УДК 530.1

НЕЛИНЕЙНЫЕ МАГНИТОПЛАЗМЕННЫЕ ВОЛНЫ В СТРУКТУРЕ ДИЭЛЕКТРИК—ПОЛУПРОВОДНИК—ДИЭЛЕКТРИК

С. И. Ханкина, В. М. Яковенко

В последние годы активно исследуются волновые процессы в плазме полупроводников ограниченных размеров. Интерес к этим явлениям обусловлен возможностями их использования в различных областях радиофизики и в полупроводниковой электронике (СВЧ спектроскопия, генерирование, усиление и преобразование волн). Подавляющее большинство работ посвящено линейной теории. Однако в полупроводниковой плазме даже при небольших величинах электрического поля начинают проявляться нелинейные эффекты. Природа нелинейных эффектов может быть самой различной, связанной как с поведением электронной системы, так и с особенностями кристаллической решетки, но роль их в волновых процессах одна и та же. В процессе нелинейной эволюции поля либо изменяется закон дисперсии волны, либо происходит ее распад и слияние с другими типами волн.

В предлагаемой работе исследуются нелинейные изменения дисперсии, приводящие к образованию уединенных волн в замагниченной полупроводниковой пластине*. Постоянное магнитное поле H_0 параллельно поверхности пластины и направлено вдоль оси $0z$. Пластина занимает пространство $0<y<a$, область $y<0$ — среда (диэлектрик) с проницаемостью ε_1, а область $y>a$ — среда с проницаемостью ε_3 **. Вдоль осей x и z система предполагается безграничной. В такой системе могут существовать квазистатические магнитоплазменные волны, дисперсия которых обусловлена конечными размерами пластины. В этом случае система уравнений, описывающая электромагнитные свойства полупроводниковой плазмы, имеет вид

$$\operatorname{rot} E = 0, \qquad \operatorname{div} \varepsilon_0 E = 4\pi e n; \tag{1}$$

$$e\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} j = 0, \qquad j = e(n_0 + n)v, \tag{2}$$

$$\frac{dp}{dt} = eE + \frac{e}{c}[vH_0]; \tag{3}$$

$$v = \frac{\partial \mathscr{E}}{\partial p}, \qquad \mathscr{E} = \left[\left(\varepsilon_g^2 + \frac{\varepsilon_g p^2}{m}\right)^{1/2} - \varepsilon_g\right]. \tag{4}$$

Здесь ε_0 — диэлектрическая постоянная решетки, e — заряд, $\mathscr{E}$ — энергия, m, p, v — эффективная масса, квазиимпульс и скорость электронов вблизи дна зоны проводимости, n — отклонение их концентрации от равновесного значения n_0, ε_g — ширина запрещенной зоны. Приведенный закон дисперсии носителей (4) реализуется в узкозонных полупроводниках InSb, PbTe и т. д.

Нелинейные механизмы связаны как с непараболичностью законов дисперсии носителей, так и с характером уравнения движения, которое при $p^2/2m\varepsilon_g \ll 1$ имеет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = eE + \frac{e}{mc}[pH_0] - \left(\frac{p}{m}\nabla\right)p - \frac{e}{mc}\frac{p^2}{\tilde{p}^2}[pH_0], \tag{5}$$

$$\tilde{p}^2 = 2m\varepsilon_g.$$

На границах раздела выполняются условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического поля и нормальных компонент суммарного тока (тока смещения $\varepsilon_0(\partial E_y/\partial t)$ и тока проводимости en_0v_y).

Зависимость от координат и времени всех переменных величин, входящих в уравнения (1)—(3) и граничные условия, представим в виде $\exp[i(k_x x + k_y y - \omega t)]$ (прямые волны). Воспользовавшись граничными условиями на плоскостях $y=0$, $y=a$ и условиями излучения при $y \to \pm\infty$, получим в линейном приближении следующее дисперсионное уравнение:

$$\left[\varepsilon_1\varepsilon_3 + \varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy} + i\frac{k_x}{|k_x|}\varepsilon_{xy}(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)\right] \operatorname{th}|k_x|a + \varepsilon_{xx}(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) = 0,$$

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_0 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_H^2}, \quad \varepsilon_{xy} = -\frac{i\omega_0^2\,\omega_H}{\omega(\omega^2 - \omega_H^2)}, \quad \omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m}, \quad \omega_H = \frac{eH_0}{mc}. \tag{6}$$

---

* Нелинейные свойства волн в слоях полупроводниковой и газоразрядной плазмы в отсутствие магнитного поля рассматривались в работах [1, 2].

** На практике широко используются МДП-структуры, но если толщина диэлектрика много больше длины волны, то влиянием металла на распространение волн в полупроводнике можно пренебречь.

Видно, что в рассматриваемой структуре при $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_3$ волны обладают свойствами невзаимного распространения относительно H_0, так как при изменении k_x на $-k_x$ меняется вид дисперсионного уравнения. Кроме того, от направления распространения, как будет показано ниже, зависит возможность образования солитонов магнитоплазменных волн.

Наиболее важным с точки зрения практических приложений является случай тонкой пластины, когда ее толщина много меньше длины волны ($|k_x|a \ll 1$). Это обстоятельство существенным образом упрощает процедуру построения нелинейного уравнения, описывающего пространственно-временную эволюцию амплитуды волны. Для малых размеров пластины все переменные величины в уравнениях (1)—(3) и граничных условиях на плоскости $y=a$ можно разложить в ряд Тейлора по степеням a. Принимая также во внимание потенциальный характер колебаний и то обстоятельство, что возмущения электронной концентрации локализованы на поверхности образца ($\operatorname{div} v_{y=+0 \atop y=a-\delta} = 0$), можно избавиться от переменной y, а величины $\partial E_x(x,t)/\partial t$ и $\partial E_y(x,t)/\partial t$ выразить через компоненты квазиимпульса p_x, p_y и их производные по переменной x. Подставляя эти выражения в продифференцированное по времени уравнение (5), получим для p_x и p_y систему нелинейных дифференциальных уравнений, которую решаем методом, изложенным в [3]. Решение ищем в виде

$$P = \sum_k C_k(x,t)(p_k + p_k') \exp\left[i(k_x x - \omega_k t)\right], \tag{7}$$

где p_k — безразмерный орт-вектор, p_k' — ортогональная к p_k добавка, связанная с нелинейными членами. Зависимость амплитуды от координаты и времени предполагается медленной, т. е. выполняются условия

$$\frac{1}{C}\frac{\partial C}{\partial t} \ll \omega, \quad \frac{1}{C}\frac{\partial C}{\partial x} \ll kx. \tag{8}$$

В этих предположениях для амплитуды C получено дифференциальное уравнение, описывающее ее изменение в пространстве и времени в результате отклика третьего порядка:

$$i\frac{\partial C}{\partial \tau} + \alpha\frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} + \beta|C|^2 C = 0. \tag{9}$$

Переменные τ и ξ связаны с t и x соотношениями $\tau=t$, $\xi=x-v_{\text{гр}}t$ ($v_{\text{гр}}$ — групповая скорость волны).

Задача Коши для уравнения (9) решается точно по методу обратной задачи рассеяния [4, 5]. При одинаковых знаках перед второй производной и нелинейным членом ($\alpha\beta>0$) в системе могут возникать солитоны. Если знаки α и β не совпадают ($\alpha\beta<0$), то стационарными решениями (9) могут быть антисолитоны [1, 5–7].

В структуре диэлектрик—полупроводник—диэлектрик (металл) образование солитонов или антисолитонов магнитоплазменных волн зависит от соотношения между величинами диэлектрических проницаемостей сред, окружающих пластину, и диэлектрической постоянной полупроводника, а в случае несимметричного окружения ($\varepsilon_1 \neq \varepsilon_3$) — также и от направления распространения волны ($k_x>0$ или $k_x<0$) относительно постоянного магнитного поля. Эти выводы, например, следуют из условий существования уединенных волн в области высоких частот

$$\omega = \sqrt{\omega_H^2 + \frac{\omega_0^2}{\varepsilon_0}} + \frac{\omega_0^2\left(\varepsilon_1 - \varepsilon_0(|k_x|/k_x)\right)\left(\varepsilon_3 + \varepsilon_0(|k_x|/k_x)\right)}{2\omega_H\varepsilon_0^2(\varepsilon_1+\varepsilon_3)}|k_x|a -$$
$$- \frac{(\varepsilon_0^2 + \varepsilon_1\varepsilon_3)k_x a^2\omega_0^2}{2\omega_H\varepsilon_0^3(\varepsilon_1+\varepsilon_3)^2}\left(\varepsilon_1 - \varepsilon_0\frac{|k_x|}{k_x}\right)\left(\varepsilon_3 + \varepsilon_0\frac{|k_x|}{k_x}\right) \tag{10}$$
$$(|\omega_H| > \omega_0^2/\varepsilon_0),$$

которые приведены в табл. 1.

В этом случае коэффициент перед нелинейным членом в (9) имеет вид

$$\beta = \frac{2}{\omega}\left(\frac{k_x^2\omega_0^2}{\varepsilon_0 m^2\omega_H^2} + \frac{2\omega_H^2}{\tilde{p}^2}\right)\cos^2\varphi > 0 \tag{11}$$

(φ — угол между направлением квазиимпульса и осью $0x$).

Первое слагаемое в (11) индукционного происхождения, второе — решеточного. В полупроводниковой плазме нелинейность, определяемая неквадратичностью закона дисперсии носителей, может играть основную роль. (В плазменном слое она, естественно, отсутствует и нелинейность имеет индукционный характер.)

Если одной из сред, граничащих с полупроводниковой пластиной, является металл ($\varepsilon_1 \to \infty$), то дисперсионное уравнение в линейном приближении запишется в виде

$$\left(\varepsilon_3 - i\frac{|k_x|}{k_x}\varepsilon_{xy}\right)\operatorname{th}|k_x|a + \varepsilon_{xx} = 0 \tag{12}$$

Таблица 1

$(\omega^2 \approx \omega_H^2 + \omega_p^2/\varepsilon_0)$

	β	$v_{\text{гр}}$	α	sign $\alpha\beta$	$\lvert C_{\text{пор}}\rvert^2$
$\varepsilon_1 \neq \varepsilon_3$	$4\dfrac{\omega_H^2}{\widetilde{p}^2\omega}$	$\dfrac{a\omega_0^2}{2\lvert\omega_H\rvert}\operatorname{sign} k_x \times$ $\times \dfrac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_0(\lvert k_x\rvert/k_x))(\varepsilon_3 + \varepsilon_0(\lvert k_x\rvert/k_x))}{\varepsilon_0^2(\varepsilon_1+\varepsilon_3)}$	$\dfrac{\omega_0^2}{2\lvert\omega_H\rvert}\dfrac{a^2(\varepsilon_0^2+\varepsilon_1\varepsilon_3)}{\varepsilon_0^3(\varepsilon_1+\varepsilon_3)^2}\times$ $\times(\varepsilon_1 - \varepsilon_0(\lvert k_x\rvert/k_x))(\varepsilon_3 + \varepsilon_0(\lvert k_x\rvert/k_x))$	$\left.\begin{matrix} k_x>0, & \varepsilon_1>\varepsilon_0 \\ k_x<0, & \varepsilon_3>\varepsilon_0 \end{matrix}\right\\} \alpha\beta>0$ $\left.\begin{matrix} k_x>0, & \varepsilon_1<\varepsilon_0 \\ k_x<0, & \varepsilon_3<\varepsilon_0 \end{matrix}\right\\} \alpha\beta<0$	$k_x>0$ $\dfrac{\pi^2\widetilde{p}^2}{4\omega_0^2\tau^2}\dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon_0^2+\varepsilon_1\varepsilon_3)}{(\varepsilon_0+\varepsilon_3)\lvert\varepsilon_1-\varepsilon_0\rvert}$ $k_x<0$ $\dfrac{\pi^2\widetilde{p}^2}{4\omega_0^2\tau^2}\dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon_0^2+\varepsilon_1\varepsilon_3)}{(\varepsilon_0+\varepsilon_1)\lvert\varepsilon_3-\varepsilon_0\rvert}$
$\varepsilon_1 = \varepsilon_3$		$\dfrac{a\omega_0^2}{4\lvert\omega_H\rvert}\operatorname{sign} k_x \times$ $\times\dfrac{(\varepsilon_1^2-\varepsilon_0^2)}{\varepsilon_0^2\varepsilon_1}$	$\dfrac{\omega_0^2}{8\lvert\omega_H\rvert}\dfrac{a^2(\varepsilon_0^2+\varepsilon_1^2)(\varepsilon_1^2-\varepsilon_0^2)}{\varepsilon_0^3\varepsilon_1^2}$	$\varepsilon_1^2>\varepsilon_0^2\\}\alpha\beta>0$ $\varepsilon_1^2<\varepsilon_0^2\\}\alpha\beta<0$	$\dfrac{\pi^2\widetilde{p}^2}{4\omega_0^2\tau^2}\dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon_0^2+\varepsilon_1^2)}{\lvert\varepsilon_1^2-\varepsilon_0^2\rvert}$
$\varepsilon_1 \to \infty$		$\dfrac{a\omega_0^2}{2\lvert\omega_H\rvert}\operatorname{sign} k_x \times$ $\times\dfrac{\varepsilon_3+\varepsilon_0(\lvert k_x\rvert/k_x)}{\varepsilon_0^2}$	$\dfrac{\omega_0^2}{2\lvert\omega_H\rvert}\dfrac{a^2\varepsilon_3(\varepsilon_3+\varepsilon_0(\lvert k_x\rvert/k_x))}{\varepsilon_0^3}$	$\left.\begin{matrix} k_x>0 & \\ k_x<0, & \varepsilon_3>\varepsilon_0 \end{matrix}\right\\} \alpha\beta>0$ $k_x<0, \ \varepsilon_3<\varepsilon_0\\}\ \alpha\beta<0$	$k_x>0$ $\dfrac{\pi^2\widetilde{p}^2}{4\omega_0^2\tau^2}\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_3}{\varepsilon_0+\varepsilon_3}$ $k_x<0$ $\dfrac{\pi^2\widetilde{p}^2}{4\omega_0^2\tau^2}\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_3}{\lvert\varepsilon_3-\varepsilon_0\rvert}$

и результаты для этого случая приведены в третьем разделе таблицы.

Процесс образования солитонов и антисолитонов является пороговым. Если амплитуда начального импульса меньше критической, то в результате пространственной дисперсии происходит расплывание начального возмущения. Пороговое значение амплитуды $C_{пор}$ определяется условием [8]

$$(C_{пор}\, b)^2 = \frac{\pi^2}{2} \frac{|\alpha|}{|\beta|}, \qquad (13)$$

$b = v_{гр}\tau$ — ширина начального импульса.

При $\tau = 20$ нс, $\omega_0/\sqrt{\varepsilon_0} \sim 10^{12}\, с^{-1}$, $|\omega_H| = 3 \cdot 10^{12}\, с^{-1}$, $\varepsilon_g = 0{,}1$ эВ, $m = 10^{-29}$ г, $|C_{пор}| \sim 10^{-22}$ г·см·с$^{-1}$, т. е. $|v_{пор}| \sim 10^7$ см·с$^{-1}$.

В заключение необходимо отметить, что в данной работе рассматривалась эволюция амплитуды сигнала, заданной в начальный момент времени. Можно показать, что выражение (9) преобразуется к уравнению, описывающему нелинейное распространение волнового пакета, заданного на границе полупроводникового образца (граничная задача). Это обстоятельство важно для возбуждения магнитоплазменного солитона в экспериментальных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ханкина С. И., Яковенко В. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 6. С. 795.
2. Владимиров С. В. // Физика плазмы. 1986. Т. 12. Вып. 8. С. 961.
3. Галеев А. А., Карпман В. И. // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. № 2. С. 592.
4. Захаров В. Е., Манаков В. С., Новиков С. П., Питаевский Л. П. Теория солитонов: метод обратной задачи. — М.: Наука, 1980. — 320 с.
5. Захаров В. Е., Шабат А. В. // ЖЭТФ. 1973. Т. 64. Вып. 5. С. 1625.
6. Лукомский В. П. // УФЖ. 1978. Т. 23. № 1. С. 134.
7. Владимиров С. В., Цытович В. Н. // Физика плазмы. 1985. Т. 11. Вып. 12. С. 1458.
8. Беспалов В. И., Таланов В. И. // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 3. С. 471.
9. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А П. Теория волн. — М.: Наука, 1979. — 383 с.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
19 октября 1987 г.