

УДК 548.0:539.37

СТРУКТУРА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ПОПЕРЕЧНО-ПЬЕЗОАКТИВНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КРИСТАЛЛАХ КЛАССОВ СИММЕТРИИ $\bar{4}3m$, 23

Н. И. Буримов, С. М. Шандаров, Л. Я. Серебренников

Рассмотрена структура электрических и магнитных полей, сопровождающих поверхностные акустические волны (ПАВ) рэлеевского типа, распространяющихся в направлении $[001]$ по плоскости (100) кристаллов классов симметрии $\bar{4}3m$, 23. Показано, что структура магнитного поля рассматриваемых ПАВ характеризуется тремя парциальными компонентами. Две из них являются вынужденными, их показатели спадания $\gamma^{(1,2)}$ такие же, как для поля упругих смещений u_1, u_3 и квазистатического поля электрической индукции \dot{D}_2 . Третья парциальная компонента обеспечивает выполнение граничных условий для магнитного поля на плоскости (100) . Ее показатель спадания $\gamma^{(3)}$ определяется из уравнений электродинамики. Проведены численные расчеты параметров и распределений полей таких ПАВ для кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, $\text{Bi}_4(\text{SiO}_4)_3$, GaAs .

Как известно $[1, 2]$, объемные упругие волны в пьезокристаллах в общем случае сопровождаются не только полем электрического потенциала ϕ , но и поперечными электрическими и магнитными полями \mathbf{D} и \mathbf{H} ($\mathbf{D} \perp \mathbf{H}$, \mathbf{D} и $\mathbf{H} \perp \mathbf{k}$; \mathbf{k} — волновой вектор упругой волны). В работах $[2, 3]$ такие объемные волны названы поперечно-пьезоактивными.

Поверхностным акустическим волнам (ПАВ), распространяющимся в полуограниченных пьезокристаллах, также могут сопутствовать электрические поля индукции \mathbf{D} $[4]$ и магнитные поля \mathbf{H} . Однако в этом случае ориентация векторов \mathbf{D} и \mathbf{H} относительно волнового вектора уже не будет такой простой, как в плоской упругой волне.

В данной работе рассмотрена структура полей \mathbf{D} и \mathbf{H} , сопровождающих ПАВ рэлеевского типа, распространяющихся в направлении $[001]$ по свободной плоскости (100) кубических нецентросимметричных кристаллов (классы симметрии $\bar{4}3m$, 23). В $[5]$ отмечено, что эти ПАВ не сопровождаются квазистатическим полем электрического потенциала ϕ . Ниже будет показано наличие у них поля электрической индукции \mathbf{D} . Поскольку вектор \mathbf{D} направлен по оси $[010]$, перпендикулярен как вектору \mathbf{k} , так и нормали $[100]$ к плоскости распространения, такие ПАВ будем называть поперечно пьезоактивными.

Для определения структуры упругих смещений \mathbf{u} и поля электрической индукции \mathbf{D} в рассматриваемой ПАВ может быть использовано квазистатическое приближение, применимость которого при расчетах некоторых параметров упругих волн (фазовой скорости v , вектора смещений \mathbf{u} , полей ϕ и \mathbf{D}) обоснована в монографии $[5]$. Как отмечалось выше, в квазистатическом приближении пьезоэффект не влияет на структуру ПАВ Рэлея, распространяющейся в направлении $[001]$ по плоскости (100) кристаллов симметрии $\bar{4}3m$, 23.

Такая ПАВ имеет две парциальные компоненты с показателями спадания $\dot{\gamma}^{(1)}$ и $\dot{\gamma}^{(2)}$ вдоль нормали к плоскости распространения, определяемыми уравнением $[6]$

$$\dot{\gamma}^{(1, 1)} = k \left[-\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - c} \right]^{1/2}, \quad (1)$$

где

$$a = \frac{c_{12}^2 - c_{11}^2 + 2c_{12} c_{44}^E + (c_{11} + c_{44}^E) \rho v^2}{c_{11} c_{44}^E}; \quad (2)$$

$$c = \frac{c_{11} c_{44}^E - (c_{11} + c_{44}^E) \rho v^2 + \rho^2 v^4}{c_{11} c_{44}^E}. \quad (3)$$

В формулах (2), (3) c_{mn} и ρ — упругие модули и плотность кристалла соответственно; v — скорость ПАВ, которая может быть найдена из уравнения Стоунли [6], $k = 2\pi/\lambda$ — ее волновое число, λ — длина волны.

Вид решений уравнения (1) зависит от величины фактора анизотропии кристалла $\eta = 2c_{44}^E (c_{11} - c_{12})^{-1}$ [6]. При $\eta > 1$ решения (1) являются комплексными:

$$\dot{\gamma}^{(1, 2)} = k (\gamma' \pm i\gamma''),$$

и отличные от нуля компоненты вектора смещения \dot{u}_1 и \dot{u}_3 в ПАВ имеют вид

$$\dot{u}_1 = A_1 \exp(-k\gamma'x) \cos(k\gamma''x - \alpha) \exp[i(\omega t - kz)]; \quad (4)$$

$$\dot{u}_3 = -ib' A_1 \exp(-k\gamma'x) \cos(k\gamma''x + \alpha) \exp[i(\omega t - kz)]. \quad (5)$$

Здесь A_1 — амплитудный множитель, ω — частота ПАВ. Величины b' и α определяются выражениями

$$b' = \frac{2 [(\gamma')^2 + (\gamma'')^2] \gamma' c_{11}}{c_{11} - \rho v^2 - c_{12} [(\gamma')^2 + (\gamma'')^2]}; \quad (6)$$

$$\alpha = \text{arctg} \left\{ \frac{\gamma'}{\gamma''} \frac{c_{11} - \rho v^2 + c_{12} [(\gamma')^2 + (\gamma'')^2]}{c_{11} - \rho v^2 - c_{12} [(\gamma')^2 + (\gamma'')^2]} \right\}. \quad (7)$$

Для кристаллов с $\eta < 1$ показатели спадания вещественные:

$$\dot{\gamma}^{(1, 2)} = k\gamma_{1, 2},$$

а компоненты \dot{u}_1 и \dot{u}_3 могут быть представлены в форме

$$\dot{u}_1 = A_1 [\exp(-k\gamma_1 x) - a_1 \exp(-k\gamma_2 x)] \exp[i(\omega t - kz)]; \quad (8)$$

$$\dot{u}_3 = -ib A_1 [\exp(-k\gamma_1 x) - a_1^{-1} \exp(-k\gamma_2 x)] \exp[i(\omega t - kz)], \quad (9)$$

где

$$a_1 = \frac{[c_{11} + c_{12}\gamma_2^2 - \rho v^2] \gamma_1}{[c_{11} + c_{12}\gamma_1^2 - \rho v^2] \gamma_2}; \quad (10)$$

$$b = \frac{\gamma_1 (c_{12} + c_{44}^E)}{\rho v^2 + c_{44}^E \gamma_1^2 - c_{11}}. \quad (11)$$

Поле электрической индукции D , сопровождающее данную ПАВ, определим из уравнения состояния пьезокристалла [7]

$$D_m = e_{mkl} u_{kl} + \varepsilon_{mn}^u (\partial \phi / \partial x_n), \quad (12)$$

где u_{kl} , ε_{mn}^u , e_{mkl} — компоненты тензоров упругих деформаций, диэлек-

трической проницаемости и пьезоэлектрических констант среды соответственно. Используя выражения (4) и (5), (7) и (8) для \dot{u}_1 и \dot{u}_3 , учитывая связь компонент u_{kl} с упругими смещениями u_k , соотношения (6), (7), (10), (11) и равенство нулю потенциала φ , из (12) найдем ненулевую компоненту вектора индукции D_2 при $\eta > 1$:

$$\dot{D}_2 = i\omega d' A_1 [\exp(-k\gamma'x) \sin(k\gamma''x)] \exp[i(\omega t - kz)], \quad (13)$$

при $\eta < 1$ —

$$\dot{D}_2 = i\omega d A_1 [\exp(-k\gamma_1 x) - \exp(-k\gamma_2 x)] \exp[i(\omega t - kz)], \quad (14)$$

где

$$d' = e_{14} v^{-1} [b'(\gamma'' \cos \alpha - \gamma' \sin \alpha) - \sin \alpha]; \quad (15)$$

$$d = e_{14} v^{-1} (b\gamma_1 - 1). \quad (16)$$

Таким образом, вектор электрической индукции D рэлеевской ПАВ, распространяющейся в направлении [001] по плоскости (100) кристаллов симметрии $\bar{4}3m$, 23, в квазистатическом приближении направлен по оси [010] и является чисто поперечным. Он перпендикулярен как направлению распространения ПАВ, так и сагитальной плоскости, что связано с наличием ненулевых пьезоэлектрических констант среды $e_{213} = e_{231} = e_{14}$. Поскольку другие компоненты электрических полей рассмотренную волну не сопровождают, назовем ее поперечно-пьезоактивной.

Отметим, что на поверхности кристалла при $x=0$ электрическая индукция \dot{D}_2 обращается в нуль и квазистатическое поле над кристаллом отсутствует.

Для отыскания структуры сопровождающего ПАВ магнитного поля ограничимся немагнитными диэлектрическими кристаллами и воспользуемся уравнениями Максвелла:

$$\text{rot } \dot{H} = \partial \dot{D} / \partial t, \quad \text{div} (\mu_0 \dot{H}) = 0. \quad (17)$$

Представляя напряженность магнитного поля в виде $H = H(x) \times \times \exp[i(\omega t - kz)]$, для нашего случая из (17) получим

$$-ikH_1 - (\partial H_3 / \partial t) = i\omega D_2; \quad (18)$$

$$(\partial H_1 / \partial x) - ikH_3 = 0. \quad (19)$$

Отсюда найдем

$$\dot{H}_3 = -(i/k) (\partial \dot{H}_1 / \partial x); \quad (20)$$

$$(d^2 \dot{H}_1 / dx^2) - k^2 \dot{H}_1 = k\omega \dot{D}_2. \quad (21)$$

Общее решение уравнения вынужденных колебаний (21) [8], с учетом (13), (14), а также условия конечности при $x > 0$, может быть записано в виде

$$H_1(x) = C' e^{-kx} + \frac{A_1 d' v}{\Gamma} [\Gamma' \sin(k\gamma''x) + 2\gamma' \gamma'' \cos(k\gamma''x)] e^{-k\gamma'x} \quad (22)$$

для кристаллов с $\eta > 1$ и

$$H_1(x) = C_1 e^{-kx} + A_1 d v \left[\frac{1}{\Gamma_1} e^{-k\gamma_1 x} - \frac{1}{\Gamma_2} e^{-k\gamma_2 x} \right] \quad (23)$$

— для кристаллов с $\eta < 1$. Здесь введены обозначения:

$$\Gamma' = [(\gamma')^2 - (\gamma'')^2 - 1], \quad \Gamma = (\Gamma')^2 + 4(\gamma' \gamma'')^2,$$

$$\Gamma_1 = \gamma_1^2 - 1, \quad \Gamma_2 = \gamma_2^2 - 1. \quad (24)$$

Константы C' и C_1 характеризуют вклад решения однородного уравнения, получающегося из (21) при $D_2=0$. Их значения определяются граничными условиями для магнитного поля при $x=0$.

Если границу $x=0$ покрыть бесконечно тонким проводящим слоем, механически не нагружающим ее (металлизировать), структура упругих смещений u_1 , u_3 и поля \dot{D}_2 ПАВ не изменится. Граничные условия для компонент \dot{H}_1 , \dot{H}_3 при этом имеют вид

$$\dot{H}_1=0|_{x=0}; \quad (25)$$

$$\dot{H}_3=g_2^{\dot{}}|_{x=0}, \quad (26)$$

где \dot{g}_2 — компонента вектора плотности поверхностного тока проводимости $\dot{\mathbf{g}}=g_2 \mathbf{g}^0$.

Подставляя в (25) $\dot{H}_1(x)$ из (22) и (23) и используя соотношения (20), (26), выражения для H_1 , H_3 , g_2 представим в форме

$$H_1=i\omega \frac{A_1 d' v}{\Gamma} \{[\Gamma' \sin(k\gamma''x) + 2\gamma'\gamma'' \cos(k\gamma''x)] e^{-k\gamma_1'x} - 2\gamma'\gamma'' e^{-kx}\}; \quad (27)$$

$$H_3=-\omega \frac{A_1 d' v}{\Gamma} \{[\Gamma''' \sin(k\gamma''x) + \Gamma'' \cos(k\gamma''x)] e^{-k\gamma_1'x} - 2\gamma'\gamma'' e^{-kx}\}; \quad (28)$$

$$g_2=\omega A_1 d' v \Gamma^{-1} (\Gamma'' - 2\gamma'\gamma'') \quad (29)$$

для кристаллов с $\eta > 1$ и

$$H_1=i\omega \frac{A_1 d' v}{\Gamma_1 \Gamma_2} [\Gamma_2 e^{-k\gamma_1 x} - \Gamma_1 e^{-k\gamma_2 x} + (\Gamma_1 - \Gamma_2) e^{-kx}]; \quad (30)$$

$$H_3=-\omega \frac{A_1 d' v}{\Gamma_1 \Gamma_2} [\gamma_1 \Gamma_2 e^{-k\gamma_1 x} - \gamma_2 \Gamma_1 e^{-k\gamma_2 x} + (\Gamma_1 - \Gamma_2) e^{-kx}]; \quad (31)$$

$$g_2 = \omega A_1 d' v \left[\frac{1 - \gamma_2}{\Gamma_2} - \frac{1 - \gamma_1}{\Gamma_1} \right] \quad (32)$$

— для кристаллов с $\eta < 1$. Здесь обозначено:

$$\Gamma'' = \gamma'' [(\gamma')^2 + (\gamma'')^2 + 1], \quad \Gamma''' = \gamma' [(\gamma')^2 + (\gamma'')^2 - 1]. \quad (33)$$

Мы получили, что при металлизированной границе рассматриваемые ПАВ сопровождаются волной поверхностного тока

$$g_2 = g_2 \exp [i(\omega t - kz)].$$

Для отыскания структуры полей $\dot{H}_1(x)$, $\dot{H}_3(x)$ ПАВ, распространяющихся по свободной поверхности кристалла, граничащей с вакуумом, необходимо учесть магнитные поля над границей при $x < 0$. Магнитные составляющие $\dot{H}_1^0(x)$ и $\dot{H}_3^0(x)$ в вакууме найдем из уравнений (20) и (21), полагая в них $D_2^0=0$, с точностью до постоянного множителя C_0 . Для определения неизвестных постоянных C_0 , C_1 и C' (см. формулы (22), (23)) воспользуемся условиями непрерывности компонент магнитного поля \dot{H}_1 и $\dot{B}_3 = \mu_0 \dot{H}_3$ при $x=0$. Окончательно получим следующие выражения для магнитного поля ПАВ, распространяющейся по свободной границе:

$$H_1 = i\omega (A_1 d' v) / \Gamma \times$$

$$\times \{[\Gamma' \sin(k\gamma''x) + 2\gamma'\gamma'' \cos(k\gamma''x)] e^{-k\gamma'x} + (1/2)(\Gamma'' + 2\gamma'\gamma'') e^{-kx}\} \quad (34)$$

при $x \geq 0$;

$$H_3 = -\omega \frac{A_1 d' v}{\Gamma} \times \quad (35)$$

$$\times \{[\Gamma''' \sin(k\gamma''x) + \Gamma'' \cos(k\gamma''x)] e^{-k\gamma'x} - (1/2)(\Gamma'' + 2\gamma'\gamma'') e^{-kx}\}$$

при $x \geq 0$;

$$H_1^0 = i\omega \frac{A_1 d' v}{2\Gamma} (2\gamma'\gamma'' - \Gamma'') e^{kx} \quad \text{при } x \leq 0; \quad (36)$$

$$H_3^0 = -\omega \frac{A_1 d' v}{2\Gamma} (\Gamma'' - 2\gamma'\gamma'') e^{kx} \quad \text{при } x \leq 0 \quad (37)$$

для кристаллов с $\eta > 1$ и

$$H_1 = i\omega \frac{A_1 d' v}{\Gamma_1 \Gamma_2} \left\{ \Gamma_2 e^{-k\gamma_1 x} - \Gamma_1 e^{-k\gamma_2 x} - \frac{1}{2} [\Gamma_2(1 + \gamma_1) - \Gamma_1(1 + \gamma_2)] e^{-kx} \right\} \quad (38)$$

при $x \geq 0$;

$$H_3 = -\omega \frac{A_1 d' v}{\Gamma_1 \Gamma_2} \left\{ \gamma_1 \Gamma_2 e^{-k\gamma_1 x} - \Gamma_1 \gamma_2 e^{-k\gamma_2 x} - \frac{1}{2} [\Gamma_2(1 + \gamma_1) - \Gamma_1(1 + \gamma_2)] e^{-kx} \right\} \quad (39)$$

при $x \geq 0$;

$$H_1^0 = i\omega \frac{A_1 d' v}{2\Gamma_1 \Gamma_2} [\Gamma_1(\gamma_2 - 1) - \Gamma_2(\gamma_1 - 1)] e^{kx} \quad \text{при } x \leq 0; \quad (40)$$

$$H_3^0 = -\omega \frac{A_1 d' v}{2\Gamma_1 \Gamma_2} [\Gamma_2(\gamma_1 - 1) - \Gamma_1(\gamma_2 - 1)] e^{kx} \quad \text{при } x \leq 0 \quad (41)$$

— для кристаллов с фактором анизотропии $\eta < 1$.

Анализ выражений (27), (28), (30), (31), (34)–(41) показывает, что структура магнитного поля рассматриваемых ПАВ характеризуется тремя парциальными компонентами. Две из них являются вынужденными, их показатели спадания $\gamma^{(1,2)}$ такие же, как для поля упругих смещений u_1, u_3 и квазистатического поля электрической индукции D_2 . Третья парциальная компонента обеспечивает выполнение граничных условий для магнитного поля при $x=0$. Ее показатель спадания $\gamma^{(3)}$ определяется из уравнений электродинамики и не может быть найден в квазистатическом приближении.

Нами проведены численные расчеты параметров и распределений полей таких ПАВ для кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, $\text{Bi}_4(\text{SiO}_4)_3$ ($\eta < 1$) и GaAs ($\eta > 1$). Некоторые параметры ПАВ представлены в табл. 1.

Таблица 1

Кристалл	η	v , м/с	γ'	γ''	γ_1	γ_2	b'	α , рад	b
GaAs	1,83	2719	0,402	0,561	—	—	0,844	0,949	—
$\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$	0,57	1622	—	—	1,7732	0,114	—	—	-4,122
$\text{Bi}_4(\text{SiO}_4)_3$	0,99	2525	—	—	0,968	0,344	—	—	-1,646

На рис. 1 представлены распределения полей ПАВ: а, б — GaAs; в, г — $\text{Bi}_4(\text{SiO}_4)_3$; д, е — $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, кривая 1 — u_1 ; 2 — iu_3 ; 3 — D_2 ; 4 — H_1 , металлизированная поверхность; 5 — H_3 , металлизированная поверхность; 6 — H_1 , неметаллизированная поверхность; 7 — H_3 , неметаллизированная поверхность. Все зависимости приведены в относительных единицах.

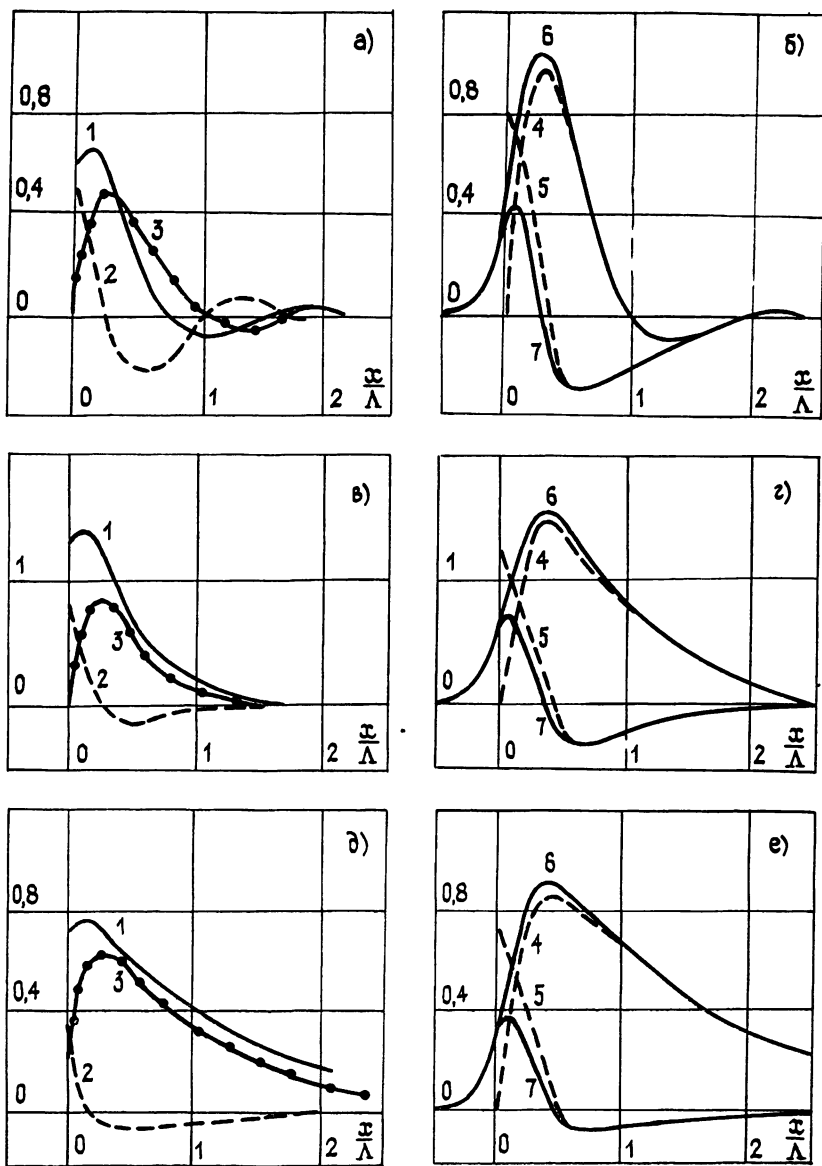


Рис. 1.

Из рисунка хорошо видно, что для всех кристаллов поле достигает максимума при $x = (0,2 \div 0,4)\lambda$. Степень локализации поля электрической индукции D_2 относительно поверхности (100) в ПАВ примерно соответствует таковой для нормальной компоненты смещения u_1 .

Составляющие H_1 и H_3 сдвинуты по фазе относительно друг друга на $\pi/2$, поэтому магнитные поля данных ПАВ имеют эллиптическую поляризацию с изменяющимся по глубине эксцентриситетом эллипса. Зависимость $H_3(x)$ качественно повторяет зависимость $u_1(x)$ в каждом из рассматриваемых кристаллов. Вид кривых $H_1(x)$ и $H_3(x)$ существенно меняется при металлизации поверхности (100) лишь для $x < 0,5\lambda$.

Рассмотренные выше особенности структуры электрических и магнитных полей поперечно-пьезоактивных ПАВ Рэлея могут проявляться, например, при акустическом насыщении спиновых уровней ядер, не обладающих электрическим квадрупольным моментом. Такая возможность для объемных поперечно-пьезоактивных акустических волн изучена в работе [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Шутилов В. А., Антокольский Г. А. // ФТТ, 1969. Т. 11. № 6. С. 1601.
2. Березина С. И., Лямов В. Е., Шандаров С. М. // Изв. вузов. Физика. 1976. № 10. С. 32.
3. Клименко Б. И., Лямов В. Е., Переломова Н. В., Шандаров С. М. В кн.: Научн. труды. Физика и химия твердого тела. — М.: Научно-исслед. физ.-хим. ин-т, 1978. С. 95.
4. Кесенних Г. Г., Шувалов Л. А. // Кристаллография. 1978. Т. 23. № 6. С. 1134.
5. Балакирев М. К., Гишинский И. А. Волны в пьезокристаллах. — Новосибирск: Наука, 1982. — 239 с.
6. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов: Пер. с франц. / Под ред. В. В. Леманова. — М.: Наука. 1982. — 424 с.
7. Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П. Основы кристаллофизики. — М.: Наука, 1979. — 640 с.
8. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. — М.: Наука, 1971. — 576 с.

Томский институт автоматизированных систем управления и радиоэлектроники

Поступила в редакцию
27 апреля 1987 г.,
после доработки
17 ноября 1987 г.

THE STRUCTURE OF ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS OF TRANSVERSE PIEZOACTIVE SURFACE ACOUSTIC WAVES IN CRYSTALS OF $\bar{4}3m$, 23 CLASSES SYMMETRY

N. I. Burimov, S. M. Shandarov, L. Ya. Serebrennikov

The structure of electric and magnetic fields, accompanied the surface acoustic waves (SAW) of Rayleigh type, propagating in [001] direction (100)-plane crystals of $\bar{4}3m$, 23 classes symmetry is considered in this work. It is shown, that the structure of the magnetic field of SAW considered contains three partial components. Two of them are forced, and their index of fall $\nu^{(1,2)}$ are the same as for the field of elastic displacements u_1, u_3 and «quasi—static» field of electrical displacement D_2 . The third partial component provides satisfaction of boundary conditions for the magnetic field in (100)-plane. It's index of fall $\nu^{(3)}$ is determined from the solution of electrodynamic equations. Numerical calculations of parameters and fields distributions of these SAW for crystals $Bi_{12}GeO_{20}$, $Bi_4(SiO_4)_3$, GaAs are made.
