 - i D_0 k_{\parallel} \kappa_{\parallel} - i k_{\parallel} V_{i\parallel} - \beta - D_0 \frac{k_{\perp}^2}{\theta_i^2} - \nabla V_i + \\ & + \frac{1}{\theta_e k_{\parallel}^2} \left( k[\kappa h] - i \frac{k_{\perp}^2}{\theta_i^2} \right) \left[ \frac{D_0}{\theta_i} k[\kappa h] + k[V_i - V_e] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{k_{\parallel}} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\theta_i}{\theta_e} \right) \left[ \frac{D_0}{\theta_i} k[\kappa h] + k(V_i - V_e) \right] - i \left( \frac{D_0}{\theta_i} k[\kappa h] + k V_i \right) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Отсюда непосредственно можно получить выражение для инкремента

$$\begin{aligned} \gamma = & -\beta - D_0 k_{\parallel}^2 - \frac{D_0 k_{\perp}^2}{\theta_i} - \nabla V_i + \frac{k[\kappa h]}{D_e k_{\parallel}^2} \left[ D_0 \frac{k[\kappa h]}{\theta_i} + \right. \\ & \left. + k(V_i - V_e) \right] + \frac{1}{k_{\parallel}} \frac{\theta_i}{\theta_e} (L_e - L_i) \left[ \frac{D_0}{\theta_i} k[\kappa h] + k(V_i - V_e) \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где  $L_{\alpha} = (\partial/\partial z) \ln v_{\alpha}$ . В выражении (6) первые три члена описывают затухание волн за счет рекомбинации, а также продольной и поперечной диффузии. В конвергентном члене  $\nabla V_i$  учтена, в частности, неоднородность продольной скорости плазмы  $V_{iz} = V_{nz} + (g_z/v_i) - D_0 \kappa_z$ , где  $g_z$  — продольная составляющая ускорения свободного падения. Следующее слагаемое описывает градиентно-дрейфовую неустойчивость. Последний член связан с различными высотными ходами частот столкновений, который возникает при учете в  $v_e$  электрон-ионных столкновений. В локальном приближении он мал [6], однако в нелокальном случае, как будет показано, играет важную роль. Выражение (6) совпадает с известными выражениями для инкремента [7] в случае умеренной вытянутости неоднородностей.

Уравнение (4) можно записать в виде

$$\partial n_k / \partial t = \hat{L} n_k + \hat{\Gamma}_k n_k, \quad (7)$$

где  $\hat{L} = \nabla_{\parallel} (D_0 \nabla_{\parallel} - D_0 \kappa_{\parallel} - V_{i\parallel}) - \beta$  — дифференциальный оператор амбиполярной диффузии,  $\hat{\Gamma}_k$  — интегральный оператор, включающий в себя все остальные члены уравнения (4).

Известно [8], что с помощью простого масштабного преобразования  $n_k = n_k \exp \left[ (1/2) \int (\kappa_z + V_{iz}/D_0) dz \right]$  оператор амбиполярной диффузии приводится к оператору Штурма—Лиувилля, который имеет дискретный спектр собственных значений

$$\hat{L} \psi_i = \lambda_i \psi_i, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (8)$$

причем собственные функции  $\psi_i$  ортогональны и образуют полную систему базисных функций. В качестве граничных условий задачи (8) берется равенство нулю возмущения на нижней границе ионосферы  $z_n$  и отсутствие возмущения потока частиц на верхней границе  $z_b$ :  $V_{i\parallel} n - D_0 (\partial n / \partial z) + D_0 \kappa_z n = 0$ . Выбор таких граничных условий выделяет неустойчивости, развивающиеся именно в ионосфере, в отличие от формирования неоднородностей, обусловленных возмущениями потока частиц из плазмосферы.

Разложим возмущение  $n_k$  в ряд по этим базисным функциям  $n_k = \sum n_{ki} \psi_i$ , где амплитуда  $n_{ki} = \int_{z_n}^{z_b} n_k \psi_i dz$ . При этом из уравнения (7) с учетом (8) получим уравнение для амплитуд

$$\frac{\partial n_{ik}}{\partial t} = -\lambda_i n_{ki} + \sum_j \Gamma_{ij}^{(k)} n_{kj}, \quad (9)$$

где матричные элементы  $\Gamma_{ij}^{(k)} = \int_{z_n}^{z_b} \psi_i \hat{\Gamma}_k \psi_j dz$  образуют комплексную неэрмитову матрицу.

Таким образом, задача описания неустойчивости свелась к исследованию спектра комплексной матрицы  $\|\Gamma_{ij}^{(k)} - \lambda_i \delta_{ij}\|$ . При наличии собственных значений матрицы, имеющих положительную вещественную часть, можно говорить о неустойчивости системы. Анализ матрицы  $\|\Gamma_{ij}^{(k)} - \lambda_i \delta_{ij}\|$  проводился численно.

Для оценок эффективности неустойчивостей были проведены расчеты инкрементов с использованием модели параметров ионосферы и верхней атмосферы. Прежде всего было обнаружено, что доминирующую роль в развитии неустойчивости в области  $F$  ионосферы играет механизм, связанный с разностью высотных ходов частот столкновений электронов и ионов, описываемый в уравнении (4) последним слагаемым, в то время как другие вклады в инкремент, в частности градиентно-дрейфовое слагаемое, в нелокальном описании оказываются несущественными. Из структуры контролирующего неустойчивость слагаемого видно, что нестабильность требует для своего развития наличие градиента величины  $\theta_i/\theta_e$  в продольном направлении и соответствующей ориентации поперечного тока  $V_i - V_e$  в плазме. В верхней ионосфере ток определяется в первую очередь величиной и ориентацией скорости нейтральных частиц (нейтральным ветром). Именно скорость нейтрального ветра и контролирует развитие неустойчивости. Важным процессом, подавляющим нестабильность, является рекомбинационное затухание. Кроме того, вклад в затухание возмущений дает поперечная диффузия. Эффективность диффузионного затухания пропорциональна

к квадрату волнового числа, а инкремент неустойчивости зависит от  $k$  линейно, т. е. имеется диапазон поперечных размеров, для которых неустойчивость наиболее эффективна. Численные расчеты показали, что оптимальные размеры неоднородностей составляют величину порядка километра (в ортогональной плоскости). Форма профиля возмущения концентрации в продольном направлении определяется видом нарастающих собственных функций задачи (9). Практически на линейной стадии нарастающей является только одна собственная функция, близкая по форме к невозмущенному  $N(h)$ -профилю, т. е. нарастают возмущения с постоянным вдоль продольной координаты отношением  $n/N$ . Из этого сразу следует, что оптимальные условия для развития неустойчивости будут иметь место, когда максимум  $F$  2-слоя расположен достаточно высоко. При этом будет слабым рекомбинационное затухание возмущений, поскольку коэффициент рекомбинации  $\beta$  экспоненциально убывает с высотой. Кроме того, как известно, при прочих равных условиях при более высоком расположении слоя  $F$  2 концентрация в максимуме также более высокая, что обеспечивает необходимое увеличение  $\nabla_{\parallel}(\theta_i/\theta_e)$ . Таким образом, расчетами показано, что неустойчивость рассматриваемого типа должна возникать прежде всего в ночных условиях. Для эффективного возбуждения неустойчивости требуются достаточно большие скорости относительного движения электронов и ионов. Так, если считать, что ток в области  $F$  обусловлен нейтральным ветром, то для достижения величины инкремента порядка  $5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$  необходимо задать значение скорости нейтрального ветра  $400 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , хотя, естественно, такие оценки являются предварительными и для формирования количественных представлений о рассматриваемой неустойчивости необходимо проводить дальнейшие расчеты для различных ионосферных условий.

Наличие в спектре собственных значений задачи (9) хотя бы одного числа с положительной вещественной частью (математическое выражение факта неустойчивости) говорит о том, что имеется нарастающая во времени собственная функция, скомпонованная из собственных функций оператора (8)  $e^{st} \sum c_i \psi_i$ . Вклады в это разложение отдельных функций  $\psi_i$  на линейной стадии развития неустойчивости постоянны и также определяются решением задачи (9). Таким образом, нарастающими во времени будут функции  $\psi_i$ , начиная с функции  $\psi_1$ , имеющей наиболее простую структуру и наибольший масштаб изменения по  $z$ , и кончая всеми остальными функциями, имеющими большую «изрезанность», т. е. меньшие масштабы изменения. Однако, как следует из численных расчетов, на линейном этапе неустойчивости вклады в общее возмущение от собственных функций оператора (8) с номерами 2, 3, ... малозначительны. Именно поэтому на начальной стадии формируется крупномасштабная (по  $z$ ) неоднородность.

При учете нелинейных механизмов, которые включаются при достижении конечных амплитуд возмущений в процессе развития неустойчивости, соотношение амплитуд будет меняться в сторону усиления более высоких гармоник. Возможность «перекачки» возмущений в неоднородности, описываемые собственными функциями более высоких порядков, следует из формы нелинейного аналога уравнения (9), которое здесь не приводится из-за громоздких выражений. Однако такой процесс должен иметь место, и, более того, именно нелинейные взаимодействия в виде перекачки в меньшие продольные масштабы являются, очевидно, механизмами нелинейного насыщения неустойчивости.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. — М.: Наука, 1984. — 392 с.
2. Ерухимов Л. М., Косолапенко В. И., Лернер А. М., Мясников Е. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1981. Т. 24. № 4. С. 524.
3. Гершман Б. Н., Жмур Л. Е. // Изв. вузов. Радиофизика, 1978. Т. 21. № 1. С. 1572.

4. Fu Z. F., Lee L. C., Huba J. D. // J. Geophys. Res. 1986. V. A91. № 3. P. 3263.
5. Bernhardt D. A. // J. Geophys. Res. 1984. V. A89. № 5. P. 2936.
6. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. — М.: Наука, 1974. — 256 с.
7. Гершман Б. Н., Казимировский Э. С., Кокоуров В. Д., Чернобровкина Н. А. Явление *F*-рассеяния в ионосфере. — М.: Наука 1984. — 140 с.
8. Поляков В. М., Рыбин В. В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1975. Т. 15. № 5. С. 806.

Иркутский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
23 июня 1987 г.

## A NONLOCAL DESCRIPTION OF PLASMA INSTABILITY IN THE *F*-REGION OF IONOSPHERE

*E. M. Gokhman, V. B. Ivanov, S. A. Rudykh*

The approach to the nonlocal description of ionospheric plasma instability is developed. The generation of the electron density irregularities with longitudinal length comparable with the regular inhomogeneity scales of the ionospheric parameters, is examined. The numerical estimations of growth rate are executed.

---

### Аннотации депонированных статей

УДК 551.2:535.2

#### ФЛУКТУАЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ПОЛЯ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ ОПТИЧЕСКОГО ПУЧКА, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В АЭРОЗОЛЬНОЙ СРЕДЕ

*С. И. Тузова*

Проведен теоретический анализ характера изменения относительной дисперсии и коэффициента временной корреляции флуктуаций интенсивности поля гауссова пучка, распространяющегося в аэрозольной среде, для случая малых оптических толщ, в зависимости от расстояния точки наблюдения до оси пучка в его поперечном сечении.

Статья депонирована в ВИНТИ,  
рег. № 2696-В 89. Деп. от 25 апреля 1989 г.