

УДК 621.372.8.001.24

## РАСЧЕТ КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ЖЕЛОБКОВОМ ВОЛНОВОДЕ

Г. Ф. Заргано, Г. П. Синявский, В. П. Ткаченко

На основе метода частичных областей с учетом особенностей на ребре излагается алгоритм расчета критических частот и моделирования на ЭВМ электромагнитных полей в желобковом волноводе с кусочно-однородным диэлектрическим заполнением. Анализируется влияние кусочно-однородного диэлектрического заполнения, размеров желоба и расположения боковых стенок на значения критических частот различных типов квази- $H$ - и квази- $E$ -волн. Приводятся картины электромагнитных полей в желобковом волноводе, полученные на ЭВМ.

Одной из перспективных волноведущих структур миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов является желобковая линия передачи (рис. 1). Для этих волноводов характерна широкополосность, малые потери, высокий уровень передаваемой мощности, технологичность, удобные размеры поперечного сечения [1-3]. Интересной особенностью желобкового волновода является способность передавать только одиночную моду даже в тех случаях, когда расстояние между его плоскостями велико по сравнению с длиной распространяющейся по нему волны [4].

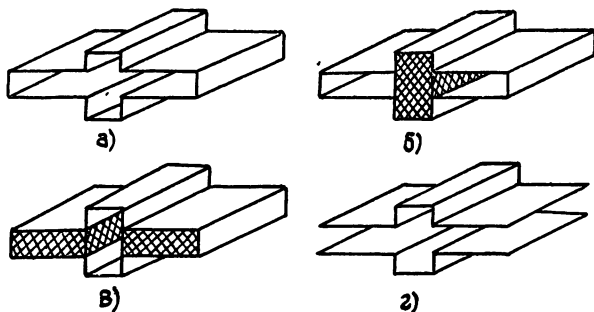


Рис. 1.

При конструировании элементов и узлов на желобковых волноводах, таких, как согласующие переходы, направленные ответвители, фильтры, фазовращатели, применяются волноводы, частично заполненные диэлектриком. Частичное диэлектрическое заполнение также используется для герметизации желобкового волновода.

Введение диэлектрика в значительной степени изменяет характеристики желобкового волновода и создает определенные сложности для их теоретического исследования. В известной литературе отсутствуют методики и результаты расчета параметров частично заполненных желобковых волноводов. В частности, в [3] приведены параметры только для  $H$ -волн желобкового волновода с воздушным заполнением, рассчитанные методом конечных элементов. Кроме того, для расчета параметров неоднородностей в желобковых волноводах необходимы аналитические выражения для электромагнитных полей и значения критических частот высших типов  $H$ - и  $E$ -волн.

Учитывая, что разработка элементной базы на основе желобкового волновода связана со сложностью экспериментальной отработки применяемых элементов и узлов, на первый план выдвигается создание алгоритмов и программ, полученных на основе строгой постановки задачи и эффективных численно-аналитических методов анализа.

В работе излагается алгоритм расчета электромагнитных полей и критических частот в желобковом волноводе с кусочно-однородным диэлектрическим заполнением. Рассматривается закрытая структура. В критическом режиме, несмотря на гибридный характер существующих в нем собственных волн, возможен независимый анализ квази- $H$ -волн, у которых на критической частоте отличны от нуля составляющие поля  $H_z$ ,  $E_y$ ,  $E_x$ , и квази- $E$ -волн с отличными от нуля составляющими  $E_z$ ,  $H_x$ ,  $H_y$ . Учитывая симметрию электромагнитного поля в поперечном сечении, ограничимся рассмотрением  $\Gamma$ -образного волновода (рис. 2), в котором соответствующая волна моделируется заданием определенных граничных условий (электрическая или магнитная стенка) на участках 1 (0E) и 2 (0A)  $\Gamma$ -образного контура [5].

Решение задачи проводится методом частичных областей (МЧО) с учетом особенности на ребре [5, 6] в предположении, что потери в диэлектрике и стенках волновода отсутствуют. Будем искать решение уравнения Гельмгольца в частичных областях I и II в виде

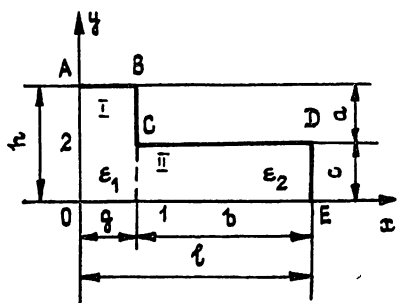


Рис. 2.

$A_m^{av}$  — неизвестные коэффициенты разложения,

$$W^{av}(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{av} X_m^{av}(x) Y_m^{av}(y), \quad (1)$$

$$W^{av} = \begin{cases} H_z = H \text{ для } H\text{-волн } (v=h) \\ E_z = E \text{ для } E\text{-волн } (v=e) \end{cases},$$

где индекс  $a=I, II$  обозначает принадлежность к частичной области,

$$X_m^{Ih}(x) = \frac{\cos(p_m x \mp \frac{\pi}{2} n_2)}{\sin(p_m x \mp \frac{\pi}{2} n_2)}, \quad Y_m^{Ih}(y) = \mu_m^I \frac{\cos(\alpha_m y \mp \frac{\pi}{2} n_1)}{\sin(\alpha_m y \mp \frac{\pi}{2} n_1)}, \quad (2)$$

$$X_m^{IIh}(x) = \frac{\cos q_m(x-l)}{\sin q_m(x-l)}, \quad Y_m^{IIh}(y) = \mu_m^{II} \frac{\cos(\beta_m y \mp \frac{\pi}{2} n_1)}{\sin(\beta_m y \mp \frac{\pi}{2} n_1)},$$

$$\alpha_m = \frac{\pi}{h} \left( m + \frac{n_1}{2} \right), \quad \beta_m = \frac{\pi}{c} \left( m + \frac{n_1}{2} \right), \quad \mu_m^I = \sqrt{(2 - \delta_{0\alpha_m})/h};$$

$$\rho_m = \sqrt{\epsilon_1 k^2 - \alpha_m^2}, \quad q_m = \sqrt{\epsilon_2 k^2 - \beta_m^2}, \quad \mu_m^{II} = \sqrt{(2 - \delta_{0\beta_m})/c};$$

$\delta_{0\alpha_m(\beta_m)}$  — символ Кронеккера,  $k$  — волновое число свободного пространства,  $n_i$  — индексы ( $i=1, 2$ ), определяемые типом граничных условий на отрезках 1, 2  $\Gamma$ -образного контура (табл. 1). Индексы «e» и «o», определяющие в табл. 1 тип волны по граничным условиям на линиях симметрии поперечного сечения волновода, соответствуют четному (even) и нечетному (odd) изменению поля по данной координате, причем первый индекс относится к изменению поля по оси  $x$ , а второй — по оси  $y$ .

Следуя МЧО, сшиваем  $H_z$ -компоненты поля для квази- $H$ -волн и  $H_y$  — для квази- $E$ -волн при  $x=g$ ; получаем интегральное уравнение относительно функции распределения поля на границе раздела частичных областей  $f(y)$ , через которую выражаются неизвестные амплитудные коэффициенты  $A_m^{av}$ . Решаем его методом Галеркина, для этого представляем  $f(y)$  в виде разложения, учитывающего, что вблизи острых металлических ребер компоненты поля имеют характерные особенности

[5]. В результате получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов  $U_n$  разложения  $f(y)$ :

$$\sum_{n=0}^N U_n A_{in}^y = 0, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

Критические частоты находятся из условия нетривиального решения системы уравнений ( $\det |A_{in}^y| = 0$ ):

для квази- $H$ -волн

$$A_{in}^h = \sum_{m=0}^M \epsilon_1 \frac{\text{ctg}(p_m g - (\pi/2)n_2)}{p_m} \Phi_i^h(\alpha_m c) \Phi_n^h(\alpha_m c) (\mu_m^I)^2 +$$

$$+ \sum_{m=0}^M \epsilon_2 \frac{\text{ctg} q_m (l-g)}{q_m} \Phi_i^h(\beta_m c) \Phi_n^h(\beta_m c) (\mu_m^{II})^2,$$

$$\Phi_n^h(xy) = \frac{J_{2n+\tau^h+n_1}(xy)}{x^{\tau^h}};$$

для квази- $E$ -волн —

$$A_{in}^e = \sum_{m=0}^M p_m \text{ctg}\left(p_m g + \frac{\pi}{2} n_2\right) (\mu_m^I)^2 \Phi_i^e(\alpha_m c) \Phi_n^e(\alpha_m c) +$$

$$+ \sum_{m=0}^M q_m \text{ctg}(l-g) (\mu_m^{II})^2 \Phi_i^e(\beta_m c) \Phi_n^e(\beta_m c),$$

$$\Phi_n^e(xy) = \frac{J_{2n+\tau^e+1,5-n_1}(xy)}{x^{\tau^e+1/2}},$$

$J_\omega(\alpha)$  — функция Бесселя 1-го рода,

$$\tau^v = \frac{2}{\pi} \arctg \sqrt{1+2\epsilon_2/\epsilon_1} - b, \quad b = \begin{cases} 0,5 & \text{при } v = h \\ 0 & \text{при } v = e \end{cases}.$$

Отбрасывая последнее уравнение алгебраической системы и сделав необходимые преобразования, приходим к линейной неоднородной алгебраической системе уравнений, решение которой позволяет найти значение неизвестных коэффициентов  $U_n$  с точностью до постоянного множителя:

$$\sum_{n=1}^N U_n A_{in} = -U_0 A_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (6)$$

Постоянный множитель  $U_0$  определяется из условия нормировки

$$\sum_a \int_{s_a} [W^{av}(x, y)]^2 ds_a = 1, \quad (7)$$

$s_a$  — площадь частичной области волновода. Часть сомножителей, входящих в выражения, получающиеся после нахождения неизвестных коэффициентов  $A_m^{av}$ , включены в  $U_n$  и учитываются при их определении в (6). Это

$$\frac{(-1)^{n\pi c^1 - \tau^h} \Gamma(2n + 2\tau^h + n_1)}{\Gamma(\tau^4) 2^{\tau^h} (2n + n_1)!} \quad \text{— для квази-}H\text{-волн,}$$

$$\frac{(-1)^{n_1} \pi c^{1/2 - \tau^e} \Gamma(2n + 2\tau^e + 2 - n_1)}{(2n + 1 - n_1)! \Gamma(\tau^e + 1/2) 2^{\tau^e + 1/2}} \quad \text{— для квази-}E\text{-волн.}$$

Таблица 1

H-волны					E-волны						
Тип гр. условий	Тип волны	$n_1$	$0E$	$n_2$	$0A$	Тип гр. условий	Тип волны	$n_1$	$0E$	$n_2$	$0A$
I	$H_{oe}$	0	$\frac{\partial H}{\partial y} = 0$	1	$H = 0$	I	$E_{oe}$	0	$E = 0$	1	$\frac{\partial E}{\partial x} = 0$
II	$H_{ee}$	0	$\frac{\partial H}{\partial y} = 0$	0	$\frac{\partial H}{\partial x} = 0$	II	$E_{ee}$	0	$E = 0$	0	$E = 0$
III	$H_{eo}$	1	$H = 0$	0	$\frac{\partial H}{\partial x} = 0$	III	$E_{eo}$	1	$\frac{\partial E}{\partial y} = 0$	0	$E = 0$
IV	$H_{oo}$	1	$H = 0$	1	$H = 0$	IV	$E_{oo}$	1	$\frac{\partial E}{\partial y} = 0$	1	$\frac{\partial E}{\partial x} = 0$

На основе изложенной методики был разработан алгоритм и составлена на языке Фортран для ЭВМ ЕС-1060 программа расчета критических частот и компонент полей квази- $H$ - и квази- $E$ -волн в желобковом волноводе с кусочно-однородным диэлектрическим заполнением.

Численный анализ показал, что при проведении расчетов критических частот и компонент полей с достаточной для практики точностью (погрешность меньше 1%) можно ограничиться значениями  $N=2$ ,  $M=100$ . Погрешность вычисления критических волновых чисел в таком приближении составляет  $1 \cdot 10^{-7}$ . Проверка «сшиваемости»  $H_z$ -компонент полей волны  $H_{eo}^1$  на линии раздела частичных областей с различным диэлектрическим заполнением ( $\epsilon_1=3,78$ ,  $\epsilon_2=1,0$ ,  $h/c=3,0$ ,  $g/c=0,8$ ,  $l/c=10,0$ ) показала (табл. 2), что максимальная «несшиваемость» составляет 1,2%, при этом почти на всем интервале «сшивания» несовпадение меньше 1%.

Таблица 2

$y/c$	$H_z^I(g, y)$	$H_z^{II}(g, y)$	$2 \left  \frac{H_z^I - H_z^{II}}{H_z^I + H_z^{II}} \right  \cdot 100\%$
0,1	-0,816909	-0,826897	1,22
0,2	-1,62720	-1,64195	0,50
0,3	-2,42463	-2,44193	0,64
0,4	-3,20364	-3,22671	0,72
0,5	-3,96023	-3,98806	0,7
0,6	-4,69267	-4,71285	0,43
0,7	-5,40480	-5,40018	0,06
0,8	-6,11117	-6,08405	0,44
0,9	-6,86540	-6,82897	0,53

Результаты расчетов нормированного критического волнового числа  $k_{y1}c$  первой волны каждого типа, в соответствии с табл. 1, в зависимости от диэлектрического заполнения желобкового волновода с размерами  $g/c=0,5$ ,  $a/c=0,5$ ,  $l/c=5$  приведены в табл. 3. При заполнении диэлектриком желоба волновода наблюдается значительное уменьшение критического волнового числа волны  $H_{eo}^1$ , так как электрическое

Поле этой волны сосредоточено в основном в области желоба и сильно возмущается диэлектриком. На критические частоты остальных типов волн  $H^1$  такое введение диэлектрика оказывает незначительное влияние. Введение же диэлектрика в боковую область волновода сильно уменьшает значения критических волновых чисел всех типов волн  $H^1$ . Для квази- $E$ -волн помещение диэлектрика в области желоба слабо влияет только на критическое волновое число волны  $E_{eo}^1$ , на критические частоты остальных типов волн  $E^1$  расположение диэлектрика как в области желоба, так и в боковой области оказывает сильное влияние.

Таблица 3

Тип волны	$k_{vc}$				
	$\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1,0$	$\epsilon_1 = 3,78, \epsilon_2 = 1,0$	$\epsilon_1 = 9,35, \epsilon_2 = 1,0$	$\epsilon_1 = 1,0, \epsilon_2 = 3,78$	$\epsilon_1 = 1,0, \epsilon_2 = 9,35$
$H_{oe}$	0,3187	0,2603	0,1999	0,1751	0,1136
$H_{ee}$	0,5984	0,5822	0,5364	0,3098	0,1983
$H_{eo}$	1,2995	0,8811	0,6298	0,8236	0,5284
$H_{oo}$	1,6032	1,5815	1,2504	0,8268	0,5289
$E_{oe}$	2,9235	1,6075	1,0361	1,6480	1,0542
$E_{ee}$	3,2035	2,5483	1,6889	1,6503	1,0551
$E_{eo}$	1,6914	1,6500	1,2858	0,8718	0,5375
$E_{oo}$	1,5464	0,9893	0,6539	0,8517	0,5474

Сравнение результатов расчетов критических волновых чисел  $H$ -волн для такого желобкового волновода с воздушным заполнением ( $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1,0$ ) с результатами, полученными методом конечных элементов в работе [3], показало хорошее совпадение (расхождение менее 0,3%).

Из всех типов волн желобкового волновода наибольший практический интерес представляет волна  $H_{eo}^1$ , электромагнитное поле которой канализируется в области желоба, поэтому боковые стенки волновода, начиная с определенного расстояния  $l/c$ , не оказывают влияния на поле этой волны. Поле остальных типов  $H$ -волн достигает боковых стенок, т. е. излучается при удалении этих стенок на бесконечность. В табл. 4 приведены значения нормированного критического волнового числа  $k_{vc}^{eo}$  этой волны в зависимости от расположения боковых стенок волновода для различных случаев диэлектрического заполнения ( $a/c = 0,8, g/a = 1,0$ ).

Таблица 4

$\epsilon$	$l/c$				
	2,0	4,0	8,0	10,0	20,0
$\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1,0$	1,0083	1,0179	1,0180	1,0180	1,0180
$\epsilon_1 = 3,78, \epsilon_2 = 1,0$	0,6068	0,6098	0,6098	0,6098	0,6098
$\epsilon_1 = 9,25, \epsilon_2 = 1,0$	0,4146	0,4156	0,4156	0,4156	0,4156
$\epsilon_1 = 1,0, \epsilon_2 = 3,78$	0,8543	0,8296	0,8141	0,8119	0,8119
$\epsilon_1 = 1,0, \epsilon_2 = 9,25$	0,6464	0,5396	0,5213	0,5195	0,5172

Анализ результатов расчетов показывает, что для данных размеров желоба волновода уже при  $l/c = 8,0$  боковые стенки волновода практически не оказывают влияния на поле этой волны. Поэтому можно перейти к рассмотрению открытой желобковой структуры (рис. 1г),

для которой волна  $H_{e0}^1$  будет распространяющейся волной, энергии ее не будет теряться на излучение из открытых боковых сторон волновода.

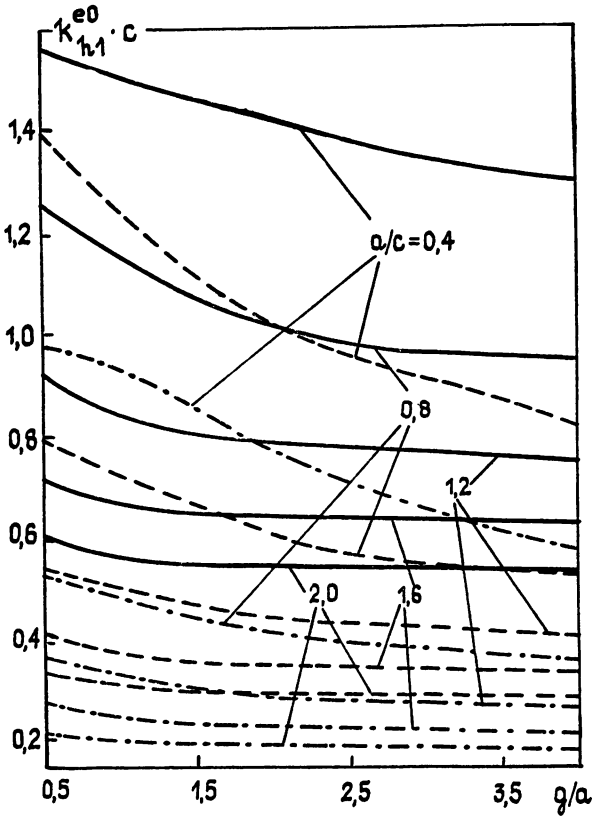


Рис. 3. Зависимость нормированного критического волнового числа волны  $H_{e0}^1$  от изменения размеров желоба волновода,  $l=10$  с (—  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1,0$ ; - - -  $\epsilon_1 = 3,78$ ;  $\epsilon_2 = 1,0$ ; - · - ·  $\epsilon_1 = 9,25$ ,  $\epsilon_2 = 1,0$ ).

На рис. 3 приведена зависимость нормированного критического волнового числа  $k_{h1}^{e0} c$  волны  $H_{e0}^1$  от глубины ( $a/c$ ) и ширины ( $g/a$ ) желоба волновода. С увеличением как ширины, так и глубины желоба волновода для всех рассмотренных случаев заполнения диэлектриком величина  $k_{h1}^{e0} c$  уменьшается. Как видно, в большей степени на величину  $k_{h1}^{e0} c$  влияет изменение глубины желоба, чем его ширины, при  $l/c = \text{const}$ . При заполнении желоба волновода диэлектриком, начиная с  $a/c = 1,2$ , изменение ширины желоба слабо влияет на величину  $k_{h1}^{e0} c$ . С увеличением глубины желоба влияние ширины желоба уменьшается. Таким образом, введение диэлектрика в область желоба позволяет еще более сосредоточить поле волны  $H_{e0}^1$  в области желоба, что позволяет уменьшить габаритные размеры волновода, в частности размеры его боковых областей.

Анализ  $E$ -волн показывает, что такими же свойствами при определенных размерах желоба волновода может обладать волна  $E_{oe}^1$ , так как ее поле в основном сосредоточено внутри желоба, поэтому для расширения рабочей полосы одномодового режима работы необходимо подавить распространение этой волны по волноводу. Это достигается введением тонкой продольной металлической диафрагмы в центр желоба волновода. Такая диафрагма не оказывает влияния на поле распространяющейся волны  $H_{e0}^1$  и полностью погашает волну  $E_{oe}^1$ . Заполнение диэлектриком желоба волновода оказывает более сильное влияние на

электромагнитное поле квази- $E$ -волн, чем квази- $H$ -волн (рис. 5 д—з). Так, поле первых волн трех типов  $E_{oe}^1$ ,  $E_{ee}^1$ ,  $E_{oo}^1$  оказывается сильно втянутым в область желоба, что создает условие для их распространения в открытой структуре.

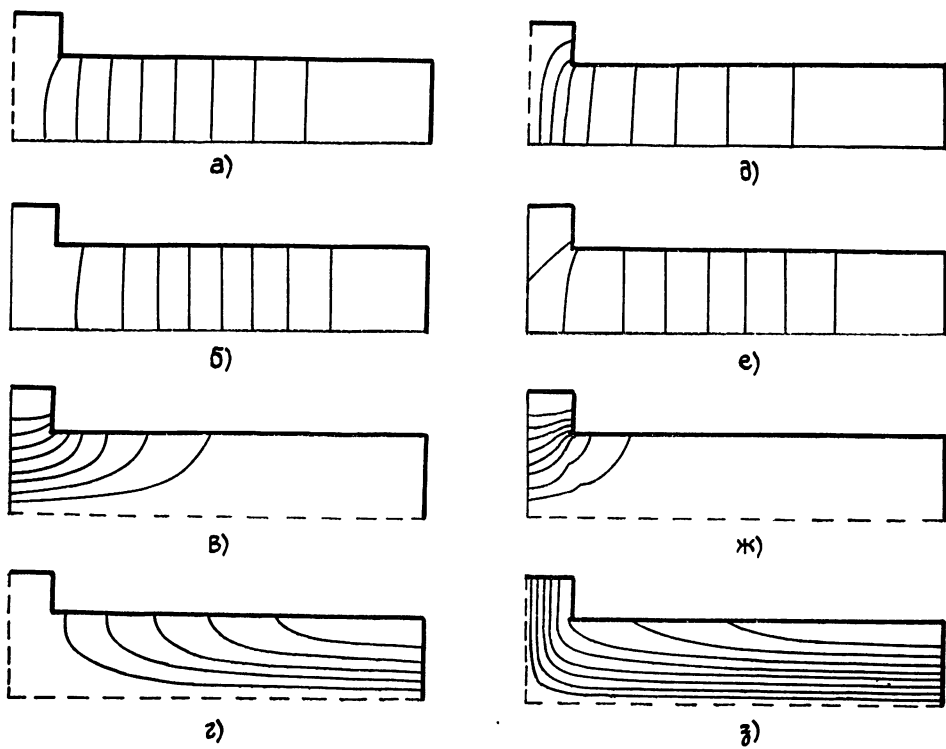


Рис. 4. Структура электрического поля квази- $H$ -волн в желобковом волноводе: а) — г) —  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1,0$ ; д) — з) —  $\epsilon_1 = 3,78$ ,  $\epsilon_2 = 1,0$ .

- а)  $H_{oe}^1$   $k_{h1}^{oe} c = 0,31870$ ; б)  $H_{ee}^1$   $k_{h1}^{ee} c = 0,59845$ ;  
 в)  $H_{eo}^1$   $k_{h1}^{eo} c = 1,29946$ ; г)  $H_{oo}^1$   $k_{h1}^{oo} c = 1,60323$ ;  
 д)  $H_{oe}^1$   $k_{h1}^{oe} c = 0,26028$ ; е)  $H_{ee}^1$   $k_{h1}^{ee} c = 0,58220$ ;  
 ж)  $H_{eo}^1$   $k_{h1}^{eo} c = 0,88105$ ; з)  $H_{oo}^1$   $k_{h1}^{oo} c = 1,58148$ .

При расчете и моделировании на ЭВМ электромагнитных полей в желобковом волноводе учитывалось, что при однородном диэлектрическом заполнении волновода уравнение  $H_z(x, y) = \text{const}$  позволяет построить в поперечном сечении волновода структуру силовых линий электрического поля (рис. 4 а—г), а  $E_z(x, y) = \text{const}$  — магнитного поля (рис. 5 а—г). При кусочно-однородном диэлектрическом заполнении в поперечном сечении волновода таким же образом моделировалась структура линий индукции электрического (рис. 4 д—з) и магнитного (рис. 5 д—з) полей. На рис. 4, 5 сплошная линия на оси симметрии волновода ( $g/c = 0,5$ ,  $a/c = 0,5$ ,  $l/c = 5,0$ ) соответствует электрической стенке —  $n_i = 0$ , а штриховая — магнитной стенке —  $n_i = 1$ . Представленное моделирование полей в желобковом волноводе наглядно подтверждает все выводы, сделанные по результатам расчетов о влиянии диэлектрического заполнения на электромагнитные поля различных типов квази- $H$ - и квази- $E$ -волн. Кроме того, оно позволяет судить о специфике электромагнитных волн незаполненного желобкового волновода.

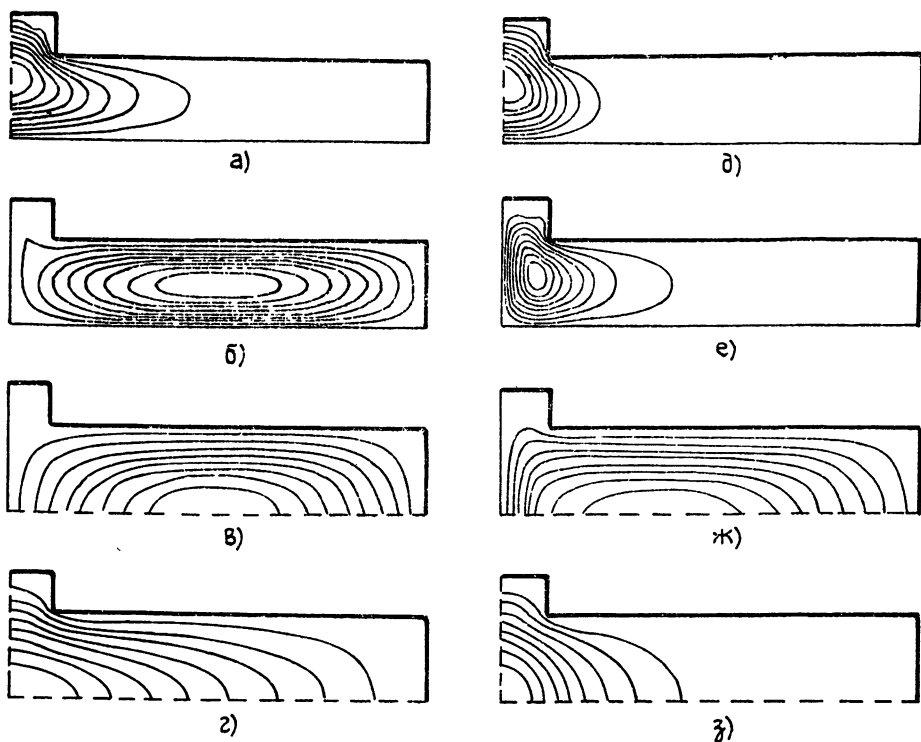


Рис. 5. Структура магнитного поля квази- $E$ -волн в желобковом волноводе:

а) — г) —  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1,0$ ; д) — з) —  $\varepsilon_1 = 3,78$ ,  $\varepsilon_2 = 1,0$ .

а)  $E_{oe}^1$   $k_{e1}^{oe}$   $c = 2,92351$ ; б)  $E_{ce}^1$   $k_{e1}^{ce}$   $c = 3,20354$ ;

в)  $E_{co}^1$   $k_{e1}^{co}$   $c = 1,69143$ ; г)  $E_{oo}^1$   $k_{e1}^{oo}$   $c = 1,54638$ ;

д)  $E_{oe}^1$   $k_{e1}^{oe}$   $c = 1,60748$ ; е)  $E_{ce}^1$   $k_{e1}^{ce}$   $c = 2,54827$ ;

ж)  $E_{eo}^1$   $k_{e1}^{eo}$   $c = 1,64995$ ; з)  $E_{oo}^1$   $k_{e1}^{oo}$   $c = 0,98926$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Harris D. J., Lee K. W., Reeves J. M. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1978. V. MTT-26. № 12. P. 998
2. Harris D. J., Lee K. W. // Electron Lett. 1978. V. 14. № 4. P. 101.
3. Силин Р. А., Чепурных И. П. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1983 Вып I (349). С. 65.
4. Nakahara J., Kurauchi N. // Sumitomo Elect. Tech. Rev. 1965. V. 5. P. 65.
5. Заргано Г. Ф., Лерер А. М., Ляпин В. П., Синявский Г. П. Линии передачи сложных сечений — Ростов-на-Дону: Гос. ун-т, 1983.—320 с
6. Лерер А. М., Ляпин В. П., Синявский Г. П. // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28 № 3. С. 427

Ростовский государственный университет

Поступила в редакцию  
2 декабря 1986 г.

#### CALCULATION OF CUTOFF AND ELECTROMAGNETIC FIELDS IN GROOVE GUIDE

G. F. Zargano, G. P. Sinyavskij, V. P. Tkachenko

The algorithm of cutoff frequencies computation and computer-aided modeling of electromagnetic fields for quasi- $H$  and quasi- $E$  modes in groove guide with partly homogeneous dielectric filling based on the method of partial regions taking into account peculiarities at the edge is presented. The influence of partly homogeneous dielectric filling, groove dimensions and position of side walls on different modes cutoff values is analyzed. The pictures of electromagnetic field in groove guide produced by the computer are shown.