ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том 32, № 4 РАДИОФИЗИКА 1989

УДК 533.951

О ВОЗБУЖДЕНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЛЕНГМЮРОВСКИМИ КОЛЕБАНИЯМИ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ

Н. С. Ерохин, М. И. Копп, Ф. Х. Хакимов, Ш. Шокиров

Рассмотрен новый механизм генерации магнитных полей высокочастотными ленгмюровскими $\omega \sim \omega_{pe}$ колебаниями во вращающейся плазме. Показано, что за счет свойства гиротропии колебаний, обусловленной вращением плазмы, происходит генерация как мелкомасштабного, так и крупномасштабного магнитного поля.

Настоящая работа посвящена исследованию возможностей генерации магнитного поля во вращающейся плазме при наличии высокочастотных $\omega \sim \omega_{pe}$ ленгмюровских колебаний. Такие колебания легко возбуждаются пучками заряженных частиц и электромагнитным излучением в лабораторной и космической плазме. Поэтому описанный ниже механизм возбуждения магнитного поля может иметь практическое значение для объяснения происхождения «затравочных» магнитных полей, например в космосе. Вкратце роль вращения в генерации можно пояснить следующим образом. В настоящее время хорошо известно, что гиротропная турбулентность может работать как генератор соленоидального поля. В случае гидродинамической турбулентности во вращающейся среде с градиентом плотности $\nabla\rho$ необходимый для гиротропности псевдоскаляр имеет вид $(\mathbf{\Omega}\nabla\rho)\, v_{\sim}^2$, где $\mathbf{\Omega}$ — вектор угловой скорости, $v_{\sim}$ — скорость турбулентных пульсаций. В плазме с магнитным полем $\mathbf{H}_0$ для образования псевдоскаляра можно использовать псевдовектор $\mathbf{H}_0$. Однако расчет показывает, что при этом гиротропные свойства плазмы проявляются только на частотах выше ионной циклотронной, где магнитная гидродинамика уже неприменима [1]. Ранее [2, 3] рассматривался механизм генерации магнитного поля в плазме ленгмюровскими колебаниями, причем гиротропность колебаний была обусловлена псевдовектором $\mathbf{H}_0$. Здесь же будет показано, что гиротропные свойства ленгмюровских колебаний проявляются и во вращающейся с постоянной угловой скоростью $\mathbf{\Omega}$ плазме в отсутствие магнитного поля $\mathbf{H}_0$. При этом в $\mathbf{k}$-пространстве распределение колебаний должно быть анизотропным, а псевдоскаляр пропорционален $\mathbf{k\Omega}$.

В отличие от работ [2, 3], где режим генерации магнитного поля обусловлен нелинейными токами, ниже будет показано, что магнитные возмущения генерируются непотенциальной составляющей поля колебаний плазмы, возникающей главным образом за счет гиротропности ленгмюровских волн во вращающейся плазме. Чтобы быть последовательными, сначала рассмотрим влияние вращения плазмы как целого на высокочастотные $\omega \sim \omega_{pe} \gg \Omega$ ленгмюровские колебания, наличие которых в плазме может быть связано с развитием неустойчивостей, в частности, действием пондеромоторной силы [4].

Ограничимся рассмотрением таких процессов, частота которых ω много больше ленгмюровской ω_{pi}. Тогда ионы можно считать неподвижными, а уравнения электронных колебаний при пренебрежении давлением плазмы $(kv_{Te} \ll \omega_{pe})$ имеют вид

$$\frac{\partial n_{\sim}}{\partial t} + \operatorname{div} n_0 \mathbf{v}_{\sim} = 0, \qquad \frac{\partial \mathbf{v}_{\sim}}{\partial t} = -\frac{e}{m}\mathbf{E}_{\sim} + [\mathbf{v}_{\sim}, 2\mathbf{\Omega}], \tag{1}$$

$$\frac{\partial E_\sim}{\partial t} = c \operatorname{rot} H_\sim + 4\pi e n_0 v_\sim, \quad \frac{\partial H_\sim}{\partial t} + c \operatorname{rot} E_\sim = 0, \quad \operatorname{div} H_\sim = 0.$$

Полагая в (1) $v_\sim$, $E_\sim$, $H_\sim$, $n_\sim \sim \exp(i\omega t - i\boldsymbol{kr})$, находим $v_\sim$:

$$v_\sim = \frac{ie\omega E_\sim}{m(\omega^2 - 4\Omega^2)} - \frac{e}{m(\omega^2 - 4\Omega^2)}\left[2[\Omega, E_\sim] + i\frac{4\Omega}{\omega}(\Omega E_\sim)\right].$$

В результате для тензора диэлектрической проницаемости плазмы получаем следующее выражение [5]:

$$\hat{\varepsilon}_{\alpha\beta}(\omega) = \varepsilon_\perp \delta_{\alpha\beta} + 4(1 - \varepsilon_\perp)\frac{\Omega_\alpha \Omega_\beta}{\omega^2} - 2i(1 - \varepsilon_\perp)\varepsilon_{\alpha\beta s}\frac{\Omega_s}{\omega}, \tag{2}$$

где

$$\varepsilon_\perp = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - 4\Omega^2}, \quad \varepsilon_\parallel = 1 - \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^2, \quad g = \frac{2\Omega\omega_{pe}^2}{\omega(\omega^2 - 4\Omega^2)}.$$

В системе координат с осью $0Z$, параллельной Ω, будет

$$\hat{\varepsilon}_{xx} = \hat{\varepsilon}_{yy} = \varepsilon_\perp, \quad \hat{\varepsilon}_{zz} = \varepsilon_\parallel, \quad \hat{\varepsilon}_{xy} = -\hat{\varepsilon}_{yx} = -ig,$$

$$\hat{\varepsilon}_{xz} = \hat{\varepsilon}_{zx} = \hat{\varepsilon}_{yz} = \hat{\varepsilon}_{zy} = 0.$$

Таким образом, тензор (2) вполне подобен тензору диэлектрической проницаемости магнитоактивной плазмы с заменой $\omega_{He} \to 2\Omega$. Обозначим

$$N_\parallel = ck_z/\omega, \; v = (\omega_{pe}/\omega)^2, \; b = 2\Omega/\omega, \; N_\perp = ck_\perp/\omega, \; \alpha = \pm 1.$$

Тогда аналогично случаю магнитоактивной плазмы можно ввести понятия обыкновенной ($\alpha = +1$) и необыкновенной ($\alpha = -1$) волн во вращающейся плазме, поперечные показатели преломления которых с учетом (1), (2) равны

$$N_\perp^2 = \frac{2v(v-1) + (1 - N_\parallel^2)[2(1-b^2) - v(2-b^2)] + \alpha b v\sqrt{b^2(1-N_\parallel^2) + 4N_\parallel^2(1-v)}}{2(1-b^2-v)} \tag{3}$$

В общем случае произвольного соотношения между параметрами v, b и $N_\parallel$ волны (3) имеют как продольную, так и поперечную компоненты электрического поля $E_\sim$, а магнитное поле вычисляется согласно формуле $H_\sim = \frac{c}{\omega}[\boldsymbol{k}, E_\sim]$. В данной задаче естественно полагать $b \ll 1$, тогда для необыкновенной волны возможен гибридный резонанс ($N_\perp \to \infty$) при плотности плазмы $\omega_{pe}^2 = \omega^2 - 4\Omega^2$. В окрестности резонанса она является квазипродольной. Согласно (3) в неоднородной плазме возможна полная взаимная трансформация волн при плотности плазмы

$$\omega_{pe}^2 = \omega^2\left[1 + \frac{b^2(1 - N_\parallel^2)^2}{4N_\parallel^2}\right].$$

В этом случае необыкновенная волна, которая вдали от слоя трансформации практически продольная, полностью переходит в обыкновенную волну с большой поперечной компонентой поля $E_\sim$, т. е. магнитное поле $H_\sim$ усиливается. Для иллюстрации этого утверждения рассмотрим преобразование волн при параметрах

$$N_\parallel^2 = \frac{b}{1+b}, \quad b \ll 1, \quad \omega \sim \omega_{pe}, \quad k_\perp = k_x, \quad \Omega = \Omega l_z,$$

$$n_e = n_0(x), \quad k_y = 0.$$

Пусть $\dot{S}_x$ — поток энергии в квазипродольной необыкновенной волне, область распространения которой ограничена слоем

$$(1-b^2) < \frac{n_e}{n_c(\omega)} < 1 + [b/4(1+b)],$$

где $n_c(\omega)$ — критическая плотность плазмы. Если $\psi = \omega t - k_{\parallel} z - \frac{\omega}{c}\int^{x} dx' N_{\perp}(x')$ — фаза, то компоненты электрического и магнитного полей для необыкновенной волны равны [6]

$$E_x = -\frac{\Pi_H}{N_{\parallel}}\left(1-\frac{N_x^2}{\varepsilon_{\parallel}}\right)\sin\psi, \quad E_y = \Pi_E\cos\psi, \quad E_z = \Pi_H\frac{N_x}{\varepsilon_{\parallel}}\sin\psi,$$

$$H_x = -\Pi_E N_{\parallel}\cos\psi, \quad H_y = -\Pi_H\sin\psi, \quad H_z = \Pi_E N_x\cos\psi, \tag{4}$$

где

$$\Pi_H/\Pi_E = -(\sigma - \sqrt{\sigma^2+1-v}), \quad \sigma = b(1-N_{\parallel}^2)/2N_{\parallel}, \quad N_{\perp} = N_x,$$

$$\Pi_E = (8\pi S_x/cN_{\perp})^{1/2}\left(1+\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2+1-v}}\right)^{1/2}.$$

Из (4) для E_x, H_z в окрестности слоя $n_e = n_c$ получаем

$$E_x \simeq \frac{4}{b}\sqrt{\frac{\pi}{c}S_x}\sin\psi, \quad H_z = 4\sqrt{\frac{\pi}{c}S_x}\cos\psi, \quad N_{\perp} \simeq \sqrt{1-N_{\parallel}^2},$$

т. е. отношение амплитуды магнитного поля H_z к продольной компоненте электрического поля E_x равно $|H_z/E_x| \simeq b$. После трансформации поля обыкновенной волны в окрестности слоя критической плотности $\omega_{pe} \approx \omega$ будут определяться выражениями (4) с другими предэкспонентами Π_E и Π_H, а именно:

$$\Pi_H = -\Pi_E(\sigma+\sqrt{\sigma^2+1-v}), \quad \Pi_E = \left[\frac{8\pi S_x}{cN_{\perp}}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2+1-v}}-1\right)\right]^{1/2}.$$

В окрестности слоя критической плотности $\Pi_E \approx (4\pi S_x/c\sigma^2)^{1/2}(b/2)^{1/4}$ и отношение величины магнитного поля $H_{\sim}$ к продольному электрическому полю $E_{\sim}^{l}$ порядка $H_{\sim}/E_{\sim}^{l} \simeq 2(b/2)^{1/4}$, т. е. резко возросло! Таким образом, за счет гиротропии, обусловленной вращением плазмы, при возбуждении высокочастотных $\omega \sim \omega_{pe}$ колебаний одновременно происходит генерация магнитных осциллирующих с той же частотой полей $H_{\sim}$. При выборе $k_{\parallel} = (\omega/c)\sqrt{b/(b+1)}$ поперечный к Ω пространственный масштаб $H_{\sim}$ не превосходит величины $\Delta x \sim (cL/\omega)^{1/2} \times (b/2)^{1/4}$, где L — длина неоднородности плотности плазмы. За счет линейной трансформации на градиенте плотности амплитуда $H_{\sim}$ вырастает до уровня $2E_{\sim}(b/2)^{1/4}$.

Кроме указанной выше генерации мелкомасштабных магнитных полей во вращающейся плазме будет линейным образом возбуждаться крупномасштабное медленно меняющееся во времени магнитное поле $\overline{\boldsymbol{H}}$, если спиральность поля скоростей в ленгмюровских колебаниях отлична от нуля. Пусть $\boldsymbol{v}_{\sim}$ — поле скоростей ленгмюровской турбулентности. Обычным образом определим его спиральность

$$\alpha = \frac{\tau}{3}\,\overline{\boldsymbol{v}_{\sim}\operatorname{rot}\boldsymbol{v}_{\sim}} = \frac{i\tau}{3}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\int\int dk\,d\omega\,k_{\beta}\,\Phi_{\alpha\gamma}(\omega, \boldsymbol{k}). \tag{5}$$

Здесь τ — время корреляций поля скоростей. Для стационарного случайного процесса после усреднения по ансамблю волн выражение для корреляционного тензора поля скоростей записывается в виде

$$\overline{v_\alpha(\omega, \boldsymbol{k}) v_\gamma^*(\omega', \boldsymbol{k}')} = \Phi_{\alpha\gamma}(\omega, \boldsymbol{k})\delta(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}')\delta(\omega - \omega'),$$

где $\Phi_{\alpha\gamma}$ входит в (5) и является эрмитовым тензором, имеющим представление

$$\Phi_{\alpha\gamma}(\omega, \boldsymbol{k}) = \Phi(\boldsymbol{k},\omega)\Big[\omega^2 k_\alpha k_\gamma - 4\Omega_s k_s(k_\alpha\Omega_\gamma + k_\gamma\Omega_\alpha) + \\ + \frac{16(\Omega_s k_s)^2}{\omega^2}\Omega_\alpha\Omega_\gamma + 2\omega\Omega_p k_s i(\varepsilon_{\alpha sp}k_\gamma - \varepsilon_{\gamma sp}k_\alpha) + \\ + \frac{8}{\omega}(k_s\Omega_s) i k_p \Omega_\lambda(\varepsilon_{\gamma p\lambda}\Omega_\alpha - \varepsilon_{\alpha p\lambda}\Omega_\gamma) + 4\varepsilon_{\alpha sp}\varepsilon_{\gamma\delta\xi}k_s k_\delta\Omega_p\Omega_\xi\Big]. \tag{6}$$

В формуле (6) $\Phi(\boldsymbol{k},\omega) = \Phi(-\boldsymbol{k}, -\omega) > 0$ — неотрицательная функция по теореме Бохнера:

$$\Phi(\boldsymbol{k}, \omega) = \frac{e^2|\varphi_{\boldsymbol{k}\omega}|^2}{m^2}\,\frac{(2\pi)^4 F(\boldsymbol{k}, \omega)}{(\omega^2 - 4\Omega^2)^2} = \Phi_1 F(\boldsymbol{k}, \omega), \tag{7}$$

где $\varphi_{k\omega}$ — фурье-образ электрического потенциала, $F(\boldsymbol{k}, \omega)$ — спектральная функция распределения ленгмюровских колебаний. Отражательная неинвариантность отсутствует, если $\overline{\boldsymbol{v}_\sim \operatorname{rot} \boldsymbol{v}_\sim} = 0$. С учетом (6) для интегральной спиральности имеем

$$\alpha = \frac{2}{3}\tau \iint dkd\omega\Phi(\boldsymbol{k}, \omega)\frac{8(\boldsymbol{k}\boldsymbol{\Omega})}{\omega}[\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\Omega}]^2. \tag{8}$$

Следовательно, α отлично от нуля в случае анизотропного распределения колебаний, например для распределения [2]

$$\Phi(\boldsymbol{k}, \omega) = \frac{\Phi_1}{2}[\delta(\boldsymbol{k} + \boldsymbol{k}_0)\delta(\omega + \omega_{pe}) + \delta(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_0)\delta(\omega - \omega_{pe})].$$

Получаем

$$\alpha = \frac{2}{3}\tau\Phi_1\frac{8(\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{\Omega})}{\omega_{pe}}[\boldsymbol{k}_0, \boldsymbol{\Omega}]^2. \tag{9}$$

В простейшей динамо-модели уравнение индукции для крупномасштабного магнитного поля $\boldsymbol{B} = \overline{\boldsymbol{H}}$ имеет вид [1]

$$\partial \boldsymbol{B}/\partial t = \operatorname{rot}(\alpha\boldsymbol{B}) + D_{\text{т}}\Delta\boldsymbol{B}, \tag{10}$$

где $D_{\text{т}} = (\tau/3)\overline{v_\sim^2}$ — коэффициент турбулентной диффузии (обычно $D_{\text{т}} \gg \nu_m = c^2/4\pi\sigma$ много больше магнитной вязкости). Выбрав $\boldsymbol{B} \sim \exp(\gamma t + ikz)$, из (9) при $\alpha = \text{const}$ нетрудно получить инкремент неустойчивости

$$\gamma = \alpha k - D_{\text{т}}k^2. \tag{10a}$$

Отсюда видно, что инкремент γ максимален при $k_m = \alpha/2D_{\text{т}}$, а соответствующий масштаб поля $L_B = |k_m|^{-1}$. Поле этого масштаба растет наиболее быстро за характерное время генерации поля $\boldsymbol{B}$, равное $\tau_B = (\alpha^2/4D_{\text{т}})^{-1}$, т. е. обратно пропорционально квадрату спиральности (9). Кроме этого следует заметить, что амплитуда интегральной спиральности α на резонансной частоте $\omega = 2\Omega$ резко стремится к бесконечности, т. е. испытывает скачок. Однако в реальных условиях, т. е. когда учитываются диссипативные процессы (например столкновения частиц и т. д.), скачок амплитуды «размазывается» и интегральная спиральность принимает максимальное и конечное значение: $\alpha=\alpha_{\max}$. Для определения $\alpha_{\max}$ поступим аналогичным образом, как это делается, например, в [7]. Учет столкновений электронов с частотой ν приведет к тому, что в выражении (7) ω надо заменить на $\omega+i\nu$, т. е.

$$\Phi(\boldsymbol{k},\omega)=\frac{e^2|\varphi_{k\omega}|^2(2\pi)^4F(\boldsymbol{k},\omega)}{m^2\left[(\omega_\nu^2-4\Omega^2)^2+4\nu^2\omega^2\right]}=\Phi_1F(\boldsymbol{k},\omega),\qquad(11)$$

где $\omega_\nu^2=\omega^2-\nu^2\approx\omega^2$, поскольку $\nu\ll\omega$. Рассмотрим область вблизи резонанса $\omega_\nu\approx 2\Omega\approx\omega$. Положим $2\Omega=\omega_\nu+\xi$, где ξ — малая величина. Тогда в (11) можно приближенно заменить

$$4\Omega^2-\omega_\nu^2=(2\Omega-\omega_\nu)(2\Omega+\omega_\nu)\approx 2\omega_\nu\xi,\quad \nu^2\omega^2\approx\nu^2\omega_\nu^2,$$

а Φ_1 примет вид

$$\Phi_1=\frac{(2\pi)^4e^2|\varphi_{k\omega}|^2}{m^2}\,\frac{1}{4\omega_\nu^2(\xi^2+\nu^2)}\approx\frac{(2\pi)^4e^2|\varphi_{k\omega}|^2}{16m^2\,\Omega^2}\,\frac{1}{\xi^2+\nu^2}.\qquad(12)$$

Как и в [2], для простоты будем считать, что энергия ленгмюровских колебаний сосредоточена на $k\sim k_d$, $k_d=2\pi\omega_{pe}/v_{Te}$. Анизотропия колебаний обеспечивается пучковой неустойчивостью, когда $\boldsymbol{k}_0=k_d\boldsymbol{\varkappa}$, где $\boldsymbol{\varkappa}$ — единичный вектор, параллельный пучку. Из (9) и (12) легко найти интегральную спиральность в следующем виде:

$$\alpha=\alpha(\xi)=\frac{8}{3}\tau\frac{(2\pi)^4\pi^2\sigma\beta v_{Te}}{\Omega^2}(\boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{\Omega})[\boldsymbol{\varkappa},\boldsymbol{\Omega}]^2\frac{\nu}{\xi^2+\nu^2}.\qquad(13)$$

В (13) введены следующие обозначения: $\beta=k^2|\varphi_{k\omega}|^2/4\pi m n_0v_{Te}^2$ — отношение энергии ленгмюровских колебаний к энергии плазмы [2]; $\sigma=e^2n_0/m\nu$ — коэффициент электропроводности плазмы; $v_{Te}=\sqrt{T_e/m}$ — тепловая скорость электронов. Выражение (13) имеет вид резонансной кривой $\alpha=\alpha(\xi)$ с максимальным значением $\alpha_{\max}=\alpha(0)$. Полуширине резонансной кривой соответствует значение $|\xi|$, при котором величина $\alpha(\xi)$ уменьшается вдвое по сравнению с $\alpha_{\max}=\alpha(0)$.

Определим максимальное значение поля $B_{\max}$, экспоненциально генерируемое спиральностью $\alpha(0)$. Ясно, что инкремент неустойчивости принимает максимальное значение, если масштаб поля L_B удовлетворяет условию $\alpha(0)L_B=2D_{\text{т}}$, и, замечая, что

$$(\boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{\Omega})[\boldsymbol{\varkappa},\boldsymbol{\Omega}]^2=\Omega^3\sin^2\theta\cos\theta=\frac{1}{2\sqrt{2}}\Omega^3,$$

при

$$\theta=\frac{\pi}{4}\left(<\theta=(\widehat{\boldsymbol{k}_0,\boldsymbol{\Omega}})\right)$$

имеем

$$\Omega L_B=\frac{\overline{v_\sim^2}\,\nu}{16\sqrt{2}\,\pi^6\sigma\beta v_{Te}}.\qquad(14)$$

Из (14) при замене

$$\Omega=\omega_{He}/2\simeq 10^7B_{\max}$$

определим

$$B_{\max}L_B\simeq 10^{-7}\frac{\overline{v_\sim^2}\,\nu}{16\sqrt{2}\pi^6\sigma\beta v_{Te}}.\qquad(15)$$

Отсюда видно, что уменьшение масштаба поля L_B может вызвать дополнительное увеличение значения магнитного поля B_{max}. Дальнейший рост поля B_{max} будет уже неэкспоненциальным, так как интегральная спиральность сама зависит от магнитного поля $\alpha = \alpha_B(\xi)$. Как было показано в [3], из-за наличия сингулярности в нелинейном (квадратичность по полю) уравнении рост магнитного поля останавливаетя при $\omega_{He} \lesssim \omega_{pe}$. Аналогичным образом режим насыщения роста поля устанавливается и в нашем случае (10).

Таким образом, генерация крупномасштабного магнитного поля вблизи резонанса $\omega \approx 2\Omega$ достигнет своего насыщения при условии $\omega \approx 2\Omega = \omega_{He} \lesssim \omega_{pe}$.

В заключение авторы благодарны С. С. Моисееву за полезные обсуждения результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнштейн С. И., Зельдович Я. Б., Рузмайкин А. А. Турбулентное динамо в астрофизике. — М.: Наука, 1980. С. 208.
2. Вайнштейн С. Н. // ЖЭТФ. 1974. Т. 67. Вып. 8. С. 517.
3. Вайнштейн С. Н. // УФН. 1976. Т. 120. Вып. 4. С. 613.
4. Галеев А. А., Сагдеев Р. З. // В сб.: Вопросы теории плазмы. — М.: Атомиздат, 1973. Вып. 7. С. 3.
5. Хакимов Ф. Х., Шокиров Ш., Копп М. И. // В сб.: Материалы VII Всесоюзной конференции по физике низкотемпературной плазмы. — Ташкент, 1987. С. 13.
6. Ерохин Н. С., Моисеев С. С., Шуклин А. П. // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. Вып. 6 (12). С. 2152.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. — М.· Наука, 1965. С. 101.

Таджикский государственный
университет

Поступила в редакцию
1 июня 1987 г.

ON MAGNETIC FIELD EXCITATION BY LANGMUIR OSCILLATIONS IN ROTATING PLASMA

N. S. Erokhin, M. I. Kopp, F. Kh. Khakimov, Sh. Shokirov

In this paper it is considered a new mechanism of magnetic fields generation by high frequency Langmuir oscillations in a rotating plasma. It is shown that due to the gyrotropic properties of oscillations the generation takes place of both the long scale and short scale magnetic field.