ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том 32, № 3 РАДИОФИЗИКА 1989

УДК 519.21

НЕГАУССОВ ХАРАКТЕР ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

С. И. Вайнштейн

Показано, что двухчастичная функция распределения в турбулентной среде не может быть гауссовой. Это связано с перемежаемостью турбулентности.

При рассмотрении динамики пассивных полей (скалярной примеси и магнитного поля) турбулентность считается заданной. При этом статистика турбулентности может быть практически произвольной. Например, статистика поля скоростей задается и не требуется согласованности заданного поля скорости с уравнением движения, т. е. с динамическими свойствами движения. Такая модель называется кинематически возможной. В качестве примера приведем исследование динамики магнитного поля, когда эйлерово поле скорости задается в виде гауссова процесса [1, 2]. Хотя последний явно и противоречит уравнению Навье—Стокса, такая модель является кинематически возможной.

В других моделях задаются лагранжевы статистические характеристики турбулентности [3, 4]. Причем нормальное распределение, как правило, считается вполне естественным. В данной статье мы покажем, что не всякое нормальное статистическое распределение является кинематически возможным, поскольку оно может оказаться физически нереализуемым. Таким образом, «естественное» нормальное распределение может оказаться неестественным.

С другой стороны, уже довольно давно установлено, что в турбулентной среде распределение вероятности отклоняется от нормального закона [5–7]. Это отклонение связано, как известно, с перемежаемостью. Причем свойства перемежаемости можно связать именно с кинематикой турбулентности [8, 9]. Из динамики (т. е. из уравнения Навье—Стокса) эти свойства трудно получить [10].

В настоящей статье свойства перемежаемости будут изучаться на основе обобщенных уравнений Колмогорова—Фоккера—Планка для скалярной примеси.

1. Основные свойства функции распределения. Рассмотрим двухчастичную функцию распределения $p_2({}^1x, {}^2x, t|{}^1a, {}^2a, 0)$ — вероятность того, что две жидкие частицы находятся в точках ${}^1x$, ${}^2x$ в момент времени t при условии, что при $t=0$ они находились в точках ${}^1a, {}^2a$. Отметим, прежде всего, условия нормировки:

$$\int p_2\, d\,{}^2x = p_1({}^1x, t\,|\,{}^1a, 0)\,, \qquad \int p_1\, d^1x = 1\,, \tag{1}$$

p_1 — одночастичная функция распределения (тоже условная вероятность).

При сближении начальных точек ${}^2a - {}^1a \to 0$ конечные тоже должны сливаться. Если ${}^1a = {}^2a$, то мы фактически имеем дело с одной жидкой частицей. Следовательно,

$$p_2 \to p_1({}^1x, t\,|\,{}^1a, 0)\,\delta({}^2x - {}^1x) \tag{2}$$

при ${}^2a - {}^1a \to 0$. В начальный момент точки ${}^1x, {}^2x$ совпадают с ${}^1a, {}^2a$:

$$p_2 = \delta({}^1x - {}^1a)\,\delta({}^2x - {}^2a) \tag{3}$$

при $t=0$. Ниже будем рассматривать стационарную и однородную турбулентность, средняя скорость отсутствует. При этом можно воспользоваться трансляционной инвариантностью, для того чтобы избавиться от зависимости от одной из координат:

$$p_2 = f^{(1)}({}^1\xi, {}^2\xi, \Delta a, t) = f^{(2)}({}^1\xi, {}^2\xi, \Delta x, t), \tag{4}$$

$${}^1\xi = {}^1x - {}^1a, \quad {}^2\xi = {}^2x - {}^2a,$$

$$\Delta a = {}^2a - {}^1a, \quad \Delta x = {}^2x - {}^1x.$$

Здесь введены смещения частиц ${}^1\xi, {}^2\xi$. Итак, p_2 зависит от положения четырех точек, а $f^{(1)}, f^{(2)}$ — функции трех точек.

Рассмотрим теперь другую условную вероятность $\tilde{p}_2({}^1a, {}^2a, 0 | {}^1x^2, x, t)$, обратную рассмотренной выше. Согласно [11] для несжимаемой жидкости, рассмотрением которой ограничимся,

$$p_2 = \tilde{p}_2. \tag{5}$$

Свойство (5) накладывает суровые ограничения на функцию распределения. В частности, появляются новые условия нормировки в дополнение к (1):

$$\int p_2\, d\,{}^2a = p_1({}^1x, t\,|\,{}^1a, 0) = \tilde{p}_1({}^1a, 0\,|\,{}^1x, t), \quad \int p_1\, d\,{}^1a = 1. \tag{6}$$

А при сближении точек ${}^1x \to {}^2x$ получаем свойство, аналогичное (2):

$$p_2 = p_1({}^1x, t\,|\,{}^1a, 0)\,\delta({}^1a - {}^2a) \tag{7}$$

при ${}^2x - {}^1x \to 0$. Свойство (7) означает, что если жидкие частицы совпадают в момент времени t (т. е., фактически, имеется всего одна частица), то они совпадают и при $t=0$ (т. е. и раньше была всего одна частица).

2. Построение нормального распределения. Введем следующие корреляционные тензоры:

$$B_{ij}^{(1)} = \overline{{}^1\xi_i({}^1a)\,{}^2\xi_j({}^2a)} = \overline{(X_i({}^1a) - {}^1a_i)(X_j({}^2a) - {}^2a_j)} = B_{ij}^{(1)}(\Delta a); \tag{8}$$

$$B_{ij}^{(2)} = \overline{{}^1\xi_i({}^1x)\,{}^2\xi_j({}^2x)} = \overline{({}^1x_i - A_i({}^1x))({}^2x_j - A_j({}^2x))} = B_{ij}^{(2)}(\Delta x). \tag{9}$$

В дальнейшем будем считать, что турбулентность изотропна. Тогда можно записать

$$B_{ij}^{(1)} = A^{(1)}(\Delta a)\,\delta_{ij} + B^{(1)}(\Delta a)\,\Delta a_i\,\Delta a_j + C^{(1)}(\Delta a)\,\varepsilon_{ijf}\,\Delta a_f; \tag{10}$$

$$B_{ij}^{(2)} = A^{(2)}(\Delta x)\,\delta_{ij} + B^{(2)}(\Delta x)\,\Delta x_i\,\Delta x_j + C^{(2)}(\Delta x)\,\varepsilon_{ijf}\,\Delta x_f. \tag{11}$$

Все коэффициенты зависят только от времени. Теперь можно приступить к построению нормальных функций распределения. Наиболее просто сконструировать одночастичную функцию $p_1 = f(\xi)$:

$$p_1 = (2\pi A^{(1)}(0))^{-3/2} \exp(-(1/2)\,\xi^2 / A^{(1)}(0)). \tag{12}$$

Распределение (12) физически реализуемо. Более того, асимптотически при $t \gg \tau$, τ — время корреляции, именно такое распределение и должно реализоваться. Действительно, при $t \gg \tau$ величина ξ представляет собой сумму независимых смещений, и согласно закону больших чисел функция распределения при этом гауссова. Заметим только, что при $t \gg \tau$

средний квадрат смещения $\overline{\xi^2}$ растет линейно со временем, т. е. $\overline{\xi^2} = 3A^{(1)}(0) = 6Dt$.

Обратимся к двухчастичной функции распределения. Рассмотрим прежде всего $f^{(1)}({}^1\xi, {}^2\xi, \Delta a, t)$. Из $f^{(1)}$ должно следовать p_1 в виде (12) при $\Delta a \to 0$ (согласно (2)), а также при интегрировании $f^{(1)}$ по ${}^2\xi$. Кроме того, при удалении начальных точек друг от друга, $\Delta a \to \infty$, распределение вероятностей для одной из точек не зависит от другой:

$$p_2 = p_1({}^1\xi)\, p_1({}^2\xi) \tag{13}$$

при $\Delta a \to \infty$. Единственная функция $f^{(1)}$ в виде нормального распределения, удовлетворяющая этим требованиям, имеет вид

$$f^{(1)} = C^{(1)} \exp\left(-(1/2)\, {}^{\alpha\beta}g_{ij}^{(1)}\, {}^{\alpha}\xi_i\, {}^{\beta}\xi_j\right); \tag{14}$$

$${}^{\alpha\beta}g_{ij}^{(1)} = G_{ij}^{(1)}({}^{\alpha}a - {}^{\beta}a), \tag{15}$$

$$C^{(1)} = (2\pi)^{-3} (G^{(1)})^{1/2}, \qquad G^{(1)} = \det\| {}^{\alpha\beta}g_{ij}^{(1)} \|, \qquad \alpha, \beta = 1, 2.$$

Матрица ${}^{\alpha\beta}g_{ij}^{(1)}$ является обратной по отношению к ${}^{\alpha\beta}b_{ij}^{(1)}$:

$${}^{\alpha\beta}b_{ij}^{(1)} = B_{ij}^{(1)}({}^{\alpha}a - {}^{\beta}a) \tag{16}$$

(см. [12]). Ниже нам потребуются следующие свойства матрицы ${}^{\alpha\beta}b_{ij}^{(1)}$:

$${}^{\alpha\beta}b_{ij}^{(1)} = e_{\alpha\beta} A^{(1)}(0)\, \delta_{ij} \quad \text{при } \Delta a \to 0; \tag{17}$$

$${}^{\alpha\beta}b_{ij}^{(1)} = \delta_{\alpha\beta}\, \delta_{ij} A^{(1)}(0) \quad \text{при } \Delta a \to \infty, \tag{18}$$

$$e_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выяснить, удовлетворяет ли (14) всем вышеизложенным требованиям, проще всего в фурье-представлении. Фурье-образ (14) запишется в виде

$$\tilde{f}^{(1)} = \exp\left(-(1/2)\, {}^{\alpha}k_i\, {}^{\beta}k_j\, {}^{\alpha\beta}b_{ij}\right). \tag{19}$$

Пользуясь (17), получим при $\Delta a \to 0$

$$\tilde{f}^{(1)} = \exp\left[-(1/2)({}^1k + {}^2k)^2 A^{(1)}(0)\right].$$

Производя замену переменных $k = {}^1k + {}^2k$, $\varkappa = {}^2k$ и учитывая, что ${}^2\xi - {}^1\xi = \Delta x$ (при $\Delta a \to 0$), получаем соотношение (2), где p_1 имеет вид (12). Второй способ получения p_1 из $f^{(1)}$ — это интегрирование $f^{(1)}$ по ${}^1\xi$. Эта процедура эквивалентна тому, чтобы положить ${}^2k = 0$ в (19), в результате чего опять получаем фурье-образ функции p_1 в виде (12). Наконец, при $\Delta a \to \infty$ пользуемся выражением (18), тогда

$$\tilde{f}^{(1)} = \exp\left\{-(1/2)\left[({}^1k)^2 + ({}^2k)^2\right] A^{(1)}(0)\right\}$$

— фурье-образ (13).

Казалось бы, что $f^{(1)}$ в виде (14) действительно может быть физически реализуемым. Это, однако, не так. До сих пор мы проверяли $f^{(1)}$ как функцию распределения p_2. Но согласно (5) эта функция должна еще удовлетворять требованиям, налагаемым на $\tilde{p}_2$. Приступим к проверке свойства (7). При очень малых значениях Δx масштаб распределения $f^{(1)}$ как функции от Δa должен убывать с уменьшением Δa (так, чтобы при $\Delta x \to 0$ $f^{(1)} \to \delta(\Delta a)$, см. (7)). Вместо этого величина Δx входит в выражение (14) или (19) только через ${}^2\xi$:

$${}^2\xi = {}^1\xi + \Delta x - \Delta a. \tag{20}$$

При $|\Delta x| \ll |{}^1\xi - \Delta a|$ зависимостью от Δx в (20) можно пренебречь, а значит, при таких Δx масштаб распределения $f^{(1)}$ как функции от Δa вообще не меняется. А при $\Delta x = 0$ в выражениях (14) и (19) ${}^2\xi$ следует заменить на ${}^1\xi - \Delta a$ (см. (20)). Тогда в отличие от выражения (7), которое обращается в нуль при $\Delta a \neq 0$, функция $f^{(1)}$ вовсе не обращается в нуль. В частности, при больших Δa имеем согласно (18) и (15):

$$f^{(1)} = (2\pi A^{(1)}(0))^{-3} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{({}^1\xi)^2 + ({}^1\xi - \Delta a)^2}{A^{(1)}(0)} \right].$$

Таким образом, $f^{(1)}$ в виде (14) не удовлетворяет свойству (7). Попытка построить двухчастичную функцию распределения в виде $f^{(2)} = f^{(2)}({}^1\xi, {}^2\xi, \Delta x)$ приводит к аналогичному выводу. Само построение нормального процесса $f^{(2)}$ проводится точно так же, как $f^{(1)}$, только во всех формулах (14)—(19) индекс (1) следует заменить на (2) и зависимость от Δa заменить на Δx. В частности, в формуле (16) вместо ${}^\alpha a - {}^\beta a$ следует подставить ${}^\alpha x - {}^\beta x$. Тогда, как легко показать, $f^{(2)}$ удовлетворяет свойствам $\tilde{p}_2$; свойства (6), (7) проверяются так же, как (1), (2) были проверены выше для $f^{(1)}$. Кроме того, функция $f^{(2)}$ правильным образом ведет себя при $\Delta x \to \infty$ (аналогично (13)). В то же время $f^{(2)}$, построенная таким образом, не удовлетворяет свойству (2) —доказывается точно так же, как противоречие $f^{(1)}$ с равенством (7). Мы приходим к следующему выводу: нормальное двухчастичное распределение физически нереализуемо.

3. Лагранжевы функции распределения и обобщенные уравнения Колмогорова—Фоккера—Планка (ОУКФП). Распределение (12) удовлетворяет условию

$$\frac{\partial}{\partial t} p_1 = D \Delta p_1, \quad D = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} A^{(1)}(0). \tag{21}$$

Это уравнение диффузионного типа, или типа ОУКФП, поэтому и уравнения для p_2, p_3, p_4 и т.д.—тоже ОУКФП (см. [13–15]). Конкретно, для p_2 ОУКФП имеет вид

$$\frac{\partial p_2}{\partial t} = {}^{\alpha\beta}T_{ij}\, {}^\alpha\partial_i\, {}^\beta\partial_j\, p_2 = T_{ij}({}^\alpha x - {}^\beta x)\, {}^\alpha\partial_i\, {}^\beta\partial_j\, p_2; \tag{22}$$

$${}^\alpha\partial_i T_{ij} = {}^\beta\partial_j T_{ij} = 0, \quad \alpha, \beta = 1, 2 \tag{23}$$

(см. [16–18, 11]), матрица T_{ij} удовлетворяет свойствам корреляционного тензора, ${}^\alpha\partial_i = \partial / \partial\, {}^\alpha x_i$. Если (22) проинтегрировать по ${}^2x$ и воспользоваться (23), то получается уравнение для p_1 (21), как и должно быть (тем самым свойство (1) проверено). Следовательно, одночастичное распределение, получаемое из (22), является гауссовым. При этом двухчастичное распределение не является нормальным. Это видно хотя бы из того, что $f^{(1)}$ ни в виде (14), ни построенная аналогичным образом (см. разд. 2) не удовлетворяет уравнению (22). Кроме того, из (22) следует перемежаемость скалярной примеси (см. разд. 4), в то время как нормальное распределение, в принципе, его не дает.

Зато решение уравнения (22) с начальными условиями (3) автоматически удовлетворяет всем необходимым свойствам функции распределения, поскольку можно подобрать такой марковский процесс, что уравнение (22) будет для него уравнением КФП. В частности, условия (1) уже проверены выше, свойства (2), (7), а также (13) проверяются непосредственной подстановкой.

4. Перемежаемость. Хорошо известно, что перемежаемость турбулентности связана с негауссовым характером функций распределения.

При наличии перемежаемости S_n, семиинвариант порядка n, значительно превышает величину $M_n - S_n$, M_n — момент этого же порядка, $n>2$ ([19, 20]). Как известно, для гауссова процесса $S_n=0$ при $n>2$, и для него величина $S_n/(M_n - S_n)$ обращается в нуль. Таким образом, отклонение от гауссовости характеризует перемежаемость. В частности, при $n=4$ для некоторого векторного поля u

$$M_n = \overline{u^4} = \overline{u_i u_i u_j u_j}\,, \tag{24}$$

$$S_n = \overline{u^4} - (5/3)\,(\overline{u^2})^2, \quad \overline{u_i u_j} = (1/3)\,\overline{u^2}\delta_{ij}.$$

Отклонение от нормального распределения называют эксцессом:

$$\delta = \frac{5}{3}\,\frac{S_n}{M_n - S_n} = \frac{\overline{u^4} - (5/3)\,(\overline{u^2})^2}{(\overline{u^2})^2} = \frac{\overline{u^4}}{(\overline{u^2})^2} - \frac{5}{3}. \tag{25}$$

Для гауссова процесса $\delta=0$, при наличии сильной перемежаемости $\delta \gg 1$. При экспериментальных измерениях перемежаемости обычно пользуются одной из компонент вектора u. Тогда

$$M_n = \overline{u_1^4}\,, \quad S_n = \overline{u_1^4} - 3\,(\overline{u_1^2})^2$$

и

$$\delta_1 = 3\,\frac{S_n}{M_n - S_n} = \frac{\overline{u_1^4}}{(\overline{u_1^2})^2} - 3 \tag{26}$$

(см., например, [6]). Нам удобнее пользоваться соотношениями (24), (25), эквивалентными определению (26).

Хорошим показателем, отражающим динамику турбулентности, является скалярная примесь. В несжимаемой жидкости она удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + v_i\,\partial_i\,\theta = 0, \qquad \partial_i v_i = \operatorname{div}\boldsymbol{v} = 0. \tag{27}$$

Пусть в начальный момент скалярная примесь распределена однородным «гладким» образом. Возникает вопрос, не появляется ли перемежаемость скалярной примеси в процессе турбулентного перемешивания, т. е. не собирается ли примесь с течением времени на отдельных поверхностях.

Сформулируем задачу более строго. Согласно (22) величины $\overline{\theta^2}$ и $\overline{\theta^4}$ сохраняются и, следовательно, эксцесс

$$\delta_1 = \overline{\theta^4}/(\overline{\theta^2})^2 - 3 \tag{28}$$

с течением времени не растет. Процессу концентрации примеси на отдельных поверхностях соответствует рост эксцесса

$$\delta = \overline{(\nabla\theta)^4}/[\overline{(\nabla\theta)^2}]^2 - 5/3 \tag{29}$$

(ср. с (25)). Итак, задача состоит в вычислении эксцесса (29).

Будем предполагать, что уравнение (21) точное, т. е. p_1 имеет вид нормального распределения (12). Тогда, как сказано в разд. 3, уравнения для p_n — типа КФП. Эти уравнения совпадают при $t \gg \tau$ с уравнениями для одновременных корреляций скалярной примеси $\theta_n = \overline{\theta(^1\boldsymbol{x})\theta(^2\boldsymbol{x})\ldots\theta(^n\boldsymbol{x})}$. Конкретный вид уравнения выписан в (22) для p_2, а значит, и для θ_2. Уравнение для p_n (и для θ_n) по форме совпадает с (22), только при этом α, $\beta = 1, 2, 3, 4$ ([18]). Предположим, что распределение скалярной примеси статистически однородно. Это означает, в частности, что $\theta_2 = \theta_2(\boldsymbol{r})$, $\boldsymbol{r} = {}^2\boldsymbol{x} - {}^1\boldsymbol{x}$. Учитывая, что при этом ${}^2\partial_i = \partial/\partial r_i = \partial_i$, ${}^1\partial_j = -\partial_j$, перепишем (22) в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}\theta_2=2(T(0)\Delta-T_{ij}(r)\partial_i\partial_j)\theta_2. \quad (30)$$

Отметим, что уравнение (30) обладает многими реалистическими свойствами. В частности, в стационарном случае ($\partial/\partial t=0$) из него следует колмогоровский спектр [16].

При $r=0$ $\theta_2=\overline{\theta^2}$ и, согласно (30), $\partial\overline{\theta^2}/\partial t=0$. Нетрудно видеть, что при ${}^1x={}^2x={}^3x={}^4x$ $(\theta_4=\overline{\theta^4})$ из уравнения (22) для θ_4 следует $\partial\overline{\theta^4}/\partial t=0$. Таким образом, как и говорилось выше, эксцесс (28) сохраняется таким, каким он был вначале.

Для вычисления эксцесса градиента скалярной примеси (29) выпишем $T_{ij}(r)$ для двух близких точек, $r\ll l$, с учетом (23):

$$T_{ij}=T(0)\delta_{ij}-T_2(r^2\delta_{ij}-(1/2)r_ir_j)+C\varepsilon_{ijf}r_f, \quad (31)$$

$T(0)=D>0$, $T_2>0$. С помощью (30) теперь легко получить уравнение для $\overline{(\nabla\theta)^2}=-\Delta\theta_2|_{r=0}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}\overline{(\nabla\theta)^2}=10T_2\,\overline{(\nabla\theta)^2}, \quad (32)$$

$$\overline{(\nabla\theta)^2}=\overline{(\nabla\theta)^2}|_{t=0}\exp(10T_2t),$$

$$[\overline{(\nabla\theta)^2}]^2=[\overline{(\nabla\theta)^2}|_{t=0}]^2\exp(20T_2t).$$

Рост градиентов скалярной примеси согласно (32) при сохранении $\overline{\theta^2}$ отражает хорошо известный факт об уменьшении масштаба скалярной примеси при наличии турбулентности. Расчет величины

$$\overline{(\nabla\theta)^4}={}^1\partial_i{}^2\partial_i{}^3\partial_j{}^4\partial_j\,\theta_4|_{{}^1x={}^2x={}^3x={}^4x}$$

с помощью (22), α, $\beta=1,2,3,4$, приводит к следующему результату:

$$\frac{\partial}{\partial t}\overline{(\nabla\theta)^4}=28T_2\overline{(\nabla\theta)^4}, \quad \overline{(\nabla\theta)^4}=\overline{(\nabla\theta)^4}|_{t=0}\exp(28T_2t). \quad (33)$$

Сравнивая (32) и (33), видим, что величина $\overline{(\nabla\theta)^4}$ растет быстрее, чем $[\overline{(\nabla\theta)^2}]^2$ $(28T_2>20T_2)$. Поэтому согласно (29) эксцесс экспоненциально растет:

$$\delta\sim\exp(8T_2t). \quad (34)$$

Следовательно, первоначально гладкая скалярная примесь, скажем, распределенная нормальным образом, становится существенно негауссовой. Возникает перемежаемость скалярной примеси, т. е. концентрация примеси на отдельных поверхностях.

5. Обсуждение. Мы видели, что многочастичная функция распределения положения жидких частиц не может быть гауссовой. Это говорит о том, что при рассмотрении пассивных полей задание статистики турбулентности в виде нормального процесса не всегда возможно, т. е. гауссов процесс не всегда является «естественным». Конечно, это связано с наличием перемежаемости в турбулентной среде. В разд. 4 показано, что если даже начальное распределение скалярной примеси представляет собой нормальный процесс, то с течением времени будет экспоненциально расти эксцесс. В результате возникает сильное отклонение от нормального процесса, т. е. перемежаемость.

Скалярная примесь отражает поведение поля скорости, и, в частности, как говорилось в разд. 4, в стационарном случае спектры скалярной примеси и эйлерова поля скорости совпадают (и тот и другой колмогоровский). Поэтому можно ожидать, что перемежаемость скалярной примеси отражает наблюдаемую перемежаемость поля скорости.

Стационарное состояние осуществляется при наличии источника примеси и молекулярной диффузии. При этом поток энергии в область малых масштабов происходит отчасти из-за генерации перемежаемости. Иначе говоря, градиент примеси концентрируется в тонких слоях, толщина которых определяется молекулярной диффузией. Эта модель является, по существу, развитием и обоснованием модели [9], где дается качественная трактовка роста перемежаемости поля вихря. Последнее рассматривается как пассивное поле (нет обратного действия на движение), т. е. речь идет о кинематическом приближении. Отметим, что рост эксцесса магнитного поля (уравнение для которого, как известно, совпадает с уравнением для вихря) происходит по закону (30). Все это говорит о том, что скалярная примесь действительно хорошо отражает статистику поля скорости.

В заключение отметим, что предложенный в настоящей статье подход не позволяет, строго говоря, выяснить, является ли многоточечное гауссово распределение эйлерова поля скорости физически реализуемым. Но естественный рост перемежаемости скалярной примеси и вихря позволяет предположить, что эйлерово поле скорости реальной турбулентности не подчиняется гауссовой статистике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kraichnan R. H. // J. Fluid Mech. 1976. V. 75. P 657.
2. Kraichnan R. H. // J. Fluid Mech 1976 V. 77 P. 753
3. Moffatt H K. // J Fluid Mech. 1974 V 65 P. 1.
4. Вайнштейн С И // Изв. вузов Радиофизика 1981. Т. 24. № 2. С 172.
5. Townsend A A // Proc. Cambr Phil. Soc. 1947. V 43. P. 560.
6. Batchelor G. K., Townsend A. A. // Proc. Roy. Soc 1949 V. A199. P 238.
7. Монин А. С., Яглом А. М Статистическая гидромеханика. Ч. 2. — М.: Наука, 1967. — 720 с.
8. Brissaud A, Frisch U., Leorat J et al. // Ann. Geophys. 1973 V 29. P 539.
9. Frisch U., Sulem P-L., Nelkin M. // J. Fluid Mech. 1978. V. 87. P. 719.
10. Moffatt H. K // J. Fluid Mech 1981. V 106. P 27
11. Вайнштейн С. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 2 С. 155
12. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. — М: Наука, 1965 — 639 с.
13. Pawula R. F. // IEEE, Tranc. Inform Theory. 1967. V. IT-13. № 1. P. 33
14. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1. — М.: Наука, 1976. — 496 с.
15. Шапиро В. Е., Логинов В М. Динамические системы при случайных взаимодействиях. — Новосибирск: Наука, 1983. — 160 с.
16. Вайнштейн С. И. Магнитные поля в космосе. — М.: Наука, 1983. — 238 с.
17. Вайнштейн С. И. Магнитная гидродинамика космической плазмы и токовые слои. — М.: Наука, 1985. — 192 с.
18. Vainshtein S. I, Kichatinov L. L // J Fluid Mech. 1986. V. 168. P. 73.
19. Mandelbrot B. B. // J Fluid Mech. 1974 V. 62. P. 331.
20. Mandelbrot B. B. // J. Fluid Mech. 1975. V. 72. P 401.

Сибирский институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн СО АН СССР

Поступила в редакцию 20 апреля 1987 г.

THE NON-GAUSSIAN NATURE OF DISTRIBUTION FUNCTIONS AND THE INTERMITTENCY OF TURBULENCE

S. I. Vainshtein

Two-particle function of a turbulent medium cannot be represented as a normal distribution process. This is associated with the intermittency.