

УДК 621.378.3

СТРУКТУРА МОД НАБОРА ЛАЗЕРОВ С ЭФФЕКТИВНОЙ СВЯЗЬЮ МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ

А. А. Голубенцев, В. В. Лиханский, А. П. Юнартович

Приводятся результаты исследования модовой структуры излучения набора периодически расположенных лазеров с эффективной связью между элементами, основанной на эффекте воспроизведения периодической структуры поля. Определены возможные типы мод, потери и собственные частоты для бесконечного и ограниченного набора лазеров, собранных в треугольную и квадратную решетки.

1. В настоящее время большой интерес вызывают задачи фазовой синхронизации нескольких лазеров [1]. Если излучение N лазеров взаимно когерентно, то при фокусировке плотность мощности в центральном пятне может расти пропорционально N^2 (размер пятна падает как $1/N$). Поэтому увеличение яркости набора лазеров путем синхронизации их излучения представляется весьма актуальной задачей. Эффективный способ фазовой синхронизации, основанный на эффекте Тальбота [2] (эффект самовоспроизведения периодических полей), был предложен и реализован экспериментально в [3]. В [3] использована сборка почти тождественных активных элементов (лазерных каналов), образующих в сечении регулярную решетку, помещенная в общий для всех элементов резонатор, плоские зеркала которого расположены на определенном расстоянии. Если предположить, что волноводные моды отдельных каналов заданы, то определение коллективных мод сборки N лазеров сведется к нахождению собственных векторов и собственных значений матрицы M размером $N \times N$, описывающей дифракционную связь отдельных каналов. Эта задача легко решается в пределе бесконечной сборки.

При этом оказывается, что дифракционные потери коллективной моды, отвечающей синфазному излучению всех каналов, отсутствуют, если расстояние от плоскости торцов лазерных каналов до зеркала связи выбрано кратным половине расстояния воспроизведения [2] для рассматриваемой решетки. Это обстоятельство и позволяет добиться эффективной селекции [3] синфазного режима генерации. Оказывается также, что при этом возможно существование нескольких самовоспроизводящихся коллективных мод [4], для которых потери отсутствуют. В реальной ситуации число элементов конечно и встает вопрос о модах и их потерях в наборах лазеров с ограниченной апертурой.

Для определения структуры мод большой, но конечной сборки лазеров естественно применить [4] приближение, аналогичное диффузионному в теории переноса нейтронов [5]. В этом приближении система большого числа линейных уравнений сводится к одному дифференциальному уравнению в частных производных. Для нахождения спектра собственных значений это уравнение должно быть дополнено асимптотически правильными граничными условиями, которые определяются путем решения задачи о полубесконечной сборке.

В данной работе получено решение такой задачи по методу Винера—Хопфа в случае тальботовской связи между элементами. Определена структура мод для большой, но конечной сборки лазеров. По-

казано, что вырождение по потерям, имевшее место для бесконечной сборки, снимается при переходе к системе с конечной апертурой.

2. Предположим, что распространение излучения по отдельному волноводу характеризуется некоторым набором собственных поперечных мод и дискретным спектром собственных частот. В дальнейшем будем считать, что имеется одна выделенная поперечная мода, обладающая минимальными волноводными потерями (например число Френеля, найденное по радиусу, и длина канала ≤ 1), которая описывается распределением поля на торце волновода $f(\mathbf{r})$. Функцию $f(\mathbf{r})$ можно без ограничения общности считать действительной и нормированной, так что $\int f^2(\mathbf{r})d\mathbf{r} = 1$.

В этом случае поле в плоскости, совпадающей с торцами каналов, представляется в виде

$$E_0(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{m,n} C(\mathbf{R}_{mn}) f(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{R}_{mn}), \quad (1)$$

где \mathbf{R}_{mn} — координата центра канала с номером m, n , т. е. $\mathbf{R}_{mn} = m\mathbf{a}_1 + n\mathbf{a}_2$, \mathbf{a}_1 и \mathbf{a}_2 — векторы трансляций решетки торцов, $\boldsymbol{\rho}$ — координата в плоскости, $C(\mathbf{R}_{mn})$ — комплексная амплитуда поля в канале с номером (m, n) . При написании (1) поле предполагалось линейно поляризованным и использовано скалярное приближение.

По прохождении расстояния Z поле излучения преобразуется (в параболическом приближении) следующим образом:

$$E_Z(\boldsymbol{\rho}) = \frac{ik_0}{2\pi Z} \exp(ik_0 Z) \int E(\boldsymbol{\rho}') \exp\left[\frac{ik_0}{2Z}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')^2\right] d\boldsymbol{\rho}', \quad (2)$$

где k_0 — волновой вектор. Полагая, что на расстоянии $Z/2$ от плоскости торцов каналов расположено плоское зеркало достаточно большой апертуры, получим, что поле отраженного излучения описывается выражением (2). Если поперечный размер волновода Δ удовлетворяет соотношению $k_0\Delta \gg 1$, амплитуда возбуждаемой в волноводе моды $\tilde{C}(\mathbf{R})$ определяется проекцией $E_Z(\boldsymbol{\rho})$ на собственную функцию моды $f(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{R})$. Тогда задача нахождения поля в резонаторе сведется к задаче на собственные значения системы N линейных уравнений

$$\tilde{C}(\mathbf{R}) = \gamma' C(\mathbf{R}) = A \sum_{\mathbf{R}'} M(\mathbf{R}, \mathbf{R}') C(\mathbf{R}'), \quad (3)$$

где

$$M(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = M(\mathbf{R} - \mathbf{R}') = \frac{ik_0}{2\pi Z} \int d\boldsymbol{\rho} d\boldsymbol{\rho}' f(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{R}) f(\boldsymbol{\rho}' - \mathbf{R}') \exp\left[\frac{ik_0}{2Z}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')^2\right]. \quad (4)$$

Здесь γ' — собственное значение, модуль которого определяет потери резонатора, а фаза — собственные частоты, A — константа, характеризующая полный набег фазы и изменение амплитуды при прохождении излучения туда и обратно по системе каналов. В дальнейшем мы будем рассматривать величину $\gamma = \gamma'/A$.

В пределе бесконечной сборки ($N \rightarrow \infty$) система (3) может быть легко решена. Собственными векторами являются плоские волны

$$C(\mathbf{R}) = \exp(iq\mathbf{R}),$$

при этом собственное значение γ равно образу Фурье матрицы связи $M(\mathbf{R} - \mathbf{R}')$:

$$\gamma = M(q) = \sum_{\mathbf{R}} M(\mathbf{R}) e^{-iq\mathbf{R}}, \quad (5)$$

(Волновой вектор q , нумерующий собственные векторы и собственные значения, должен принадлежать зоне Бриллюэна рассматриваемой решетки торцов.)

Если расстояние Z равно тальботовскому (т.е. расстоянию воспроизведения периодической структуры поля), выражение (5) может быть преобразовано [4] к виду

$$M(q) = \sum_R \int d\rho f\left(\rho - q \frac{Z_T}{k_0}\right) f(\rho - R) \exp\left(-iq\left(R - \frac{Z_T}{k_0} q\right) - i \frac{Z_T}{2k_0} q^2\right). \quad (6)$$

(Расстояние Z_T определяется таким образом, что для всех векторов обратной решетки b выражение $2\pi^2 Z_T b^2 / k_0$ кратно 2π .)

Поскольку функция $f(\rho)$ финитна и нормирована, то из (6) следует, что $M(q=0) = 1$, это отвечает эффекту воспроизведения. При этом изображение регулярной решетки торцов при $Z=Z_T$ совпадает с исходным распределением при $Z=0$.

Также можно заметить, что $|M(q)| = 1$ при $q = q_i = (k_0/Z_T) R_i$, R_i — какой-либо из векторов решетки торцов. Поэтому в общем случае существует несколько мод высокой добротности в бесконечной системе лазеров, а именно столько, сколько значений $q_i = (k_0/Z_T) R_i$ попадает в зону Бриллюэна рассматриваемой решетки. Так, в случае треугольной решетки торцов в бесконечной системе имеются три моды с $|\gamma| = 1$, в случае квадратной решетки — четыре моды [4]. Зоны Бриллюэна с волновыми векторами q_i и распределения амплитуд излучателей $C(R)$ самовоспроизводящихся мод приведены на рис. 1, 2 для треугольной и квадратной решеток соответственно.

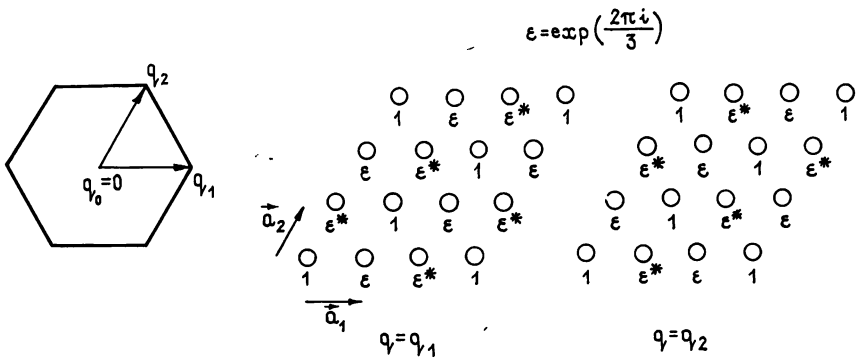


Рис. 1.

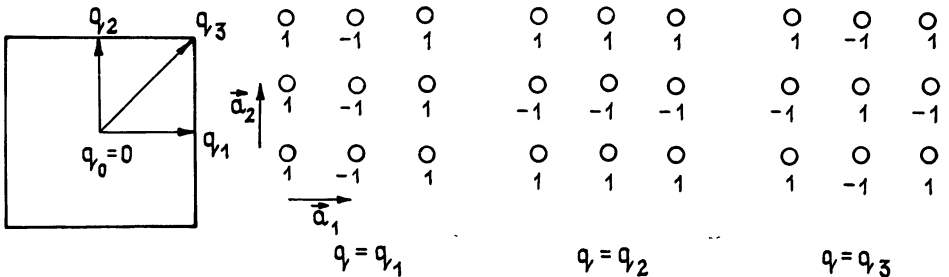


Рис. 2.

3. Рассмотрим далее вопрос о влиянии конечной апертуры реальной сборки. Естественно ожидать, что в случае большой, но конечной сборки лазеров структура основных мод исказится слабо, однако конечность апертуры приведет к ухудшению дифракционного изображения и росту потерь. Потери коллективной моды характеризуются величиной $1 - |\gamma|^2$, равной доле энергии, теряемой излучением за один

проход резонатора при неидеальной связи между элементами. Важно выяснить, сколько мод с максимальным значением $|\gamma|$ имеется в конечной системе и сохранится ли вырождение по потерям, имевшее место в пределе $N \rightarrow \infty$.

Чтобы ответить на эти вопросы, будем искать решения системы (3) в виде

$$C(\mathbf{R}) = \psi(\mathbf{R}) \exp(iq_i \mathbf{R}), \quad (7)$$

где q_i — волновой вектор одной из самовоспроизводящихся мод, $\psi(\mathbf{R})$ — медленно меняющаяся огибающая амплитуды излучения в каналах сборки. Если размер сборки L много больше масштаба $|\Delta \mathbf{R}|_M$ изменения матрицы $M(\mathbf{R})$ (4) ($|\Delta \mathbf{R}|_M \sim a^2/\Delta$, a — постоянная решетки торцов, Δ — поперечный размер волновода), систему (3) можно свести к дифференциальному уравнению для огибающей $\psi(\mathbf{R})$:

$$(\gamma - \gamma_{i0})\psi(\mathbf{R}) = \gamma_{i0} D \Delta_{\perp} \psi(\mathbf{R}), \quad (8)$$

где

$$\gamma_{i0} = \exp\left(-i \frac{Z_T}{2k_0} q_i^2\right),$$

$$D = \left(\frac{Z_T}{2k_0}\right)^2 \int (\nabla f)^2 d\rho - i \frac{Z_T}{2k_0}.$$

При выводе (8) предполагалось, что матрица M имеет конечный второй момент, т. е. $\sum \mathbf{R}^2 M(\mathbf{R}) < \infty$. Можно показать, что это предположение справедливо, если $f(\rho)$ не имеет скачков, т. е. обращается в нуль на границе излучающей области. Собственная функция волноводной моды $f(\rho)$ обладает этим свойством, если стенки волноводов непроницаемы для излучения.

К уравнению (8) необходимы краевые условия, позволяющие завершить постановку задачи нахождения огибающей амплитуд излучателей и спектра коллективных мод. Очевидно, что вблизи края сборки вследствие нескомпенсированного дифракционного ухода излучения амплитуды $C(\mathbf{R})$ должны уменьшаться.

Приближенное решение для большой, но конечной сборки, имеющей форму многоугольника с плоскими границами, может быть построено по следующей схеме. Закон спада $\psi(\mathbf{R})$ к границе можно определить, решив систему (3) для полубесконечной сборки с плоской границей. Асимптотика этого решения вдали от границы должна быть «счита» с решением (8) внутри сборки. Забегая вперед, заметим, что решение (3) для полубесконечной геометрии имеет вид суммы двух членов

$$\psi_i(\mathbf{R}) = \psi_i^{(1)}(\mathbf{R}) + \psi_i^{(ac)}(\mathbf{R}),$$

причем $\psi_i^{(1)}(\mathbf{R})$ стремится к нулю при удалении от границы сборки на расстояние $\sim |\Delta \mathbf{R}|_M \sim a^2/\Delta$, а $\psi_i^{(ac)}(\mathbf{R})$ удовлетворяет уравнению (8) и обращается в нуль на расстоянии l_i от границы сборки. Таким образом, асимптотически правильное граничное условие к (8) может быть выбрано в виде $\psi_i(\mathbf{R}) = 0$ на расстоянии l_i от границы сборки. Такой подход часто используется в задачах переноса нейтронов [5], величина l_i в этой терминологии называется экстраполированной длиной. Эквивалентный способ состоит в фиксации «импедансного условия» на границе сборки (\mathbf{n} — нормаль к границе)

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \psi_i(\mathbf{R}) - \frac{1}{l_i} \psi_i(\mathbf{R}) = 0$$

и часто используется в теории волноводов [6].

Пусть, например, волноводные каналы занимают полосу $-L/2 \ll$

$\ll x \ll L/2$. Тогда решение (8) для низшей моды, удовлетворяющее описанным краевым условиям, имеет вид

$$\psi_i^{(0)}(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{L + 2l_i}\right),$$

а соответствующее собственное значение

$$\gamma_i^{(0)} = \gamma_{i0} \left(1 - \frac{\pi^2 D}{(L + 2l_i)^2}\right).$$

Следует иметь в виду, что длина l_i в общем случае комплексна. Так как $\text{Re} D \neq 0$; a , $|l| \ll L$, то для вычисления потерь моды достаточно ограничиться выражением

$$|\gamma_i| \approx 1 - \text{Re} \frac{\pi^2 D}{(L + 2l_i)^2} \approx 1 - \frac{\pi^2}{L^2} \text{Re} D + \frac{4\pi^2}{L^3} \text{Re}(l_i D) + \dots \quad (9)$$

Для сборки иной формы можно получить разложение $|\gamma_i|$ по степеням $1/L$ типа (9) с иными численными коэффициентами. Поскольку (см. (6)) в случае тальботовской связи между волноводами величина D не зависит от типа коллективной моды (от q_i), различие в потерях этих мод связано с различием «экстраполированных длин» l_i .

4. Экстраполированная длина l_i зависит от типа решетки, типа моды (q_i) и ориентации границы сборки относительно векторов \mathbf{a}_1 и \mathbf{a}_2 элементарных трансляций решетки торцов. Мы приведем результаты расчета l_i для квадратной и треугольной решеток в случае границы сборки, параллельной вектору \mathbf{a}_2 (см. рис. 1, 2), однако этот расчет может быть выполнен и для случая, когда граница параллельна произвольному вектору вида $m\mathbf{a}_1 + n\mathbf{a}_2$.

Перепишем (3) в виде

$$\gamma C(m, n) = \sum_{\substack{m', n' \\ m' \neq 0, n' \neq 0}} M(m - m', n - n') C(m', n') \quad (10)$$

($\mathbf{R} = m\mathbf{a}_1 + n\mathbf{a}_2$) и выполним преобразование Фурье по переменной n :

$$C(m, \eta) = \sum_n C(m, n) e^{-i\eta n}, \quad M(m, \eta) = \sum_n M(m, n) e^{-i\eta n},$$

после чего получим

$$\gamma C(m, \eta) = \sum_{m' > 0} M(m - m', \eta) C(m', \eta). \quad (11)$$

Уравнение (11) может быть решено по методу Винера—Хопфа [7]. При этом для вычисления экстраполированных длин l_i необходимо найти решения (10), имеющие вдали от границы вид $\psi_i(\mathbf{R}) e^{iq_i \mathbf{R}}$, где $\psi_i(\mathbf{R})$ — плавная функция \mathbf{R} . Поэтому (11) необходимо решить при значениях параметра $\eta = \eta_i = (\mathbf{a}_1 q_i)$. Далее можно показать, что в случае полубесконечной сборки имеется непрерывный спектр собственных значений γ . Иными словами, решения уравнения (11) зависят от γ как от параметра. Соответственно экстраполированные длины l_i также зависят от γ . Однако, для получения главных поправок к собственным значениям в случае большой, но конечной сборки (т.е. первых членов разложения типа (9) по степеням $1/L$) достаточно знать решения (11) при $\gamma = \gamma_{i0}$.

Чтобы применить метод Винера—Хопфа к уравнению (11), введем следующие обозначения:

$$C^+(m, \eta) = \begin{cases} C(m, \eta), & m \geq 0, \\ 0, & m < 0 \end{cases},$$

$$C^-(m, \eta) = \begin{cases} 0, & m \geq 0 \\ C(m, \eta), & m < 0 \end{cases},$$

и выполним преобразование Лорана [7] по переменной m :

$$C^\pm(z, \eta) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C^\pm(m, \eta) z^m, \quad M(z, \eta) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} M(m, \eta) z^m. \quad (13)$$

Тогда уравнение (11) можно записать в виде

$$(1 - (1/\gamma_{i0})M(z, \eta_i))C^+(z, \eta_i) = -C^-(z, \eta_i). \quad (14)$$

Если комплексная переменная z лежит на единичной окружности $z = e^{-i\xi}$, ряд (13) для функции $M(z, \eta)$ сходится и равен преобразованию Фурье функции $M(m, \eta)$ по переменной m . Для применения метода Винера—Хопфа необходимо, чтобы этот ряд сходил к аналитической функции z в некоторой окрестности единичной окружности. Для этого требуется достаточно быстрое (как $e^{-\beta|m|}$, $\beta > 0$) спадание $M(m, \eta)$ при $|m| \rightarrow \infty$. Оценка показывает, что $M(m, n)$, определяемая формулой (4), спадает при $|m| \rightarrow \infty$ степенным образом. Однако это затруднение можно обойти, решив (11) с матрицей $\tilde{M}(m, \eta) = e^{-\beta|m|} M(m, n)$ и перейдя к пределу $\beta \rightarrow +0$ в окончательном ответе. (При этом в силу соотношения (5) γ_{i0} следует также заменить на $\tilde{\gamma}_{i0} = \sum_m \tilde{M}(m, \eta_i) e^{-i\xi_i m}$; $\xi_i = (q_i a_2)$.)

Таким образом, будем считать, что функция $M(z, \eta_i)$ аналитична в кольце $1 - \beta < |z| < 1 + \beta$. Простые физические соображения позволяют сделать предположение (подтверждающееся последующим расчетом), что $C^+(m, \eta_i)$ при больших m является линейной функцией m . Тогда из (11) следует, что $C^-(m, \eta_i)$ спадает при $m \rightarrow -\infty$ как $e^{-\beta|m|}$. Это означает, что $C^+(z, \eta_i)$ и $C^-(z, \eta_i)$ аналитичны при $|z| < 1$ и $|z| > 1 - \beta$ соответственно, и существует кольцо $1 - \beta < |z| < 1$, в котором аналитичны все входящие в уравнение (14) функции.

Рассмотрим контур $\Gamma = \{|z| = 1 - (1/2)\beta\}$, лежащий в этом кольце (рис. 3). Пользуясь тем, что $\tilde{M}(m, \eta_i)$ есть четная функция m (т. е.

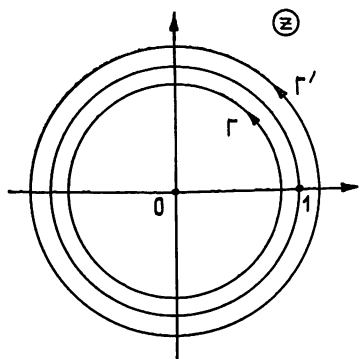


Рис. 3.

$\tilde{M}(z, \eta_i) = \tilde{M}(1/z, \eta_i)$), а также тем обстоятельством, что на единичной окружности выражение $K_i(z) = (1 - (1/\tilde{\gamma}_{i0})\tilde{M}(z, \eta_i))$ имеет единственный нуль второго порядка при $z = z_i = e^{-i\xi_i}$, легко показать, что изменение аргумента функции $K_i(z)$ при обходе контура Γ в положительном направлении равно $\Delta_\Gamma \arg K_i(z) = -2\pi$. Следовательно, $\Delta_\Gamma \arg(zK_i(z)) = 0$ и функция $zK_i(z)$ имеет однозначный логарифм в окрестности Γ . С помощью интеграла типа Коши эту функцию можно представить в виде отношения

$$zK_i(z) = \frac{\psi_i^+(z)}{\psi_i^-(z)},$$

причем $\psi_i^+(z)$ и $\psi_i^-(z)$ аналитичны и не имеют нулей соответственно внутри и вне Γ , и в этих областях определяются формулами

$$\ln \psi_i^+(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_\Gamma \frac{d\zeta}{\zeta - z} \ln(\zeta K_i(\zeta)),$$

$$\ln \psi_i^-(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma} \frac{d\zeta}{\zeta - z} \ln(\zeta K_i(\zeta)).$$

Во всей комплексной плоскости $\psi_i^+(z)$ и $\psi_i^-(z)$ могут быть получены с помощью аналитического продолжения выражений (15).

Соотношение (14) принимает вид

$$\psi_i^+(z) C^+(z, \eta_i) = -z C^-(z, \eta_i) \psi_i^-(z). \quad (16)$$

Поскольку левая часть (16) аналитична внутри Γ , а правая — вне Γ , обе части (16) равны аналитической всюду функции. Кроме того, из (12) и (13) следует, что $C^-(z, \eta_i) \rightarrow 0$ при $|z| \rightarrow \infty$ как $1/z$ и, следовательно, эта функция равна постоянной. Таким образом, с точностью до произвольной постоянной

$$C_i^+(z, \eta_i) = (\psi_i^+(z))^{-1} \quad (17)$$

и, обращая преобразование Лорана (12), получим

$$C^+(m, \eta_i) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma} \frac{dz}{z^{m+1}} C^+(z, \eta_i). \quad (18)$$

Таким образом, формулы (15), (17) и (18) дают точное решение поставленной задачи о полубесконечном наборе лазеров. Для вычисления экстраполированной длины необходимо исследовать поведение этого решения при $m \rightarrow \infty$.

Из (18) следует, что поведение $C^+(m, \eta_i)$ при $m \geq 0$ определяется особенностями функции $1/\psi_i^+(z)$ вне контура Γ . Асимптотика $C^+(m, \eta_i)$ при больших m определяется ближайшей к единичной окружности особенностью. Эта особенность — полюс второго порядка при $z = z_i$ связана с нулем второго порядка при $\zeta = z_i$ в выражении под логарифмом в формуле (15). Деформируя контур интегрирования в (15) и выделяя в явном виде вклад особенности при $\zeta = z_i$, получим

$$C^+(z, \eta_i) = \frac{h_i(z)}{(z - z_i)^2}, \quad (19)$$

где $h_i(z)$ — функция, аналитическая внутри контура $\Gamma' = \{|z| = 1 + \delta, \delta > 0\}$ и определяемая в этой области формулой

$$h_i(z) = \exp \left(-\frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma'} \frac{d\zeta}{\zeta - z} \ln \left[\frac{\zeta K_i(\zeta)}{(\zeta - z_i)^2} \right] \right). \quad (20)$$

С помощью (18) и (19) получим, что асимптотика $C^+(m, \eta_i)$ при больших m имеет вид

$$C^+(m, \eta_i) \rightarrow e^{im\kappa_i} (m + \kappa_i), \quad (21)$$

где постоянная κ_i выражается через $h_i(z)$ посредством

$$\kappa_i = 1 - z_i \frac{h_i'(z_i)}{h_i(z_i)} = 1 + \frac{z_i}{2\pi i} \oint_{\Gamma'} \frac{d\zeta}{(\zeta - z_i)^2} \ln \left\{ \frac{\zeta K_i(\zeta)}{(\zeta - z_i)^2} \right\}. \quad (22)$$

Асимптотика (21) функции $C^+(m, \eta_i)$, рассматриваемая как плавная функция непрерывной (в крупномасштабном описании) переменной m , обращается в нуль при $m = -\kappa_i$. Таким образом, искомая экстраполированная длина просто выражается через κ_i : $l_i = \kappa_i a \sin \theta$, где θ —

Угол между векторами \mathbf{a}_1 и \mathbf{a}_2 (см. рис. 1, 2), $\theta = \pi/2$ для квадратной и $\theta = \pi/3$ для треугольной решеток.

Выражение (22) может быть преобразовано к более удобному виду. Заметим, что контурный интеграл (22) не изменится, если выражение под логарифмом в (22) умножить на произвольную константу. Выберем ее таким образом, чтобы при $\zeta = z_i$ выражение под логарифмом обращалось в единицу. Легко показать, что при этом подынтегральная функция не будет иметь особенности при $\zeta = z_i$, и контур интегрирования может быть деформирован к единичной окружности $\zeta = e^{i\varphi}$. В результате ответ выражается через определенный собственный интеграл, в котором можно перейти к пределу $\beta \rightarrow +0$. Окончательный результат удобно записать в терминах образа Фурье $M(\mathbf{q})$ (5) матрицы $M(\mathbf{R})$:

$$l_i = a \sin \theta \left\{ 1 - \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 - \cos \varphi} \ln \frac{1 - (1/\gamma_{10})M(\mathbf{q} = \mathbf{q}_i + \varphi \mathbf{b}_1)}{2D(1 - \cos \varphi)} \right\}, \quad (23)$$

где \mathbf{b}_1 — вектор обратной решетки ($\mathbf{b}_1 \mathbf{a}_1 = 1$, $\mathbf{b}_1 \mathbf{a}_2 = 0$), направленный по нормали к границе сборки, а D определяется формулой (8).

С помощью (23) и (8) экстраполированные длины l_i и коэффициент D могут быть найдены численно для различных типов мод двумерных (треугольной и квадратной) решеток волноводов. Рассматривался случай круглых волноводов диаметром Δ . Распределение поля по сечению канала выбиралось в виде

$$f(\mathbf{r}) = \text{const } J_0 \left(\frac{2|\mathbf{r}| \mu_0}{\Delta} \right),$$

J_0 — функция Бесселя, μ_0 — первый нуль $J_0(x)$, const — нормировочный множитель.

В таблицах 1 и 2 приводятся значения коэффициента D , экстраполированных длин l_i для различных мод, а также величина $\text{Re}(D(l_0 - l_1)/a^3)$, определяющая (см. (9)) разность потерь различных мод для треугольной и квадратной решеток соответственно.

Таблица 1

Δ/a	D/a^2	l_0/a	$l_1/a = l_2/a$	$\text{Re}(D(l_0 - l_1))$
				a^3
0,1	41,4—0,16i	4,8—0,01i	4,8—0,01i	0
0,2	10,7—0,16i	2,8—0,01i	2,8—0,01i	0
0,3	4,8—0,16i	2,1—0,02i	2,1—0,02i	0
0,4	2,7—0,16i	1,8—0,02i	1,8—0,02i	0
0,5	1,7—0,16i	1,5—0,03i	1,5—0,03i	0
0,6	1,2—0,16i	1,4—0,03i	1,4—0,03i	$-0,91 \cdot 10^{-4}$
0,7	0,89—0,16i	1,3—0,04i	1,3—0,03i	$-0,82 \cdot 10^{-3}$
0,8	0,69—0,16i	1,2—0,05i	1,2—0,03i	$-0,23 \cdot 10^{-2}$
0,9	0,54—0,16i	1,1—0,07i	1,1—0,02i	$-0,28 \cdot 10^{-2}$

В работе [3] описана экспериментальная установка, состоящая из 37 CO_2 -лазеров, собранных в треугольную решетку, с тальботовской связью между лазерами. В эксперименте наблюдались моды как с $q_i = 0$, так и с $q_i \neq 0$, причем синфазный режим генерации имел место в большей части импульсов. Это обстоятельство естественно отнести за счет того, что синфазная мода имеет несколько большую добротность, чем моды с $q_i \neq 0$. Оценка по формуле (9) показывает, что потери синфазной моды в экспериментальной ситуации меньше, однако численно эта разница весьма мала и составляет десятые доли процента.

Δ/a	D/a^2	$l_0/a=l_2/a$	$l_1/a=l_3/a$	$\text{Re}(D(l_0-l_1))$
				a^3
0,1	54,5—0,16i	6,2—0,01i	6,2—0,00i	$-0,13 \cdot 10^{-2}$
0,2	14,9—0,16i	3,6—0,03i	3,6—0,00i	$-0,27 \cdot 10^{-2}$
0,3	6,4—0,16i	2,7—0,04i	2,7—0,00i	$-0,41 \cdot 10^{-2}$
0,4	3,6—0,16i	2,2—0,06i	2,2—0,01i	$-0,54 \cdot 10^{-2}$
0,5	2,3—0,16i	1,9—0,07i	1,9—0,01i	$-0,66 \cdot 10^{-2}$
0,6	1,6—0,16i	1,7—0,09i	1,7—0,02i	$-0,78 \cdot 10^{-2}$
0,7	1,2—0,16i	1,6—0,10i	1,6—0,03i	$-0,84 \cdot 10^{-2}$
0,8	0,91—0,16i	1,5—0,12i	1,4—0,04i	$-0,71 \cdot 10^{-2}$
0,9	0,72—0,16i	1,4—0,14i	1,3—0,05i	$0,55 \cdot 10^{-3}$

Таким образом, сформулированный подход позволяет определять структуру и потери мод конечной сборки лазеров с талботовской связью между элементами. Качественно предсказания согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Авторы благодарны С. Н. Козлову, выполнившему расчеты на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов Г. И., Кузнецов В. А., Масюков В. А. // Письма в ЖТФ. 1978. Т. 4. С. 129.
2. Talbot H. F. // Phil. Mag. 1936. V. 9. P. 401.
3. Антюхов В. В., Глова А. Ф., Качурин О. Р. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44. С. 63.
4. Голубенцев А. А., Лиханский В. В., Напартович А. П. // ЖЭТФ. 1987. Т. 84. С. 704.
5. Дэвисон Б. Теория переноса нейтронов.—М.: Атомиздат, 1960. Гл. 6.
6. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы.—М.: Сов. радио, 1966. С. 35.
7. Гахов Ф. Д., Черский Ю. И. Уравнения типа свертки.—М.: Наука, 1978. Гл. 7.

Поступила в редакцию
19 мая 1987 г.

MODE STRUCTURE IN A LASER SET WITH EFFECTIVE INTER-ELEMENT COUPLING

A. A. Golubentsev, V. V. Likhanskiy, A. P. Napartovich

The mode structure of the radiation from a set of periodically arranged lasers with effective interelement coupling is investigated. The coupling is based on the self-reproduction of periodical wave fields. Possible types of modes, their losses and frequencies are determined for sets of lasers, arranged in infinite or finite triangular or square grids.