

УДК 534.26

РАСЧЕТ ПОТОКА ВЕКТОРА УМОВА—ПОЙНТИНГА ЧЕРЕЗ ЧАСТИЧНО ЭКРАНИРОВАННЫЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ШАР

С. С. Виноградов, А. В. Сулима

В работе приведено строгое решение задачи дифракции плоской электромагнитной волны на частично экранированном диэлектрическом шаре. На основе полученного решения в резонансной области волновых размеров проведен анализ структуры потока электромагнитной энергии вблизи рассеивателя.

При исследовании электродинамических свойств сложных рассеивателей в резонансной области частот возникает проблема физической интерпретации различных эффектов, проявляющихся, в частности, в резонансной зависимости поперечников рассеяния от частоты. В тех случаях, когда рассеиватель обладает высокооборотным спектром квазиобъемных колебаний, например идеально проводящая сфера с круговым отверстием [1], эффекты двойного экстремума в поведении поперечников рассеяния могут быть объяснены и им может быть дана наглядная физическая интерпретация на основе представления рассеивателя как высокооборотной открытой резонансной системы. В случае сферического зеркала [1,2] механизм рассеяния определяется, в основном, интерференционными эффектами, связанными с отражением от внутренней части сферической поверхности и приводящими к значительному увеличению радиолокационного сечения рассеяния.

В данной работе решена более сложная задача о рассеянии плоской электромагнитной волны на частично экранированном диэлектрическом шаре [3]. Первоначально ее решение формулируется в виде системы парных функциональных уравнений первого рода [4]. Выделение статической части оператора и его обращение в явном виде позволяет регуляризовать исходную систему уравнений и получить эквивалентную ей систему двух связанных систем линейных алгебраических уравнений второго рода относительно последовательностей коэффициентов Фурье дифрагированного поля. Значительное число параметров задачи, таких, как волновой размер экрана $k_0 b$, где $k_0 = 2\pi/\lambda$, а b — радиус экрана, угловой размер проводящего сегмента θ_0 , диэлектрическая проницаемость шара ϵ , даже при наличии эффективного алгоритма решения полученных уравнений заставляет при расчетах руководствоваться некоторыми физическими соображениями, чтобы провести расчеты в той области изменения параметров задачи, где можно ожидать наиболее значительных эффектов рассеяния. Расчеты характеристик рассеянного поля — радиолокационного сечения рассеяния, диаграммы интенсивности рассеянного поля, а также фактора асимметрии — показывают, что частично экранированный диэлектрический шар при $k_0 b > 5$, $2 \leq \epsilon \leq 4$ и $\theta_0 \geq 20^\circ$ обладает способностью отражать практически всю энергию падающей волны в обратном направлении [5]. Интерпретация этого явления на основе расчета компонент электромагнитного поля в дальней зоне рассеивателя или компонент электромагнитного поля в ближней зоне не дает полной информации о причинах, вызывающих этот эффект. В связи с этим представляется целесообразным исследовать структуру потока вектора Умова—Пойнтинга в ближней зоне как неэкранированного, так и частично экранированного диэлектрического шара.

1. **Постановка задачи.** Сведение к системе линейных алгебраических уравнений. Диэлектрический шар радиуса b с произвольным значением диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ частично экранирован бесконечно тонким и идеально проводящим сферическим сегментом, характеризуемым полярным углом θ_0 , облучается плоской электромагнитной волной, направление распространения которой совпадает с положительным направлением оси OZ (осью симметрии рассеивателя). Решение задачи для электрического и магнитного потенциалов Дебая U, V ищется при помощи метода частичных областей. Исходя из явного вида потенциалов Дебая плоской волны

$$\begin{aligned} U^0 &= \left\{ \begin{array}{l} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{array} \right\} \frac{1}{ik_0^2 r} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \psi_n(k_0 r) P_n^1(\cos \theta) \end{aligned} \quad (1)$$

и уравнения Гельмгольца, которому должны удовлетворять потенциалы Дебая рассеянного поля, поле в области I ($r < b$) и II ($r > b$) будем искать в следующем виде:

$$\begin{aligned} U^1 &= \frac{\cos \varphi}{ik_0^2 r} \sum_{n=1}^{\infty} A_n X_n^1 \psi_n(k_1 r) P_n^1(\cos \theta), \\ V^1 &= \frac{\sin \varphi}{ik_0^2 r} \sum_{n=1}^{\infty} A_n Y_n^1 \psi_n(k_1 r) P_n^1(\cos \theta), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} U^2 &= U^0 + \frac{\cos \varphi}{ik_0^2 r} \sum_{n=1}^{\infty} A_n X_n^2 \xi_n(k_0 r) P_n^1(\cos \theta), \\ V^2 &= V^0 + \frac{\sin \varphi}{ik_0^2 r} \sum_{n=1}^{\infty} A_n Y_n^2 \xi_n(k_0 r) P_n^1(\cos \theta), \end{aligned}$$

где $\psi_n(k_1 r), \xi_n(k_0 r)$ — сферические функции Бесселя в обозначениях Дебая, $A_n = i^n (2n+1)/(n+1)n$, $\{X_n^i, Y_n^i\}_{n=1}^{\infty}$ — коэффициенты Фурье дифрагированного поля.

Граничные условия для потенциалов Дебая и их производных на границе областей I и II, следующие из условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на всей границе раздела областей I и II,

$$V^1 = V^2, \quad \partial r U^1 / \partial r = \partial r U^2 / \partial r, \quad (3)$$

позволяют определить связь между неизвестными коэффициентами разложения потенциалов Дебая:

$$X_n^2 = X_n^1 V_\varepsilon^{-1} \frac{\psi_n'(k_1 b)}{\xi_n'(k_0 b)} - \frac{\psi_n'(k_0 b)}{\xi_n'(k_0 b)}; \quad (4)$$

$$Y_n^2 = Y_n^1 \frac{\psi_n(k_1 b)}{\xi_n(k_0 b)} - \frac{\psi_n(k_0 b)}{\xi_n(k_0 b)}. \quad (5)$$

Следуя [1, 5] после подчинения (2) граничным условиям

$$[nE^1] - [nE^2] = 0, \quad \theta \in [0, \theta_0],$$

$$[nH^1] = [nH^2], \quad \theta \in (\theta_0, \pi)$$

с учетом (4), (5) получим следующую систему парных функциональных уравнений:

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n X_n^1 (1 - \varepsilon_n) P_n^1(\cos \theta) = i 2 k_0 b (1 + \varepsilon) B_1 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2},$$

$$\theta \in [0, \theta_0),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{1}{2n+1} Y_n (1 - \mu_n) P_n^1(\cos \theta) = \frac{1}{k_0 b} B_1 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2},$$

$$(6)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{1}{2n+1} (X_n - C_n) P_n^1(\cos \theta) = i B_2 \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2},$$

$$\theta \in (\theta_0, \pi],$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n (Y_n - D_n) P_n^1(\cos \theta) = B_2 \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2},$$

где использованы следующие обозначения:

$$X_n = X_n^1 \frac{i^n 2 k_0 b (1 + \varepsilon) \sqrt{\varepsilon} \bar{\psi}'_n(k_0 b)}{1 - \varepsilon_n},$$

$$Y_n = Y_n^1 \frac{i^n (2n+1) \psi_n(k_0 b)}{k_0 b (\mu_n - 1)},$$

$$\varepsilon_n = 1 - \frac{2 k_0 b (1 + \varepsilon)}{2n+1} \frac{\psi'_n(k_0 b) \xi'_n(k_0 b)}{W_n^3} \underset{n \rightarrow \infty}{=} O\left(\frac{1}{n^2}\right),$$

$$\mu_n = 1 + \frac{2n+1}{k_0 b} \frac{\psi_n(k_0 b) \xi_n(k_0 b)}{W_n^1} \underset{n \rightarrow \infty}{=} O\left(\frac{1}{n^2}\right),$$

$$W_n^1 = \psi_n(k_1 b) \xi'_n(k_0 b) - \sqrt{\varepsilon} \bar{\psi}'_n(k_1 b) \xi_n(k_0 b),$$

$$W_n^3 = \sqrt{\varepsilon} \psi_n(k_1 b) \xi'_n(k_0 b) - \psi'_n(k_1 b) \xi_n(k_0 b),$$

$$C_n = \frac{i^n (2n+1)}{\xi'_n(k_0 b)}, \quad D_n = \frac{i^{n+1}}{\xi_n(k_0 b)}.$$

Содержащиеся в (6) постоянные B_1, B_2 — константы поляризационной связи [1]. Использование интегрального представления Мелера—Дирихле для функций Лежандра позволяет преобразовать полученную систему парных функциональных уравнений в эквивалентную ей систему, но уже с тригонометрическими функциями вместо функций Лежандра. Дальнейшее применение метода полубращения [4] к полученной системе парных функциональных уравнений позволяет регуляризовать ее и в конечном итоге получить систему из двух связанных систем линейных алгебраических уравнений второго рода:

$$X_m - \sum_{n=1}^{\infty} X_n \varepsilon_n S_{n,m}^1 - \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \mu_n S_{n,m}^2 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n (\delta_n^m - S_{n,m}^1) - \sum_{n=1}^{\infty} D_n S_{n,m}^2,$$

$$(7)$$

$$Y_m - \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \mu_n S_{n,m}^3 - \sum_{n=1}^{\infty} X_n \varepsilon_n S_{n,m}^4 = \sum_{n=1}^{\infty} D_n (\delta_n^m - S_{n,m}^4) - \sum_{n=1}^{\infty} C_n S_{n,m}^4,$$

где

$$S_{n,m}^1 = R_{n,m}(\theta_0) + \frac{\gamma_1}{\alpha} R_{n,0}(\theta_0) R_{0,m}(\theta_0), \quad S_{n,m}^2 = i \frac{\gamma_2}{\alpha} Q_{n,0}(\theta_0) R_{0,m}(\theta_0),$$

$$S_{n,m}^3 = Q_{n,m}(\theta_0) + \frac{\gamma_4}{\alpha} Q_{n,0}(\theta_0) Q_{0,m}(\theta_0), \quad S_{n,m}^4 = i \frac{\gamma_2}{\alpha} Q_{0,m}(\theta_0) R_{n,0}(\theta_0),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{n,m}(\theta_0) \\ Q_{n,m}(\theta_0) \end{array} \right\} = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\sin(n-m)\theta_0}{n-m} \mp \frac{\sin(n+m+1)\theta_0}{n+m+1} \right\},$$

$$\gamma_1 = 2k_0 b (1 + \varepsilon) (1 - Q_{0,0}(\theta_0)) + \frac{Q_{0,0}(\theta_0)}{k_0 b}, \quad \gamma_2 = -\frac{2k_0 b}{1 + \varepsilon},$$

$$\gamma_3 = -\frac{1}{k_0 b}, \quad \gamma_4 = -2k_0 b (1 + \varepsilon) R_{0,0}(\theta_0) + \frac{R_{0,0}(\theta_0) - 1}{k_0 b},$$

$$\alpha = \frac{Q_{0,0}(\theta_0) (1 - R_{0,0}(\theta_0))}{k_0 b} - 2k_0 b (1 + \varepsilon) (1 - Q_{0,0}(\theta_0)) R_{0,0}(\theta_0).$$

Полученная система линейных алгебраических уравнений допускает как эффективное численное решение задачи при произвольных значениях ее параметров, так и приближенное аналитическое решение в случае малости нормы матричного оператора. При проведении расчетов характеристик рассеянных полей в ближней и дальней зонах рассеивателя система уравнений решалась на ЭВМ с помощью метода редукции.

2. Структура потока вектора Умова—Пойнтинга в диэлектрическом шаре. Проведем, прежде всего, расчет структуры потока энергии электромагнитного поля, протекающей через диэлектрический шар без экрана. Расчет компонент вектора Умова—Пойнтинга \mathbf{P} произведем в двух плоскостях: в плоскости $\varphi=0$ и $\varphi=\pi/2$, т. е. в плоскостях E и H , при этом величину \mathbf{P} определим следующим образом:

$$\mathbf{P} = (1/2) \text{Re}[\mathbf{E}\mathbf{H}^*],$$

в плоскости E —

$$P_z = (1/2) \text{Re}[E_\theta H_\varphi^* \cos \theta + E_r H_\varphi^* \sin \theta],$$

$$P_x = (1/2) \text{Re}[E_\theta H_\varphi^* \sin \theta - E_r H_\varphi^* \cos \theta],$$

в плоскости H —

$$P_z = -(1/2) \text{Re}(E_\varphi H_\theta^* \cos \theta + E_\varphi H_r^* \sin \theta),$$

$$P_y = (1/2) \text{Re}(-E_\varphi H_\theta^* \sin \theta + E_\varphi H_r^* \cos \theta).$$

Для шара с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=2,57$ и волновыми размерами шара $k_0 b = 3; 8; 10$ структура потока вектора \mathbf{P} представлена на рис. 1. Сплошные линии, снабженные стрелками, указывают направление \mathbf{P} . Плотность потока электромагнитной энергии можно оценить по плотности линий. При $k_0 b < 1$ структура поля, рассеянного диэлектрическим шаром, имеет дипольный характер: рассеянное поле можно представить в виде поля электрического диполя [6], которое, складываясь синфазно с полем возбуждения, дает максимум излучения в направлении распространения возбуждающей волны. При $k_0 b > 3$ обнаруживаются фокусирующие свойства диэлектрического шара (см. рис. 1а), которые особенно очевидны на рис. 1в при $k_0 b = 10$. Проведенные расчеты показали, что в диапазоне значений $k_0 b \gtrsim 10$ уже начинает сказываться геометрооптическая природа электромагнитного поля. Поэтому для описания полученных результатов можно использовать лучевую трактовку. Так, фокальная область диэлектрического шара, определенная по законам геометрической оптики, совпадает с об-

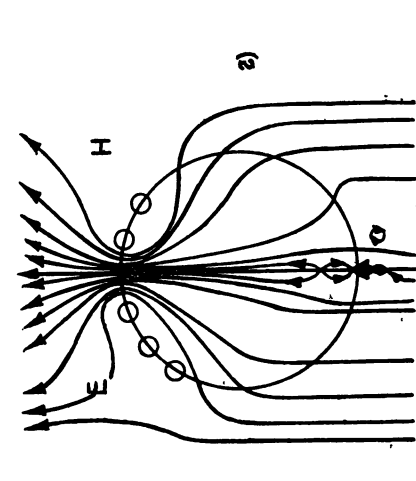
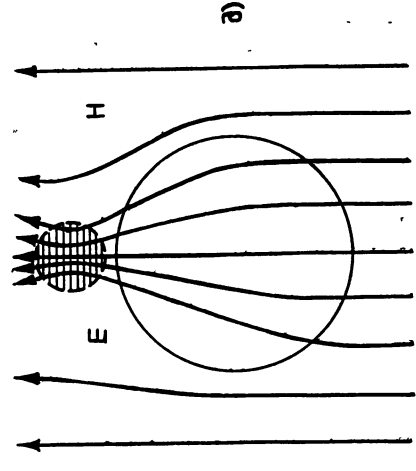
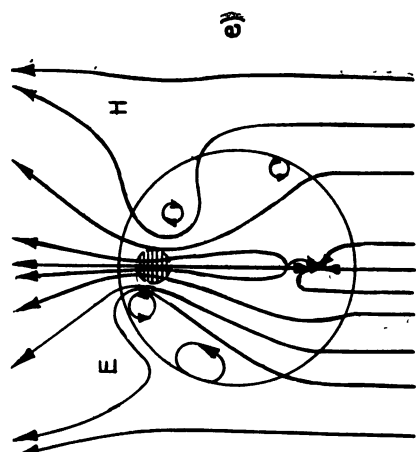
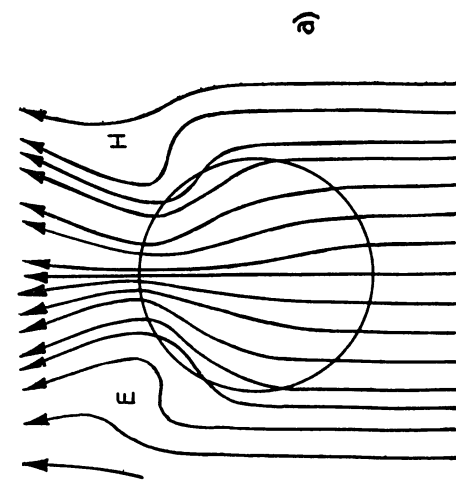
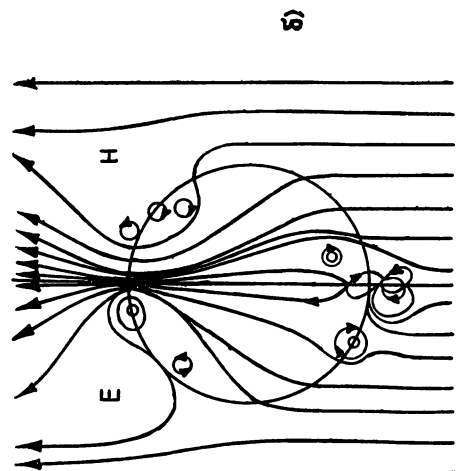
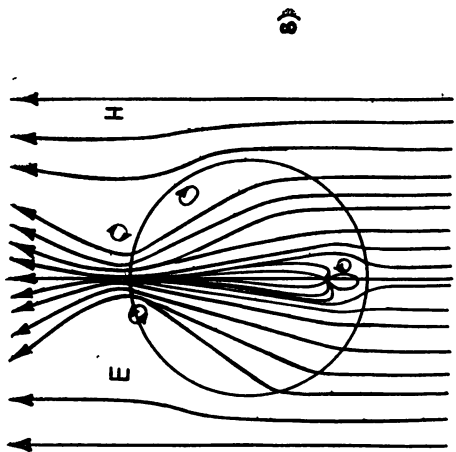


Рис. 1.

ластью максимальной плотности потока энергии. Поскольку перенос энергии происходит вдоль направления распространения геометрооптического луча [6], то сплошные линии на рис. 1в можно рассматривать как «почти лучи», переходящие в пределе $\lambda \rightarrow 0$ в лучи геометрической оптики.

Следует отметить и существенное различие строгих расчетов с расчетами, сделанными на основе законов геометрической оптики. Так, на теневой стороне шара при $k_0 b \geq 3$ существуют области, в которых поток вектора P является центростремительным, кроме того, возможно наличие циркуляций в потоке энергии. Последние являются результатом интерференции волн трех типов: падающей волны, волны, отраженной от теневой стороны шара, поверхностной волны, возбуждаемой на границе тени на поверхности шара.

Из расчетов следует, что размеры области максимальной плотности потока энергии существенно зависят от волновых размеров шара. Так, если при $k_0 b = 3$ угловые размеры «фокальной» области определяются полярным углом $\theta_{\phi} = 40-50^\circ$, то при $k_0 b = 5$ $\theta_{\phi} = 20^\circ$, а при $k_0 b = 10$ $\theta_{\phi} = 15^\circ$. Заметим, что уменьшение ε приводит к смещению фокальной области за пределы шара (см. рис. 1д), а увеличение ε — к смещению внутрь шара (рис. 1е).

Диэлектрический шар является низкооборотной открытой резонансной системой, что и объясняет тот факт, что при возбуждении одного из низших типов собственных колебаний рассеивателя ($k_0 \sqrt{\varepsilon} b = 7,6$) структура потока энергии практически не изменяется, поскольку добротность возбуждаемого колебания составляет всего лишь несколько единиц (рис. 1г).

Таким образом, диэлектрический шар в резонансной области частот обладает, по существу, теми же свойствами, что и сферическая линза в оптическом диапазоне частот: способностью фокусировать электромагнитное излучение в малом (по сравнению с шаром) объеме пространства, положение которого полностью определяется величиной диэлектрической проницаемости шара. Последнее позволяет предположить, что размещение идеально проводящего экрана на теневой стороне диэлектрического шара вблизи фокальной области создаст условия для интенсивного рассеяния электромагнитной энергии в обратном направлении.

3. Поток вектора Умова—Пойнтинга через диэлектрический шар в присутствии экрана. Рассмотрим случай, когда на теневой стороне диэлектрического шара расположен бесконечно тонкий идеально проводящий сферический сегмент. На рис. 2 построены картины потока вектора P для $k_0 b = 5$, $\varepsilon = 2,57$ и трех значений угловых размеров экрана на $\theta_0 = 10; 20; 50^\circ$. Как и предполагалось, размещение сферического сегмента вблизи «фокальной» области диэлектрического шара кардинально изменяет структуру потока вектора P в шаре. Очевидно, что доминирующим фактором теперь является отражение от сегмента и интерференция отраженной и падающей волн, что приводит к появлению стоячей волны в диэлектрике и вблизи его фронтальной стороны.

Обращает на себя внимание существование оптимального размера экрана. При малых размерах сферического экрана $\theta_0 = 10^\circ$ степень его взаимодействия с потоком энергии мала. Поток P обтекает экран, не испытывая существенных изменений по сравнению с неэкранированным диэлектрическим шаром (рис. 2а). Однако при $\theta_0 = 20^\circ$ размеры фокальной области при $k_0 b = 5$ составляют также угол 20° , поэтому практически вся энергия сфокусированной волны отражается в обратном направлении (рис. 2б). Расчет модуля вектора P показывает, что при $k_0 b = 5$, $\varepsilon = 2,57$, $\theta_0 = 20^\circ$ в фокусе перед экраном $|P| = 3$, а за экраном $|P| = 0,03$. Очевидно, что амплитуда волны, отраженной от сферического экрана, будет максимальной в том случае, когда экран перекрывает «фокальную» область. Увеличение размеров экрана может привести к уменьшению амплитуды отраженной волны. Это происходит

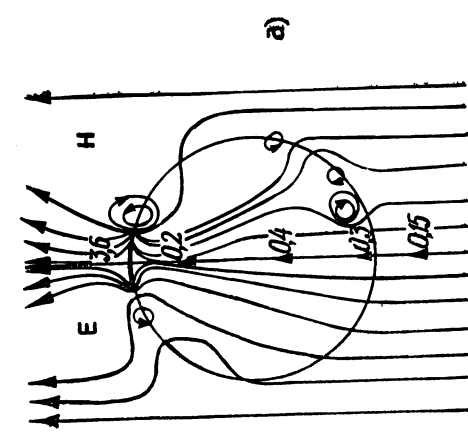
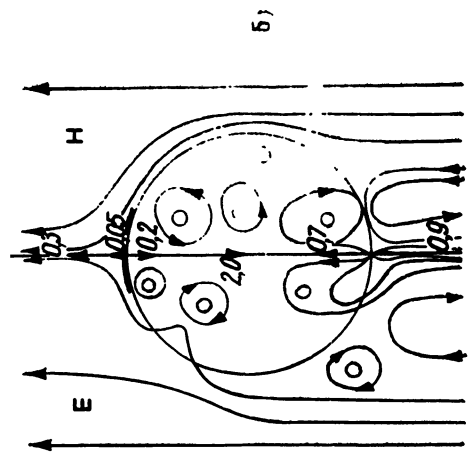
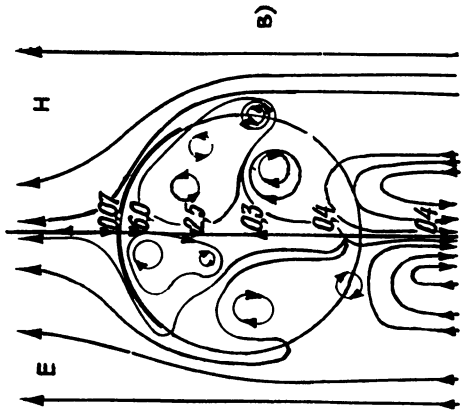


Рис. 2.

в том случае, когда экран перекрывает области, в которых поток вектора P направлен внутрь шара.

Сопоставление рассмотренных выше результатов с характеристиками рассеянного поля в дальней зоне рассеивателя дает возможность их ясной физической интерпретации, например объяснение эффекта значительного увеличения радиолокационного сечения рассеяния [5]. Находит объяснение и явление существования оптимального (при фиксированном значении $k_0 b$) размера экрана, при котором амплитуда отраженной волны достигает своего максимума.

ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградов С. С. // Изв. вузов. Радиофизика, 1983. Т. 26, № 1. С. 91.
2. Виноградов С. С. Диссертация. Харьков, 1980.
3. Виноградов С. С., Сулима А. В. // ДАН УССР. Сер. А. 1982. № 5, С. 55.
4. Шестопапов В. П. Сумматорные уравнения в современной теории дифракции. — Киев: Наукова Думка, 1983. С. 252.
5. Сулима А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 2. С. 258.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1957. С. 855.
7. Виноградов С. С., Сулима А. В., Шестопапов В. П. Препринт ИРЭ АН УССР № 218. Харьков, 1983.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
17 февраля 1987 г.

CALCULATIONS OF ENERGY FLOW THROUGH THE DIELECTRIC SPHERE WITH A METAL SPHERE

S. S. Vinogradov, A. V. Sulima

Near field behaviour of a partially screened dielectric sphere is investigated on the basis of the scattering problem rigorous solution. The electromagnetic energy flow maps through the dielectric sphere in the presence and in the absence of the metal cap are calculated for resonant frequency range.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Афанасьев А. М., Александров П. А., Имамов Р. М. Рентгенодифракционная диагностика субмикронных слоев. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989 (IV кв.).— 10 л.

Изложены теория и методы анализа структуры тонких приповерхностных слоев и границ раздела полупроводниковых кристаллов. Описаны метод асимптотической брэгговской дифракции, метод стоячих рентгеновских волн, дифракция в условиях полного внешнего отражения и т. п. Большое внимание уделено применениям излагаемых методов в технологических процессах современной микроэлектроники.

Для научных работников и инженеров, специализирующихся в области физики твердого тела и полупроводникового материаловедения, а также аспирантов и студентов соответствующих специальностей.

Басс Ф. Г., Булгаков А. А., Тетервов А. П. Высоочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989 (III кв.).— 20 л.

Благодаря достижениям полупроводниковой технологии в настоящее время возможно создание многослойных периодических структур. Важным классом последних являются полупроводники со сверхрешетками, обладающие уникальными свойствами и поэтому весьма перспективные в плане практических приложений.

В книге с единых позиций исследуются электромагнитные свойства полупроводников со сверхрешетками, находящихся во внешних полях. Рассматриваются линейные и нелинейные волны, а также их взаимодействие. Предсказан ряд новых эффектов.

Для научных работников, инженеров и аспирантов, занимающихся вопросами физики полупроводников, физики плазмы и твердотельной электроники, а также студентов старших курсов физических и инженерно-физических специальностей.