

УДК 621.373.029.67, 621.385.6

АНАЛИЗ ФЛУКТУАЦИЙ КОЛЕБАНИЙ ГЕНЕРАТОРОВ НА ЛПД НА ОСНОВЕ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ ШУМОВ ЛАВИНООБРАЗОВАНИЯ

К. Д. Овчинников

На основе волновой теории лавинных шумов, учитывающей пролетные эффекты в зоне умножения, разработан алгоритм численного расчета флуктуационных характеристик генераторов на ЛПД. Проведено сопоставление результатов расчета с теоретическими характеристиками, вытекающими из квазистатистического анализа, и с экспериментом. Показано, что волновая теория лавинных шумов заметно корректирует результаты квазистатистического анализа и обеспечивает лучшее соответствие эксперименту.

В [1,2] разработана теория ЛПД с широким слоем умножения, которую можно назвать волновой теорией генерации лавины и шумов лавинообразования. По сравнению с квазистатистическим приближением теория [1,2] учитывает волновые эффекты в зоне умножения, обусловленные действием полей пространственного заряда. Анализ динамических характеристик генераторов на ЛПД (ГЛПД), выполненный в [1], позволил, в частности, объяснить аномальный характер зависимости постоянного напряжения на диоде от амплитуды колебаний (характеристику автосмещения), наблюдающийся экспериментально в ЛПД с широким слоем умножения [3,4].

В настоящей работе на основе волновой теории лавинных шумов [2] анализируются флуктуационные характеристики ГЛПД. Для выявления основных закономерностей, так же как и в [5-7], используется простейшая модель диода (слой умножения считается однородным, предполагается равенство коэффициентов ионизации $\alpha = \beta$ и дрейфовых скоростей $v_n = v_p = v$ электронов и дырок). При этом учитываются такие факторы, как нелинейность по умножению и ток насыщения [8].

Ниже приводятся основные расчетные соотношения, а также алгоритм расчета на ЭВМ спектральных плотностей относительных флуктуаций амплитуды S_z и циклической частоты S_f колебаний ГЛПД в функции уровня выходного сигнала. Результаты расчета сопоставляются с квазистатистическим приближением [7] и экспериментальными данными, полученными в [9] для ГЛПД из GaAs сантиметрового диапазона длин волн.

1. Исходные уравнения. Система флуктуационных уравнений ГЛПД. Используя [1,2], запишем для рассматриваемого случая выражения для регулярной и флуктуационной компонент тока проводимости $i_e(x, t)$ в произвольном сечении x обедненной области диода:

$$i_e(x, t) = i_s + \int_0^x \alpha \left(t + \frac{y-x}{v} \right) i_a \left(t + \frac{y-x}{v} \right) dy + \\ + \int_x^{l_a} \alpha \left(t - \frac{y-x}{v} \right) i_a \left(t - \frac{y-x}{v} \right) dy + G(x, t), \quad (1)$$

где $i_a(t) = \frac{1}{l_a} \int_0^{l_a} i_e(x, t) dx$ — ток лавины, i_s — ток насыщения,

$$G(x, t) = \int_0^x \sqrt{\alpha\left(t + \frac{y-x}{v}\right) i_a\left(t + \frac{y-x}{v}\right)} \xi\left(y, t + \frac{y-x}{v}\right) dy + \\ + \int_x^{l_a} \sqrt{\alpha\left(t - \frac{y-x}{v}\right) i_a\left(t - \frac{y-x}{v}\right)} \xi\left(y, t - \frac{y-x}{v}\right) dy, \quad (2)$$

$\xi(x, t)$ — стационарный случайный процесс, дельта-коррелированный по x и t , так что его функция автокорреляции

$$B_\xi(x, t, x', t') = q\delta(t - t')\delta(x - x'), \quad (3)$$

q — заряд электрона.

Функция Ланжевена $G(x, t)$ описывает спонтанные флуктуации числа частиц в лавине с учетом волновых эффектов. Этот случайный процесс является периодически нестационарным ввиду периодической зависимости функции $\alpha(t)i_a(t)$ от времени.

Интегрируя (1) по x от нуля до l_a , получим интегральное стохастическое уравнение лавины [1], которое при заданном гармоническом напряжении на слое умножения

$$u_a(t) = U_{a0}(t) + U_a(t) \sin \omega_1 t \quad (4)$$

может быть преобразовано методом Галеркина в следующую систему стохастических уравнений для комплексных амплитуд тока лавины [2]:

$$I_{a_k}(t) = \delta_{k0}i_s + M_k \sum_{n=-m}^m \alpha_{k-n}(t) I_{a_n}(t) + \eta_k(t), \quad (5)$$

где

$$\delta_{k0} = \begin{cases} 0 & k \neq 0 \\ 1 & k = 0 \end{cases}, \quad \alpha_r = \frac{\omega_1}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_1} \alpha[E_a(t)] \exp(-jr\omega_1 t) dt,$$

$$E_a(t) = \frac{u_a(t)}{l_a}, \quad M_k = \frac{2l_a}{jk\theta_a} \left[1 + \frac{1}{jk\theta_a} [\exp(-jk\theta_a) - 1] \right], \quad (6)$$

$$\theta_a = \omega_1 l_a / v, \quad \eta_k(t) = \frac{1}{l_a} \exp(-jk\omega_1 t) \int_0^{l_a} G(x, t) dx.$$

Заметим, что число гармоник m , учитываемых в (5), выбирается из условия получения стабильного решения по интересующим спектральным плотностям флуктуаций [2].

Входящие в (4), (5) составляющие $U_{a0}(t)$, $U_a(t)$, $I_{a_k}(t)$ следует рассматривать как медленные (по сравнению с $\exp(j\omega_1 t)$) функции времени. В режиме стационарных колебаний их зависимость от времени связана с действием источников шумов.

Аналогичным образом, интегрируя (1) по всей обедненной области диода (от нуля до l), можно получить следующее выражение для k -й гармоники наведенного тока:

$$I_{H_k}(t) = \frac{l_a}{l} I_{a_k}(t) + D_k \sum_{n=-m}^m \alpha_{k-n}(t) I_{a_n}(t) + \mu_k(t), \quad (7)$$

где

$$D_k = (l/k^2\theta^2) [\exp(-jk\theta_d) - 1] [1 - \exp(-jk\theta_a)],$$

$$\theta = \omega_1 l / v, \quad \theta_d = \omega_1 l_d / v, \quad l_d = l - l_a,$$
(8)

$$\mu_k(t) = (1/l) \exp(-jk\omega_1 t) \int_{l_a}^l G(x, t) dx.$$

Чтобы найти систему уравнений ГЛПД в замкнутом виде, следует дополнить (5) и (7) уравнениями полного тока [8]

$$I_1 = I_{a_1} + j\omega_1 C_a U_{a_1} = I_{H_1} + j\omega_1 C U_1$$
(9)

и укороченными уравнениями для амплитуды $I = 2|I_1|$ и частоты ω_1 колебаний тока в цепи нагрузки [8]:

$$\frac{1}{I} \frac{dI}{dt} = -\frac{\omega_0^2 C}{2L(\omega_0)} [R(I) + R_k] = -\frac{\omega_0^2 C}{2L(\omega_0)} \left[R_k - \frac{4\text{Im}\{I_{H_1} I_{-1}\}}{\omega_0 C I^2} \right];$$
(10)

$$\omega_1 = \omega_0 - \frac{\omega_0^2 C}{2L(\omega_0)} \left[X(I) + \frac{1}{\omega_0 C} \right] = \omega_0 - \frac{\omega_0 2\text{Re}\{I_{H_1} I_{-1}\}}{L(\omega_0) I^2}.$$
(11)

В (9)–(11) использованы обозначения: C_a, C — емкости слоя умножения и активной части диода; I_1, U_1 — комплексные амплитуды первых гармоник полного тока и напряжения на диоде; ω_0 — собственная частота резонатора с «холодным» диодом; R_k, X_k — активное и реактивное сопротивления внешнего контура; $R(I), X(I)$ — активное и реактивное сопротивления запорного слоя диода; $U_{a_1} = \frac{1}{2} U_a$; $L(\omega_0) = \frac{\omega_0^2 C}{2} \frac{d}{d\omega} \left[X_k(\omega) - \frac{1}{\omega C} \right]_{\omega = \omega_0}$ — коэффициент, характеризующий стабилизирующие свойства колебательной системы генератора.

Если провести линеаризацию системы (5), (7), (9)–(11) по флуктуациям $\delta I_{a_k}, \delta U_{a_0}, \delta U_a, \delta I_{H_k}, \varepsilon = \delta I/I, \delta \omega_1$ в окрестности стационарного режима колебаний, то она разбивается на две — для регулярных составляющих и для флуктуаций. Из решения первой системы определяются динамические характеристики ГЛПД. Флуктуационная часть задачи выливается в решение линейной системы алгебраических уравнений, в левой части которой фигурируют исследуемые флуктуации, а в правой случайные возмущения $\eta_k(t)$ и $\mu_k(t)$. Полученную систему следует дополнить флуктуационным уравнением для цепи питания ЛПД [6]

$$\delta U_{a_0}(t) + \frac{l_a}{l} (R_B + r_0) \delta I_{a_0}(t) = 0$$
(12)

(где R_B — внутреннее сопротивление источника питания, r_0 — изотермическое дифференциальное сопротивление ЛПД) и учесть в (11) медленные флуктуации емкости диода δC , обусловленные флуктуациями длины области дрейфа [6]*:

$$\frac{\delta C}{C} = -\frac{l_d}{l} \frac{\delta l_d}{l_d} = -\frac{l_d}{l} \left\{ \frac{\delta U_{a_0}}{U_{a_0}} + \frac{2r_0 l_a}{U_{a_0} l_d} \delta I_{a_0} \right\}.$$
(13)

2. Энергетические спектры флуктуаций. Для нахождения энергетических спектров искомым флуктуаций $\varepsilon(t), \delta \omega_1(t)$ нужно знать собственные и взаимные спектральные плотности случайных процессов

* В случае отсутствия прокола.

$\eta_k(t)$ и $\mu_k(t)$. Чтобы определить их выражения, найдем с учетом (2) преобразование Фурье усеченной реализации процесса $G(x, t)$:

$$\tilde{G}(x, \omega) = \int_{-T/2}^{+T/2} G(x, t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-T/2}^{+T/2} e^{-j\omega t} dt \int_0^{l_a} \xi(y, t) P(x, y, t, \omega) dy, \quad (14)$$

где

$$P(x, y, t, \omega) = F_1(t) \exp\left[\frac{j\omega(y-x)}{v}\right] + F_2(t) \exp\left[-\frac{j\omega(y-x)}{v}\right],$$

$$F_1(t) = \begin{cases} \sqrt{\alpha(t) i_a(t)}, & 0 \leq y \leq x \\ 0, & x < y < l_a \end{cases},$$

$$F_2(t) = \begin{cases} \sqrt{\alpha(t) i_a(t)}, & x \leq y \leq l_a \\ 0, & 0 < y < x \end{cases}.$$

Учитывая (6) и (8), можно представить энергетические спектры процессов $\eta_k(t)$ и $\mu_k(t)$ в виде

$$S_{\eta_k \eta_{k'}}(\Omega) = \frac{1}{l_a^2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \left\langle \int_0^{l_a} \tilde{G}(x, \omega) dx \int_0^{l_a} \tilde{G}^*(x', \omega') dx' \right\rangle,$$

$$S_{\mu_k \mu_{k'}}(\Omega) = \frac{1}{l^2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \left\langle \int_{l_a}^l \tilde{G}(x, \omega) dx \int_{l_a}^l \tilde{G}^*(x', \omega') dx' \right\rangle, \quad (15)$$

$$S_{\eta_k \mu_{k'}}(\Omega) = \frac{1}{l_a l} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \left\langle \int_0^{l_a} \tilde{G}(x, \omega) dx \int_{l_a}^l \tilde{G}^*(x', \omega') dx' \right\rangle,$$

где $\omega = k\omega_1 + \Omega$, $\omega' = k'\omega_1 + \Omega$.

Подставляя (14) в (15) и проводя преобразования, подробно изложенные в [2], можно получить с учетом (3) следующие выражения:

$$S_{\eta_k \eta_{k'}}(\Omega) = \frac{q\omega_1}{l_a^2 \pi} \int_0^{2\pi/\omega_1} \exp[-j(\omega - \omega')t] dt \int_0^{l_a} R(y, t, \omega) R^*(y, t, \omega') dy,$$

$$S_{\mu_k \mu_{k'}}(\Omega) = \frac{q\omega_1}{l^2 \pi} \int_0^{2\pi/\omega_1} \exp[-j(\omega - \omega')t] dt \int_0^{l_a} W(y, t, \omega) W^*(y, t, \omega') dy, \quad (16)$$

$$S_{\eta_k \mu_{k'}}(\Omega) = \frac{q\omega_1}{l_a l \pi} \int_0^{2\pi/\omega_1} \exp[-j(\omega - \omega')t] dt \int_0^{l_a} R(y, t, \omega) W^*(y, t, \omega') dy,$$

где

$$R(y, t, \omega) = \sqrt{\alpha(t) i_a(t)} \left[\int_y^{l_a} \exp\left(\frac{j(y-x)\omega}{v}\right) dx + \int_0^y \exp\left(\frac{-j(y-x)\omega}{v}\right) dx \right],$$

$$W(y, t, \omega) = \sqrt{\alpha(t) i_a(t)} \int_{l_a}^l \exp\left(\frac{j(y-x)\omega}{v}\right) dx.$$

Следует отметить, что в квазистатическом приближении [6,7] в спектрах (16) фигурирует функция $R = I_a \sqrt{\alpha(t) i_a(t)}$. Таким образом, за счет пролетных эффектов в слое умножения изменяется характер энергетических спектров $S_{\eta_k \eta_k'}(\Omega)$ и $S_{\eta_{bu,k}'}(\Omega)$. В частности, спектр $S_{\eta_k \eta_k'}(\Omega)$ вместо равномерного становится убывающим с частотой.

3. Результаты расчета на ЭВМ флуктуационных характеристик ГЛПД. Линеаризованную по флуктуациям систему (5), (7), (9)–(11) с учетом (12) и (13) удобно представить в матричной форме. Переходя от временных реализаций к соответствующим фурье-образам, получим

$$C(j\Omega) \tilde{Y}(\Omega) = \tilde{X}(\Omega), \quad (17)$$

где $C(j\Omega)$ — квадратная комплексная матрица порядка $N = 2m + 7$, $\tilde{Y}(\Omega)$ — вектор-столбец, элементами которого являются фурье-образы исследуемых флуктуаций, $\tilde{X}(\Omega)$ — вектор-столбец, элементами которого являются случайные возмущения $\tilde{\eta}_k(\Omega)$, $\tilde{\mu}_k(\Omega)$ или нули.

На основании (17) можно получить выражение матрицы спектральных плотностей $S_Y(\Omega)$ через матрицу энергетических спектров $S_X(\Omega)$:

$$S_Y(\Omega) = C^{-1}(j\Omega) S_X(\Omega) [C^{-1}(j\Omega)]^*, \quad (18)$$

где $C^{-1}(j\Omega)$ — матрица, обратная $C(j\Omega)$; $S_Y(\Omega)$ представляет собой эрмитову комплексную матрицу порядка N . Из всех ее элементов основной интерес представляют элементы главной диагонали, которые являются спектральными плотностями исследуемых флуктуаций.

Алгоритм расчета энергетических спектров $S_e(\Omega)$ и $S_f(\Omega)$ вытекает из выражения (18). Сначала, исходя из вида полученной системы для флуктуаций, формируется квадратная комплексная матрица $C(j\Omega)$. Матрица $S_x(\Omega)$ формируется на основании выражений (16). Затем с помощью стандартной программы обращения комплексных матриц определяются матрицы $C^{-1}(j\Omega)$, $[C^{-1}(j\Omega)]^*$, и в соответствии с (18) проводится их перемножение.

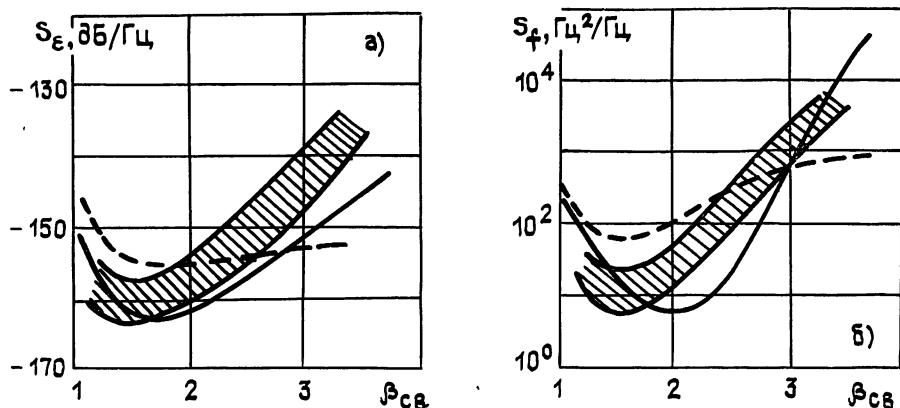


Рис. 1.

Описанный алгоритм был реализован в виде программы вычислений на ЭВМ серии ЕС на языке ФОРТРАН IV. В качестве примера на рис. 1 представлены сплошной линией результаты численного расчета спектральных плотностей флуктуаций амплитуды S_e и частоты S_f колебаний арсенид-галлиевых ГЛПД трехсантиметрового диапазона с однородным профилем легирования, которые теоретически и экспериментально исследовались в [7,9]. Для удобства сопоставления с экспериментом в качестве аргумента выбран параметр связи генератора с на-

грузкой $\beta_{св} = I_{с0}/I_{п}$ (где $I_{п}$ — пусковой ток ГЛПД). Основные параметры ЛПД, необходимые для расчета, приведены в [7]. На рис. 1 штриховой линией показаны также теоретические зависимости $S_e(\beta_{св})$ и $S_f(\beta_{св})$, рассчитанные в [7] в квазистатическом приближении. Экспериментальные данные [9] приведены на том же рисунке в виде заштрихованных зон.

Из рис. 1 видно, что флуктуационные характеристики ГЛПД, рассчитанные по волновой и квазистатической теориям, заметно отличаются. Это объясняется рядом причин. Во-первых, под влиянием пролетных эффектов в зоне умножения уменьшается уровень генерируемых шумов $G(x, t)$ в окрестности частот высших гармоник $k\omega_1$. Во-вторых, согласно волновой теории ЛПД [1], серьезные изменения претерпевают динамические характеристики, в частности, характеристика автосмещения. Благодаря этому в режиме большого сигнала существенно возрастают амплитуды высших гармоник тока лавины, взаимодействие которых с генерируемым шумом $G(x, t)$ определяет комбинационный перенос шумов с низких и высоких частот на частоту основного сигнала. Совместное действие указанных факторов приводит к снижению интенсивности флуктуаций колебаний $S_e(\beta_{св})$ и $S_f(\beta_{св})$ в области минимума и более резкому их нарастанию при последующем уменьшении связи генератора с нагрузкой.

Эти тенденции в поведении флуктуаций ГЛПД, вытекающие из расчетов по волновой теории шумов, хорошо согласуются с экспериментальными данными [9]. Обращает на себя внимание совпадение результатов по уровню шумов в минимуме, а также по характеру их изменения с ростом $\beta_{св}$. Заметим, что столь глубокий минимум амплитудного шума $S_e \cong -165$ дБ/Гц и достаточно резкое его нарастание (примерно на 20 дБ) не удастся объяснить в рамках квазистатического подхода даже при широком варьировании входных параметров [7].

Таким образом, волновая теория лавинных шумов весьма существенно корректирует результаты квазистатического анализа шумов ЛПД даже в случае приборов сантиметрового диапазона. Представляется, что эта коррекция должна проявиться еще сильнее для приборов миллиметрового диапазона, в которых слой умножения может занимать более половины обедненной области диода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Овчинников К. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 10. С. 1331.
2. Овчинников К. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 11. С. 1462.
3. Goedbloed J. J. // Philips. Res. Repts. Suppl. 1973. № 7. P. 1.
4. Сметанин А. И. Диссертация. М., ГПИ. 1981
5. Гогоберидзе Г. Б., Овчинников К. Д. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1982. № 9. С. 39.
6. Гогоберидзе Г. Б., Корнилов С. А., Овчинников К. Д. // Электронная техника Сер. Электроника СВЧ. 1982. № 10. С. 21.
7. Гогоберидзе Г. Б., Корнилов С. А., Овчинников К. Д. // Электронная техника Сер. Электроника СВЧ. 1982. № 11. С. 23
8. Тагер А. С., Вальд-Перлов В. М. Лавинно-пролетные диоды и их применение в технике СВЧ. — М.: Сов радио, 1968.
9. Корнилов С. А., Павлов В. М. // Изв вузов. Радиофизика. 1983 Т. 26. № 3. С. 380.

Ленинградский электротехнический
институт связи

Поступила в редакцию
8 июня 1987 г.

THE ANALYSIS OF THE FLUCTUATION IN IMPATT'S GENERATORS, BASED ON THE WAVE THEORY OF THE AVALANCHE NOISE

K. D. Ouchinnikov

The algorithm of avalanche noise computing in IMPATT's generators has been developed. This algorithm is based on the theory, taking into account the wave (transit-time) effects in the region of the multiplication. The calculation results are compared with the experimental data and with the data of the quasistatistical analysis. It is shown that the wave theory fits better to the experiment.