

УДК 621.396.671.8

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АДАПТИВНОГО КОРРЕЛЯЦИОННОГО АВТОКОМПЕНСАТОРА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПОМЕХАХ

Л. Г. Содин, А. С. Мазманшвили

Изучены динамические характеристики автокомпенсатора с корреляционными обратными связями в квадратурных подканалах. Рассмотрено влияние декорреляции из-за амплитудно-фазовых флуктуаций при компенсации помехи типа нормального марковского процесса С помощью техники усреднения по всем реализациям рассматриваемого нормального процесса получены соотношения, определяющие эффективность компенсации в зависимости от соотношения постоянных времени автокомпенсатора и флуктуаций помехи.

В настоящей работе анализируется адаптивная компенсация нестационарных помех. Строго говоря, любые реальные помехи имеют переменные характеристики (фазы, амплитуды), причем причиной переменности могут быть как модуляция информационным сообщением, так и флуктуации свойств среды распространения (тропосферы, ионосферы). Если в первом случае напряжения в каналах автокомпенсатора изменяются «дружно» без нарушения когерентности, то во втором когерентность напряжений в каналах имеет место лишь на коротких интервалах времени, меньших τ_c — интервала автокорреляции помехи. Это обстоятельство требует серьезного внимания к скорости адаптации, и при неправильном выборе τ — постоянной времени автокомпенсатора — может привести к значительному снижению отношения сигнала к помехам.

Случай «дружных» флуктуаций детально исследован в работах [2, 3], из которых следует, что, хотя «дружная» переменность и вносит определенные ограничения на систему адаптации, в целом она не опасна. В то же время достаточно подробных исследований автокомпенсатора при «некогерентных» флуктуациях практически нет. Так, в работе [4] некогерентность моделируется шумом основного канала, добавленным к дружно флуктуирующей помехе; это затрудняет использование результатов. Укажем также, что исследования дискретных аналогов схем с корреляционными обратными связями (градиентный итеративный алгоритм адаптации) обычно проводятся (например, [5]) в приближении статистической независимости отсчетов, что не позволяет решить вопрос о выборе интервала между отсчетами.

В настоящей работе рассмотрена простейшая модель — двухканальный квадратурный автокомпенсатор. На его примере получены строгие и в то же время наглядные соотношения, в принципе применимые и для более сложных систем. При этом «дружные» флуктуации должны учитываться в соответствии с упомянутыми выше исследованиями.

Рассматривается двухканальный автокомпенсатор, схема его такая же, как и в [1]. Предполагается, что и весовые, и корреляционные множители линейны во всем интервале изменения амплитуд входных напряжений. Некоторые эффекты, возникающие при нарушении линейности, рассмотрены в [6].

Исходные соотношения. Входной сигнал основного канала $U = u_1 \cos \omega t + u_2 \sin \omega t$, компенсационного — $U_K = u_3 \cos \omega t + u_4 \sin \omega t$, где $u_1 \div u_4$ — медленные сравнительно с ωt функции времени, описывающие переменность помехи. При таком описании учитываются и фазовые, и амплитудные различия напряжений помехи в основном и компенсационном каналах. Сигнал компенсационного канала расщепляется на синфазную $U_c = U_K$ и квадратурную $U_s = u_3 \sin \omega t - u_4 \cos \omega t$ компоненты, они умножаются на адаптируемые веса W_c и W_s и используются для формирования выходного напряжения $E = U - U_c W_c - U_s W_s$.

Введенные «медленные» амплитуды считаем реализациями нормального процесса $v(t)$, $\langle v(t) \rangle = 0$, $\langle v(t)v(t+s) \rangle = \sigma^2 R(s)$.

При использовании в качестве фильтрующих элементов однозвенных RC -фильтров с постоянными времени τ для W_c и W_s получаются уравнения первого порядка

$$\tau \dot{W}_{c,s} + W_{c,s} = g U_{c,s} E = g U_{c,s} U - g U_{c,s}^2 W_{c,s} - g U_c U_s W_{s,c}.$$

Поскольку колебания с удвоенной частотой, образующиеся в коррелометрах-перемножителях, можно считать полностью отфильтрованными, уравнения для весов оказываются независимыми:

$$\tau \dot{W}_{c,s} + (1 + g\alpha) W_{c,s} = g \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

где $\alpha = (u_1^2 + u_2^2)/2$, $\xi = (u_1 u_3 + u_2 u_4)/2$, $\eta = (u_2 u_3 - u_1 u_4)/2$. Статистические характеристики коэффициентов системы (1) равны

$$\langle \alpha \rangle = \sigma^2, \quad \langle \xi \rangle = \langle \eta \rangle = 0, \quad \langle \alpha(t) \alpha(t+s) \rangle = \sigma^4 [1 + R^2(s)]; \quad (2)$$

$$\langle \xi(t) \xi(t+s) \rangle = \langle \eta(t) \eta(t+s) \rangle = (1/4) \sigma^4 R^2(s). \quad (3)$$

Введем еще функцию $\beta(t) = \alpha(t) - \langle \alpha(t) \rangle$, $\langle \beta(t) \rangle = 0$, $\langle \beta(t) \beta(t+s) \rangle = \sigma^4 R^2(s)$. Определим эквивалентные постоянную времени и коэффициент усиления

$$\tau_0 = \tau / (1 + g\langle \alpha \rangle), \quad g_0 = g / (1 + g\langle \alpha \rangle).$$

Тогда уравнения для весов приведутся к

$$\tau_0 \dot{W}_{c,s} + (1 + g_0 \beta) W_{c,s} = g_0 \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

а их установившиеся решения

$$W_{c,s} = \frac{g}{\tau} \int_0^\infty \exp \left[-\frac{s}{\tau} - \frac{g}{\tau} \int_{t-s}^s \beta(u) du \right] \begin{Bmatrix} \xi(t-s) \\ \eta(t-s) \end{Bmatrix} ds. \quad (5)$$

Для выходной мощности помехи $P = \langle (U - U_c W_c - U_s W_s)^2 \rangle$ с учетом (5) и идентичности статистик ξ и η нетрудно записать

$$P/\sigma^2 = 1 - 2 \langle \xi W_c \rangle / \sigma^2 - 2 \langle W_c^2 \rangle / g\sigma^2, \quad (6)$$

а из (5) для $\langle \xi W_c \rangle$ и $\langle W_c^2 \rangle$ имеем

$$\begin{aligned} \langle \xi W_c \rangle &= \frac{g}{\tau} \int_0^\infty \left\langle \xi(t) \xi(t-s) \exp \left[-\frac{s}{\tau_0} - \frac{g}{\tau} \int_{t-s}^s \beta(u) du \right] \right\rangle ds, \\ \langle W_c^2 \rangle &= \frac{g^2}{\tau^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\langle \xi(t-s) \xi(t-r) \exp \left[-\frac{s+r}{\tau_0} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{g}{\tau} \left[\int_{t-s}^s \beta(u) du + \int_{t-r}^r \beta(u) du \right] \right] \right\rangle ds dr. \end{aligned}$$

Далее расчеты проведем, не пренебрегая статистической связью ξ и W_c . Представив $\xi(t)$ и $\eta(t)$ через нормальный процесс $v(t)$, после усреднения получим

$$2 \frac{\langle \xi W_c \rangle}{\sigma^2} = \frac{g}{\tau} \int_0^{\infty} A(s) B(s) R(s) e^{-s/\tau_c} ds; \quad (7)$$

$$2 \frac{\langle W_c^2 \rangle}{g\sigma^2} = \frac{2g}{\tau^2} \int_0^{\infty} ds \int_0^s C(s, r) D(s, r) R(s-r) e^{-(s+r)/\tau_c} dr. \quad (8)$$

В (7), (8) R — автокорреляционная функция $v(t)$, остальные величины определены так:

$$A(s) = \left\langle \exp \left[-\frac{g}{2\tau} \int_0^s v^2(t) dt \right] \right\rangle,$$

$$B(s) = \left\langle v(0) v(s) \exp \left[-\frac{g}{2\tau} \int_0^s v^2(t) dt \right] \right\rangle,$$

$$C(s, r) = \left\langle \exp \left[-\frac{g}{2\tau} \int_0^s v^2(t) dt + \frac{g}{2\tau} \int_{s-r}^s v^2(t) dt \right] \right\rangle,$$

$$D(s, r) = \left\langle v(0) v(s-r) \exp \left[-\frac{g}{2\tau} \int_0^s v^2(t) dt - \frac{g}{2\tau} \int_{s-r}^s v^2(t) dt \right] \right\rangle.$$

Вычисление этих величин в замкнутом виде удастся провести для случайных процессов со спектром вида $P^{-1}(i\omega) \dot{P}^{-1}(-i\omega)$, где $P(i\omega)$ — полином. В частности, это можно сделать для марковского процесса* $v(t)$, когда $R(s) = \exp(-|s|/\tau_c)$. Расчеты вынесены в Приложение. Результаты таковы (см. (П.5), (П.6)):

$$A(s) = e^{-s/\tau_c} \left[\operatorname{ch} \left(\frac{ms}{\tau_c} \right) + (m + m^{-1}) \operatorname{sh} \left(\frac{ms}{\tau_c} \right) \right]^{-1/2}; \quad (9)$$

$$B(s) = \sigma^2 A^3(s) \exp(-s/\tau_c); \quad (10)$$

$$C(s, r) = \sqrt{2} e^{-s/\tau_c} [P(m, s) Q(n, r) + P(n, r) Q(m, s)]^{-1/2}; \quad (11)$$

$$D(s, r) = \sigma^2 P(n, r) C^3(s, r) \exp(-s/\tau_c). \quad (12)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$m = (1 + 2g\sigma^2\tau_c/\tau)^{1/2}, \quad n = (1 + 4g\sigma^2\tau_c/\tau)^{1/2},$$

$$P(m, s) = \operatorname{ch} ms + m^{-1} \operatorname{sh} ms, \quad Q(m, s) = \operatorname{ch} ms + m \operatorname{sh} ms.$$

В безынерционном пределе $\tau \rightarrow 0$ из (7) — (12) получаем

$$2 \frac{\langle \xi W_c \rangle}{\sigma^2} = 1 - \gamma e^\gamma E_1(\gamma), \quad 2 \frac{\langle W_c^2 \rangle}{g\sigma^2} = \gamma [(1 + \gamma) e^\gamma E_1(\gamma) - 1],$$

$$\gamma = (g\sigma^2)^{-1}, \quad E_1(\gamma) = \int_1^{\infty} dt \exp(-t)/t$$

* Такой расчет возможен и для некоторых других гауссовых процессов, если известны собственные функции интегрального оператора первого рода с ядром, равным корреляционной функции процесса, например для процесса с «прямоугольным» спектром, когда собственные функции — сферондальные.

— интегральная показательная функция [7]. Из этих выражений и (6) следует зависимость выходной мощности от глубины корреляционной обратной связи. В общем случае ($\tau \neq 0$) $\langle \xi W_c \rangle$ можно выразить через интегральную показательную функцию:

$$2 \frac{\langle \xi W_c \rangle}{\sigma^2} = 1 - \nu H^2 q \left(1 + \sum_{j=1}^k \frac{H^{2j}}{1 + jq} \right) + \nu H^{2k} e^{\nu_k} E_1(\nu_k), \quad (13)$$

где

$$H = \frac{m-1}{m+1}, \quad q = \frac{2m\tau}{\tau_c}, \quad \nu = \frac{2\tau_c}{(m-1)^2\tau}, \quad \nu_k = \nu + \frac{4mk}{(m-1)^2}.$$

Формула (13) тем точнее, чем больше k . При $k=3$ достигается точность 10^{-3} при любых сочетаниях τ , τ_c , g . Для $\langle W_c^2 \rangle$ получить столь простую формулу не удается.

При вычислениях на ЭВМ удобно следующее представление:

$$2 \frac{\langle W_c^2 \rangle}{g\sigma^2} = \frac{4n (\tau_c/\tau)^2}{\gamma(m+1)(n+1)} \int_0^1 \int_0^1 \frac{x^a y^b (1+Hy) dx dy}{(c+dy+ex+fx y)^2}, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} a &= \tau_c/2n\tau, & b &= \tau_c/m\tau - (m+1)/2, \\ c &= 1 + (\tau_c/\gamma\tau) [2/(m+1) - 1/(n+1)], \\ d &= H + (\tau_c/\gamma\tau) [H/(m+1) - 2/(n+1)], \\ e &= H_1 [1 + 2\tau_c/\gamma\tau(m+1)], & H_1 &= (n-1)/(n+1), \\ f &= H_1 (\tau_c/\gamma\tau) [1 - 2/(m+1)] - H [\tau_c/\gamma\tau(n+1)]. \end{aligned}$$

На рис. 1 показаны динамические характеристики, рассчитанные по приведенным формулам.

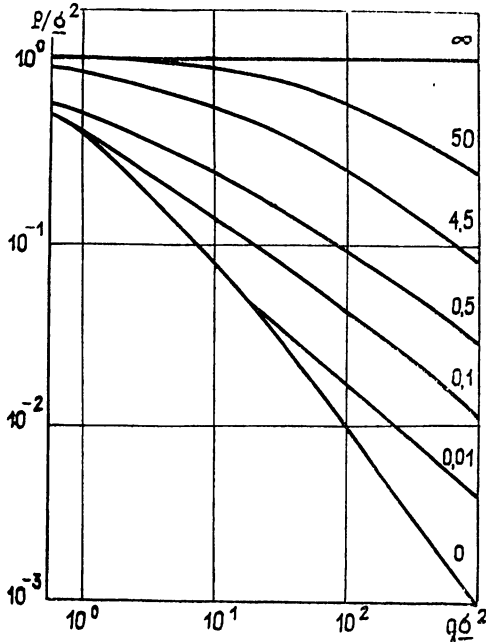


Рис. 1. Динамические характеристики автокомпенсатора — зависимости выходной мощности P/σ^2 от глубины корреляционной обратной связи. Параметр, указанный около каждой кривой, — отношение τ/τ_c .

Анализ зависимостей, показанных на рис. 1, приводит к выводу,

что для обеспечения удовлетворительной работы автокомпенсатора в динамическом режиме следует выполнять условие

$$\tau/\tau_c \ll (g\sigma^2)^{-1}, \quad (15)$$

аналогичное полученному в [1] для случая чисто фазовых флуктуаций (корреляционная функция имеет разрыв производной). Физическое содержание условия (15) состоит в том, что с ростом g уменьшается статическая выходная мощность помехи, и для того, чтобы она была малой и в динамическом режиме, следует с ростом g уменьшать τ .

Основным выводом, следующим из проведенного анализа компенсации нестационарной и некогерентной помехи, можно считать усиление ограничений на постоянную времени.

Вместо интуитивного условия $\tau_0 < \tau_c$, часто используемого на основе анализа переходных процессов, возникающих в автокомпенсаторе при включении помехи, необходимо использовать более сильные ограничения $\tau < \tau_c$ [1] или $\tau < \tau_c/g$ в зависимости от характера спектра флуктуаций. Такой вывод, основанный на анализе двухканального компенсатора, представляется справедливым и для многоэлементной адаптивной антенны с корреляционными обратными связями. Доказать это строго не представляется возможным хотя бы потому, что скорость адаптации будет существенно зависеть от числа помех, их интенсивностей и пространственного расположения. Однако выделение некоторых простых ситуаций, когда многоэлементная адаптивная решетка описывается теми же соотношениями, что и двухэлементная, подтверждает предположение. Например, представим себе многолучевую адаптивную антенну-решетку с межлучевой компенсацией помех. Пусть помехи имеют такие углы прихода, что каждая помеха принимается одним и только одним лучом. Очевидно, в этом случае все помехи компенсируются независимо и уравнения для адаптируемых весов распадутся на независимые вида (1). Следовательно, анализ такой ситуации в точности повторит проведенный выше.

ПРИЛОЖЕНИЕ

При вычислении интересующих нас средних будем следовать методике работы [8] и результатам, приведенным в [9]. Безусловные средние $A(s)$, $B(s)$, $C(s, r)$, $D(s, r)$ удобно определять с помощью функции

$$\Psi(\lambda; v_2, t_2; v_1, t_1) = \langle \exp[-\lambda \int_{t_1}^{t_2} v^2(t) dt] \rangle. \quad (\text{П.1})$$

Эта функция является условным математическим ожиданием по всем реализациям процесса $v(t)$ на интервале (t_1, t_2) , если $v(t_1) = v_1$ и $v(t_2) = v_2$. Для случая нормального марковского процесса $v(t)$ с

$$\langle v(t) \rangle = 0, \quad \langle v(t) v(t+s) \rangle = \sigma^2 \exp(-|s|/\tau_c) \quad (\text{П.2})$$

введенная в (П.1) функция удовлетворяет параболическому дифференциальному уравнению [9]

$$\frac{\partial}{\partial t_2} \Psi(\lambda; v_2, t_2; v_1, t_1) = \frac{1}{\tau_c} \frac{\partial}{\partial v_2} (\Psi v_2) + \frac{\sigma^2}{2\tau_c} \frac{\partial^2}{\partial v_2^2} \Psi - \lambda v_2^2 \Psi$$

с начальным условием $\Psi(\lambda; v_2, t_1; v_1, t_1) = \delta(v_2 - v_1)$.

В силу гауссовости процесса $v(t)$, а также гауссовой структуры усредняемого выражения (П.1) решение этого параболического уравнения также имеет гауссов вид относительно величин v_1 и v_2 :

$$\Psi = \left\{ \frac{\rho \tau_c q \exp[(t_2 - t_1)/\tau_c]}{\pi \sigma^2 (1 - q^2)} \right\}^{1/2} \exp \left[\frac{\rho \tau_c - 1}{2\sigma^2} (v_2^2 - v_1^2) - \frac{\rho \tau_c (\sigma_2 - v_1 q)^2}{\sigma^2 (1 - q^2)} \right], \quad (\text{П.3})$$

$$\rho = \tau_c^2 \sqrt{1 + \lambda \sigma^2 \tau_c}, \quad q = \exp[-\rho(t_2 - t_1)].$$

Искомые безусловные математические ожидания теперь можно выразить, усредняя функцию Ψ по всем реализациям на границах соответствующих временных интервалов:

$$\begin{aligned}
 A(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} dv_0 W(v_0) \int_{-\infty}^{\infty} dv_s \Psi\left(\frac{g}{2\tau}; v_s, s, v_0, 0\right), \\
 B(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} dv_0 W(v_0) \int_{-\infty}^{\infty} dv_s v_0 v_s \Psi\left(\frac{g}{2\tau}; v_s, s; v_0, 0\right), \\
 C(s, r) &= \int_{-\infty}^{\infty} dv_0 W(v_0) \int_{-\infty}^{\infty} dv' \int_{-\infty}^{\infty} dv_s \Psi\left(\frac{g}{2\tau}; v', s-r; v_0, 0\right) \times \\
 &\quad \times \Psi\left(\frac{g}{2\tau}; v_s, s; v', s-r\right), \quad (\text{П.4}) \\
 D(s, r) &= \int_{-\infty}^{\infty} dv_0 W(v_0) \int_{-\infty}^{\infty} dv' v' \int_{-\infty}^{\infty} dv_s v_s \Psi\left(\frac{g}{2\tau}; v', s-r; v_0, 0\right) \times \\
 &\quad \times \Psi\left(\frac{g}{2\tau}; v_s, s; v', s-r\right),
 \end{aligned}$$

где $W(v_0) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp(-v_0^2/2\sigma^2)$ — равновесная плотность распределения. После вычисления в (П.4) двойных гауссовых интегралов получим

$$A(s) = \left[\frac{4\rho\tau_c \exp(s/\tau_c)}{(1+\rho\tau_c)^2 \exp(\rho s) - (1-\rho\tau_c)^2 \exp(-\rho s)} \right]^{1/2}; \quad (\text{П.5})$$

$$B(s) = \frac{8\sigma^2 \rho^{3/2} \tau_c^{3/2} \exp[s(1-\rho\tau_c)/2\tau_c]}{[(1+\rho\tau_c)^2 - (1-\rho\tau_c)^2 \exp(-2\rho s)]^{3/2}}. \quad (\text{П.6})$$

Трехкратное интегрирование в (П.4) дает

$$C(s, r) = \left[\frac{8\rho_1\rho_2q_1q_2 \exp(s/\tau_c)}{\rho_1A_1B_2 + \rho_2A_2B_1} \right]^{1/2}, \quad (\text{П.7})$$

$$\rho_1 = \tau_c^{-1} \sqrt{1 + g\sigma^2\tau_c/2\tau}, \quad \rho_2 = \tau_c^{-1} \sqrt{1 + g\sigma^2\tau_c/\tau},$$

$$q_1 = \exp[-\rho_1(s-r)], \quad q_2 = \exp(-\rho_2s),$$

$$A_{1,2} = 1 + \rho_{1,2}\tau_c + (1 - \rho_{1,2}\tau_c)^2 q_{1,2},$$

$$B_{1,2} = 1 - \rho_{1,2}\tau_c + (1 + \rho_{1,2}\tau_c)^2 q_{1,2}.$$

Наконец,

$$\begin{aligned}
 D(s, r) &= 4\sigma^2\tau_c B_2 (2\rho_1^3 q_1^3 \rho_2 q_2 e^{s/\tau_c})^{1/2} \times \\
 &\quad \times \{ [(1+\rho_1\tau_c)^2 + (1-\rho_1\tau_c)^2 q_1^2] B_2 + (1-\rho_2^2\tau_c^2)(1-q_2^2) B_1 \}^{-3/2}.
 \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

После алгебраических преобразований выражений (П.5)—(П.8) придем к формулам (9)—(12) основного текста.

ЛИТЕРАТУРА

1. Содин Л. Г., Мазманишвили А. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 2. С. 199.
2. Мальцев А. А., Саичев А. И. // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23. № 12. С. 2543.
3. Дубков А. А., Мальцев А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22. № 3. С. 353.
4. Мальцев А. А., Музычук О. В., Позументов И. Е. // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23. № 7. С. 1401.
5. Абрамович Ю. И. // Радиотехника и электроника. 1979. Т. 24. № 2. С. 302.
6. Глибицкий М. М., Содин Л. Г. Тезисы докладов XVII Всесоюзной конференции (радиоастрономия). — Иркутск, 1986. С. 110.
7. Справочник по специальным функциям. Под ред. М. Абрамовица и И. Стигана. — М.: Наука, 1979. — 831 с.
8. Ласкин Н. В., Мазманишвили А. С. Препринт ХФТИ № 83-1. Харьков, 1983.
9. Мазманишвили А. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 9. С. 1144.

Харьковский политехнический
институт
Радиоастрономический институт
АН УССР

Поступила в редакцию
5 марта 1987 г.,
после переработки
20 ноября 1987 г.

DYNAMIC PERFORMANCE OF ADAPTIVE CORRELATIONAL AUTOCOMPENSATOR SUBJECT TO NONSTATIONARY INTERFERENCE

L. G. Sodin, A. S. Mazmanishvili

The dynamic performance is analysed of a autocompensator embraced with correlation type feedbacks in the quadrature subchannels. For the case of a normally distributed interference of the Markovian process the effect of decorrelation owing to amplitude and phase fluctuations in the interference is discussed. By averaging over all realizations of the normal random process, the efficiency of compensator has been analysed for different ratios of the autocompensator time constant to the scale of the fluctuation.
