ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том 32, № 2 РАДИОФИЗИКА 1989

УДК 621.371.162

О ЕДИНОМ ОПИСАНИИ ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ И ОБЪЕМНЫХ СЛУЧАЙНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НА ОТРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

А. Г. Слуцкий, И. Г. Якушкин

Рассмотрена задача рассеяния электромагнитной волны случайно-неоднородной границей раздела сред, содержащей как поверхностные, так и объемные неоднородности. Получено замкнутое интегральное уравнение для среднего поля. Вычислены эффективные коэффициенты отражения для обеих поляризаций падающей волны.

Возникающая во многих разделах физики задача о рассеянии волн на случайно-неоднородной границе раздела сред является в настоящее время предметом интенсивных исследований. В теоретических работах моделью такой границы обычно служит статистически неровная поверхность. Если шероховатости поверхности малы в масштабе длины волны, возможно применение теории возмущений, в рамках которой развиваются, в основном, два подхода. Первый, восходящий к работам Рэлея [1] и Андронова и Леонтовича [2], основан на разложении полей вблизи поверхности в ряды Тейлора и переносе граничных условий на среднюю плоскость [3]. Другой вариант теории возмущений состоит в сведении задачи рассеяния на поверхности к задаче объемного рассеяния на отклонениях диэлектрической проницаемости среды от эталонной, соответствующей плоской границе раздела, с последующим разложением решения в ряд по малому параметру $k\sqrt{\overline{\zeta^2}}$ (k — волновое число, $\sqrt{\overline{\zeta^2}}$ — среднеквадратическое значение возвышений поверхности) [4, 5]. Отметим, что при решении этим методом электродинамической задачи возникают трудности, связанные с сингулярностью функции Грина.

Вычисление когерентной составляющей отраженного поля проводилось методом Рэлея в работах [6, 7]. Однако в [6] граничные условия для среднего поля получены без учета рассеяния в ортогональную поляризацию, что ограничивает применимость результатов областью больших, в сравнении с длиной волны, радиусов корреляции возвышений поверхности. Более полные результаты, полученные в [7], имеют весьма сложный вид, и их использование для аналитических оценок затруднительно. По-видимому, метод Рэлея наиболее эффективен при рассмотрении импедансной поверхности [8], когда граничные условия оказываются сравнительно простыми.

Наряду с этим существуют ситуации, когда границу раздела правильнее рассматривать не как шероховатую поверхность, а как случайно-неоднородный переход. Например, при рассеянии волн оптического и рентгеновского диапазонов поверхностью твердого тела необходимо учитывать неоднородности поверхностного слоя; размытость границы может оказаться существенной при отражении волн от ионосферы и в задачах дистанционного зондирования морской поверхности и т. п.

В данной работе предложен подход к задаче рассеяния электромагнитной волны на случайно-неоднородном, в среднем, плоском переходе, являющийся развитием второго из вышеперечисленных вариантов теории возмущений и позволяющий единообразно описать влияние как размытой, так и резкой границы раздела, а также их композиции. Основное внимание уделено получению коэффициентов отражения по среднему полю. Рассеяние на статистически неровной поверхности является частным случаем рассматриваемой задачи: характеристики поля в этом случае получаются из более общих формул для случайно-неоднородного перехода при подстановке в них соответствующей модели поверхности.

1. Уравнение для среднего поля. Рассмотрим неограниченное пространство с диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon(\boldsymbol{r}) = \varepsilon_0(z) + \Delta\varepsilon(\boldsymbol{r}),$$

где

$$\varepsilon_0(z) = \begin{cases} \varepsilon_1, & z>0 \\ \varepsilon_2, & z<0 \end{cases},$$

$\Delta\varepsilon(\boldsymbol{r})$ — случайное поле, однородное в плоскостях $z=\mathrm{const}$, такое, что $\Delta\varepsilon(\boldsymbol{r})=0$ при $|z|\gg h$ и

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \langle\Delta\varepsilon(\boldsymbol{r})\rangle\, dz = 0,$$

h — характерная толщина переходного слоя, угловые скобки означают статистическое усреднение.

При решении задачи будем исходить из уравнений Максвелла для монохроматических волн, которые запишем для компонент, непрерывных при $\varepsilon(\boldsymbol{r})=\varepsilon_0(z)$ на поверхности раздела:

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{H} + ik_0(D_z\boldsymbol{e}_z + \varepsilon\boldsymbol{E}_\perp) = 0,\quad \boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E},\quad \mathrm{rot}(\boldsymbol{E}_\perp + (D_z/\varepsilon)\boldsymbol{e}_z) - ik_0\boldsymbol{H} = 0, \tag{1}$$

где $D_z(\boldsymbol{r})$ — компонента вектора электрической индукции, перпендикулярная плоскости $z=0$, $\boldsymbol{E}_\perp(\boldsymbol{r})$ — параллельная плоскости $z=0$ компонента вектора электрического поля, $\boldsymbol{e}_z$ — единичный орт оси $0z$. Такая переформулировка исходных уравнений в рамках рассматриваемого подхода является существенной, поскольку использование компонент поля, разрывных на средней границе раздела, приводит к появлению особенностей и расходимости интегралов во втором порядке теории возмущений [9].

Полагая в (1)

$$\varepsilon=\varepsilon_0+\Delta\varepsilon,\qquad 1/\varepsilon=1/\varepsilon_0-\Delta(1/\varepsilon),\qquad 1/\varepsilon_0=\begin{cases} 1/\varepsilon_1, & z>0 \\ 1/\varepsilon_2, & z<0 \end{cases}$$

и перенося члены, содержащие случайные функции, в правую часть системы, перейдем к представлениям в виде интегралов Фурье:

$$\boldsymbol{E}_\perp(\boldsymbol{r}) = \int \boldsymbol{\mathscr{E}}_\perp(\boldsymbol{\varkappa}, z)\, e^{i\boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{\rho}}\, d\boldsymbol{\varkappa},\quad D_z(\boldsymbol{r}) = \int D(\boldsymbol{\varkappa}, z)\, e^{i\boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{\rho}}\, d\boldsymbol{\varkappa},$$
$$\Delta\varepsilon(\boldsymbol{r}) = \int \psi_1(\boldsymbol{\varkappa}, z)\, e^{i\boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{\rho}}\, d\boldsymbol{\varkappa},\quad \Delta(1/\varepsilon) = \int \psi_2(\boldsymbol{\varkappa}, z)\, e^{i\boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{\rho}}\, d\boldsymbol{\varkappa},\quad \boldsymbol{\rho}=(x, y). \tag{2}$$

Дальнейшее упрощение полученной системы уравнений достигается переходом в систему координат, связанную с волновым вектором $\boldsymbol{\varkappa}$:

$$\boldsymbol{\mathscr{E}}_\perp(\boldsymbol{\varkappa}, z) = \mathscr{E}_1(\boldsymbol{\varkappa}, z)\boldsymbol{e} + \mathscr{E}_2(\boldsymbol{\varkappa}, z)\boldsymbol{e}_\perp,\quad \boldsymbol{e}=\boldsymbol{\varkappa}/\varkappa,\quad \boldsymbol{e}_\perp=\boldsymbol{e}_z\times\boldsymbol{e},\quad \varkappa=|\boldsymbol{\varkappa}|.$$

Переход к такой системе координат соответствует повороту вокруг оси $0z$. Введем вектор-столбец $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{\varkappa}, z) = (\mathscr{E}_1, \mathscr{E}_2, D)^{\mathrm{T}}$. Тогда $\boldsymbol{P}$ связан с компонентами поля в исходной фиксированной системе координат XYZ соотношением

$$\boldsymbol{P} = \hat{M}(\mathscr{E}_x, \mathscr{E}_y, D)^{\mathrm{T}}, \tag{3}$$

где матрица перехода $\hat{M}$ имеет вид

$$\hat{M} = \frac{1}{\varkappa}\begin{pmatrix} \varkappa_x & \varkappa_y & 0 \\ -\varkappa_y & \varkappa_x & 0 \\ 0 & 0 & \varkappa \end{pmatrix},$$

$\varkappa_x$, $\varkappa_y$ — координаты вектора $\boldsymbol{\varkappa}$ в системе XYZ.

Исключив из первого уравнения системы (1) магнитное поле и разлагая входящие в это уравнение векторы по базису $\boldsymbol{e}, \boldsymbol{e}_\perp, \boldsymbol{e}_z$, приходим к следующей системе уравнений для компонент:

$$\frac{i}{\varkappa}\frac{dD}{dz} - \varepsilon_0 \mathscr{E}_1 = \int \psi_1(\boldsymbol{\varkappa} - \boldsymbol{\varkappa}_0, z)[\mathscr{E}_1(\boldsymbol{\varkappa}_0, z)\cos\varphi + \mathscr{E}_2(\boldsymbol{\varkappa}_0, z)\sin\varphi]\, d\boldsymbol{\varkappa}_0,$$

$$-\frac{1}{k_0^2}\frac{d^2\mathscr{E}_2}{dz^2} + \left(\frac{\varkappa^2}{k_0^2} - \varepsilon_0\right)\mathscr{E}_2 = \int \psi_1(\boldsymbol{\varkappa} - \boldsymbol{\varkappa}_0, z)[-\mathscr{E}_1(\boldsymbol{\varkappa}_0, z)\sin\varphi + \mathscr{E}_2(\boldsymbol{\varkappa}_0, z)\cos\varphi]\, d\boldsymbol{\varkappa}_0, \quad (4)$$

$$\frac{i}{\varkappa}\frac{d\mathscr{E}_1}{dz} + \left(\frac{1}{\varepsilon_0} - \frac{k_0^2}{\varkappa^2}\right)D = \int \psi_2(\boldsymbol{\varkappa} - \boldsymbol{\varkappa}_0, z)\, D(\boldsymbol{\varkappa}_0, z)\, d\boldsymbol{\varkappa}_0,$$

где φ — угол между векторами $\boldsymbol{\varkappa}$ и $\boldsymbol{\varkappa}_0$, который будем считать положительным, если $\boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{\varkappa}_0$, $\boldsymbol{\varkappa}$ образуют правую тройку, ψ_1 и ψ_2 определены в (2). Представим далее систему (4) в виде

$$LP = JP, \quad (5)$$

где L и J — операторы, соответствующие левой и правой частям системы (4).

Для определения моментов рассеянного поля представим вектор $\boldsymbol{P}$ и оператор J в виде суммы средней и флуктуационной частей:

$$P = \langle P\rangle + \delta P, \quad J = \langle J\rangle + \delta J.$$

Подставляя эти представления в (5) и усредняя, имеем

$$L\langle P\rangle = \langle J\rangle\langle P\rangle + \langle \delta J\delta P\rangle; \quad (6а)$$

$$L\,\delta P = \delta J\langle P\rangle + \langle J\rangle\delta P + \delta J\delta P - \langle\delta J\delta P\rangle. \quad (6б)$$

Предполагая, что $\delta P \sim \delta J\langle P\rangle \sim \langle J\rangle\langle P\rangle \sim \sigma$, где σ — малый параметр, и отбрасывая малые члены в правой части (6б), получаем с точностью до линейных членов по σ

$$L\delta P = \delta J\langle P\rangle. \quad (6в)$$

Сделанное предположение означает, по существу, малость флуктуационной компоненты поля по сравнению со средней. Более подробное рассмотрение показывает, что σ имеет порядок $\sigma \sim k(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)h$. Введем далее функцию Грина $\hat{G}(\varkappa, z, z')$ оператора L, имеющую, как следует из (4), следующую структуру:

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} G_{11} & 0 & G_{13} \\ 0 & G_{22} & 0 \\ G_{31} & 0 & G_{33} \end{pmatrix}.$$

Тогда из (6в) получаем

$$\delta P = \int \hat{G}(z, z')\,\delta J(z')\,\langle P(z')\rangle\, dz' \quad (7)$$

и далее, подставляя (7) в (6а),

$$L\langle P\rangle = \langle J\rangle\langle P\rangle + \int \langle \delta J(z)\hat{G}(z,z')\delta J(z')\rangle \langle P(z')\rangle\, dz'. \qquad (8)$$

Таким образом, мы получили замкнутое уравнение для среднего поля $\langle P\rangle$, с точностью до членов $\sim\sigma^2$ соответствующее приближению Бурре. Вычисляя с учетом (2) и (4) среднее операторов J и $\delta J\hat{G}\delta J$, входящих в (8), и переходя к интегральному уравнению, получаем окончательно

$$\begin{aligned}\langle P(\varkappa, z)\rangle = P_0(\varkappa, z) + \int dz'\, \hat{G}(\varkappa, z, z')\, J'(z')\langle P(\varkappa, z')\rangle + \\ + \int dz'\, dz''\, \hat{G}(\varkappa, z, z')\, J''(\varkappa, z', z'')\langle P(\varkappa, z'')\rangle,\end{aligned} \qquad (9)$$

где P_0 — поле в отсутствие возмущений границы раздела, а операторы J' и J'' имеют следующие компоненты:

$$J'_{11} = J'_{22} = \langle \Delta\varepsilon(r)\rangle, \quad J'_{33} = \langle \Delta(1/\varepsilon)\rangle, \quad J'_{ij}|_{i\neq j} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3,$$

$$J''_{ij}(\varkappa, z', z'') = \int d\varkappa_0\, Q_{ij}(\varkappa, \varkappa_0, z'\, z'')\, S_{ij}(\varkappa, \varkappa_0, z', z''),$$

$$Q_{11} = Q_{12} = Q_{21} = Q_{22} = \Phi_{11}(\varkappa - \varkappa_0, z', z''),$$

$$Q_{31} = Q_{32} = Q_{23} = Q_{13} = -\Phi_{12}(\varkappa - \varkappa_0, z', z''), \quad Q_{33} = \Phi_{22}(\varkappa - \varkappa_0, z', z''), \qquad (10)$$

$$\begin{aligned}
&S_{11} = G_{11}\cos^2\varphi + G_{22}\sin^2\varphi, && S_{22} = G_{22}\cos^2\varphi + G_{11}\sin^2\varphi,\\
&S_{12} = S_{21} = (G_{22} - G_{11})\cos\varphi\sin\varphi, && S_{23} = -G_{13}\sin\varphi,\\
&S_{31} = G_{31}\cos\varphi, && S_{32} = -G_{31}\sin\varphi,\\
&S_{13} = G_{13}\cos\varphi, && S_{33} = G_{33},
\end{aligned}$$

$$G_{ij} = G_{ij}(\varkappa_0, z', z''),$$

$\Phi_{11}(\varkappa)$ — спектральная плотность (трансформанта Фурье корреляционной функции) флуктуационной компоненты поля $\varepsilon(r)$; $\Phi_{12}(\varkappa)$ — взаимная спектральная плотность флуктуационных компонент полей $\varepsilon(r)$ и $1/\varepsilon(r)$; $\Phi_{22}(\varkappa)$ — спектральная плотность флуктуационной компоненты поля $1/\varepsilon(r)$.

Физический смысл входящих в правую часть уравнения (9) слагаемых вполне очевиден. Первое слагаемое — невозмущенное поле при отсутствии возмущений границы раздела. Второе — поправка к невозмущенному полю, обусловленная отклонением среднего профиля перехода от эталонного. Третье — когерентная часть случайной компоненты поля, связанная с рассеянием на флуктуационной части диэлектрической проницаемости. В частности, если переход неслучайный, т. е. $\varepsilon(r) = \langle\varepsilon(r)\rangle = \varepsilon(z)$, то последнее слагаемое равно нулю.

Если уравнение (9) каким-либо образом решено, то для среднего поля в системе координат XYZ с учетом соотношений (2) и (3) получаем

$$\langle (E_x, E_y, D_z)^{\tau}\rangle = \int \hat{M}^{-1}\langle P(\varkappa, z)\rangle\, e^{i\varkappa\rho}\, d\varkappa.$$

Подстановка $\langle P\rangle$ в (7) дает возможность образовать второй момент и получить индикатрису рассеяния.

2. Функция Грина. Функция Грина $\hat{G}(z, z')$ оператора L, входящая в ядро интегрального уравнения (9), есть решение системы (4) с δ-функциями в правой части. Эти решения могут быть найдены применением стандартной методики: сведением (4) к системе уравнений второго порядка для компонент вектора P и построением функции Грина для полученных независимых уравнений в виде суперпозиции решений соответствующих однородных уравнений, удовлетворяющих условиям излучения, условиям сопряжения на границе раздела сред $z=0$ и обеспечивающих требуемый разрыв производной при переходе через точку возбуждения. Опуская выкладки, выпишем окончательный результат.

Диагональные элементы матрицы $\hat{G}$:

$$G_{jj}(z,z') = 1/2ip_j(z)\times$$

$$\times\begin{cases} \dfrac{1}{t_1}\left[\exp(it_1|z-z'|)+(W_{j<}-1)\exp(it_1(z+z'))\right], & z>0,\quad z'<0\\ \dfrac{1}{t_1}\, W_{j<}\exp\left[i(t_1z'-t_2z)\right], & z'>0,\quad z<0\\ \dfrac{1}{t_2}\, W_{j>}\exp\left[i(t_1z-t_2z')\right], & z'<0,\quad z>0\\ \dfrac{1}{t_2}\left[\exp(it_2|z-z'|)+(W_{j>}-1)\exp(-it_2(z+z'))\right], & z<0,\quad z'<0 \end{cases},$$

$$j=1,2,3$$

$$p_1(z)=\frac{\varepsilon_0(z)}{\varkappa^2-k_0^2\varepsilon_0(z)},\qquad p_2(z)=-1/k_0^2,\qquad p_3(z)=-1/\varepsilon_0(z)\varkappa^2,$$

$$k_1=k_0\sqrt{\varepsilon_1},\qquad k_2=k_0\sqrt{\varepsilon_2},\qquad t_1=\sqrt{k_1^2-\varkappa^2},\qquad t_2=\sqrt{k_2^2-\varkappa^2},\qquad \varepsilon=\varepsilon_2/\varepsilon_1,$$

$$W_{1>}=W_{3<}=\frac{2\varepsilon t_1}{\varepsilon t_1+t_2},\qquad W_{1<}=W_{3>}=\frac{2t_2}{\varepsilon t_1+t_2},$$

$$W_{2>}=\frac{2t_2}{t_1+t_2},\qquad W_{2<}=\frac{2t_1}{t_1+t_2}.$$

Недиагональные элементы связаны с диагональными следующим образом:

$$G_{13}(z,z')=\frac{\varkappa}{i}p_3(z)\frac{\partial G_{33}(z,z')}{\partial z},\qquad G_{31}(z,z')=\frac{\varkappa}{i}p_1(z)\frac{\partial G_{11}(z,z')}{\partial z}.$$

Коэффициенты $W_{j>}$ и $W_{j<}$ имеют смысл коэффициентов прохождения через границу раздела j-й компоненты плоской волны, удовлетворяющей условию излучения при $z\to\infty$ (знак $>$) и $z\to-\infty$ (знак $<$). Величины $1/p_j$ определяют скачок производной при переходе через точку возбуждения $z=z'$.

3. Тонкий случайно-неоднородный переходный слой. Полученное в разд. 1 интегральное уравнение (9) при наложении определенных ограничений на ядро можно решать методом последовательных приближений. При этом выделяются три случая: а) $kh\ll1$, $(\varepsilon_1-\varepsilon_2)/\varepsilon_1\sim1$; б) $kh\sim1$, $(\varepsilon_1-\varepsilon_2)/\varepsilon_1\ll1$; в) kh, $(\varepsilon_1-\varepsilon_2)/\varepsilon_1\ll1$. Ниже рассматривается решение для случая а), т. е. при малой толщине переходного слоя.

Считая, что толщина переходного слоя мала в масштабе длины волны, разложим в правой части (9) медленно меняющиеся в пределах слоя компоненты функции Грина и среднего поля в ряд по z' и z''. Взяв далее первые две итерации и удерживая в них члены порядка не выше k^2h^2, приходим к следующему выражению для среднего поля:

$$\langle P(\varkappa, z)\rangle = P_0(\varkappa, z) + \hat{G}(\varkappa, z, z'=0)\int dz'\, J'(z')\, P_0(\varkappa, z'=0) +$$

$$+ \hat{G}(\varkappa, z, z'=0)\int dz'\, dz''\, J'(z')\, \hat{G}(\varkappa, z'=0, z''=0)\, J'(z'')\, P_0(\varkappa, z''=0) + \quad (11)$$

$$+ \frac{\partial \hat{G}(\varkappa, z, z'=0)}{\partial z'}\int dz'\, z'\, J'(z')\, P_0(\varkappa, z'=0) + \hat{G}(\varkappa, z, z'=0)\int dz'\, z'\, J'(z')\, \times$$

$$\times \frac{\partial P_0(\varkappa, z'=0)}{\partial z'} + \hat{G}(\varkappa, z, z'=0)\int dz'\, dz''\, J''(\varkappa, z', z'')\, P_0(\varkappa, z'=0),$$

в котором компоненты функции Грина в операторе J'' берутся в точках $z'=z''=0$.

Рассмотрим падение на слой волны, приходящей из полупространства $z>0$. Входящее в (11) поле нулевого приближения P_0 определяется решением системы (4) с нулевой правой частью; коэффициенты прохождения W и отражения $V=W-1$ определены в разд. 2, причем в соответствии с принятым направлением падающего поля выбирается знак $<$. Интересуясь далее средним отраженным полем, будем искать эффективные коэффициенты отражения. Зададим падающую волну в виде $\mathscr{E}^{\text{пад}} = (\mathscr{E}_1^{\text{пад}}, \mathscr{E}_2^{\text{пад}}, \mathscr{E}_z^{\text{пад}})^{\text{т}} = j\exp(-i\sqrt{k_1^2-\varkappa^2}\, z$, $\mathscr{E}_z^{\text{пад}} = D^{\text{пад}}/\varepsilon_1$, j — единичный вектор поляризации. Рассмотрим два случая: горизонтальная $\gamma e=0$ и вертикальная $\gamma e_{\perp}=0$ поляризации падающей волны. Подставляя в (11) поле нулевого приближения и функцию Грина $\hat{G}$ согласно разд. 2, приходим к следующим коэффициентам отражения волн с нормированным волновым вектором $\tau=\varkappa/k_1$:

$$V_{\text{в}}(\tau) = V_{\text{в}0}(\tau)\times$$

$$\times\Bigg\{1-2ik_1\varepsilon\frac{\tau^2\sqrt{1-\tau^2}}{(\varepsilon+1)\tau^2-\varepsilon}A + \frac{2k_1^2\varepsilon(\varepsilon-1)\tau^4\sqrt{1-\tau^2}}{(\varepsilon\sqrt{1-\tau^2}+\sqrt{\varepsilon-\tau^2})[(\varepsilon+1)\tau^2-\varepsilon]}A^2 - 2k_1^2\times$$

$$\times\sqrt{1-\tau^2}\sqrt{\varepsilon-\tau^2}B + 2k_1^2\sqrt{1-\tau^2}\sqrt{\varepsilon-\tau^2}\frac{(\varepsilon+1)\tau^2}{(\varepsilon+1)\tau^2-\varepsilon}B_1 - 2k_1^4\sqrt{1-\tau^2}\frac{(1-\varepsilon)}{(\varepsilon+1)\tau^2-\varepsilon}\times$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\Bigg[\Bigg(\frac{\varepsilon\tau\tau_0-\sqrt{\varepsilon-\tau^2}\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}\cos\varphi}{\varepsilon\sqrt{1-\tau_0^2}+\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}}(\tau\tau_0+\sqrt{\varepsilon-\tau^2}\sqrt{1-\tau_0^2}\cos\varphi) +$$

$$+\frac{(\tau^2-\varepsilon)\sin^2\varphi}{\sqrt{1-\tau_0^2}+\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}}\Bigg)K(k_1(\tau-\tau_0)) + \frac{\tau\tau_0\sqrt{\varepsilon-\tau^2}(\varepsilon\sqrt{1-\tau_0^2}-\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2})}{\varepsilon\sqrt{1-\tau_0^2}+\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}}\times \quad (12а)$$

$$\times\cos\varphi\, K_1(k_1(\tau-\tau_0)) + \frac{\varepsilon\tau^2\tau_0^2}{\varepsilon\sqrt{1-\tau_0^2}+\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}}K_2(k_1(\tau-\tau_0))\Bigg]d\tau_0\Bigg\};$$

$$V_{\text{г}}(\tau) = V_{\text{г}0}(\tau)\Bigg\{1-2k_1^2\sqrt{1-\tau^2}\sqrt{\varepsilon-\tau^2}B - 2k_1^4\sqrt{1-\tau^2}(1-\varepsilon)\times \quad (12б)$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\Bigg(\frac{\cos^2\varphi}{\sqrt{1-\tau_0^2}+\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}} + \frac{\sqrt{1-\tau_0^2}\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}}{\varepsilon\sqrt{1-\tau_0^2}+\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}}\Bigg)K(k_1(\tau-\tau_0))d\tau_0\Bigg\};$$

$$V_{\text{г.в}}(\tau)=V_{\text{в.г}}(\tau)=\frac{W_{\text{г}0}(\tau)\,W_{\text{в}0}(\tau)\,k_1^4(1-\varepsilon)^2}{4\sqrt{1-\tau^2}}\times$$

$$\times\left\{\sqrt{\varepsilon-\tau^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}+\sqrt{1-\tau_0^2}}-\frac{\sqrt{1-\tau_0^2}\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}}{\varepsilon\sqrt{1-\tau_0^2}+\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}}\right)\times\right.$$

$$\times\cos 2\varphi\, K(k_1(\tau-\tau_0))d\tau_0+\tau\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tau_0\frac{\varepsilon\sqrt{1-\tau_0^2}-\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}}{\varepsilon\sqrt{1-\tau_0^2}+\sqrt{\varepsilon-\tau_0^2}}\sin\varphi\times \tag{12в}$$

$$\left.\times K_1(k_1(\tau-\tau_0))\,d\tau_0\right\},$$

где

$$W_{\text{г}0}=\frac{2\sqrt{1-\tau^2}}{\sqrt{1-\tau^2}+\sqrt{\varepsilon-\tau^2}},\quad W_{\text{в}0}=\frac{2\sqrt{1-\tau^2}}{\varepsilon\sqrt{1-\tau^2}+\sqrt{\varepsilon-\tau^2}},$$

$$V_{\text{г}0}=W_{\text{г}0}-1,\quad V_{\text{в}0}=\varepsilon W_{\text{в}0}-1,\quad A=\varepsilon_1\varepsilon_2(\varepsilon_2-\varepsilon_1)^{-1}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz\,z\frac{d\langle 1/\varepsilon(\mathbf{r})\rangle}{dz},$$

$$B=-(\varepsilon_2-\varepsilon_1)^{-1}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz z^2\frac{d\langle\varepsilon(\mathbf{r})\rangle}{dz},\quad B_1=\frac{1}{2}(\varepsilon_2-\varepsilon_1)^{-1}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz z^2\frac{d}{dz}\langle 1/\varepsilon(\mathbf{r})+\varepsilon(\mathbf{r})\rangle,$$

$$K(\varkappa)=(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^{-2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'\,dz''\,\Phi_{11}(\varkappa;z',z''), \tag{13}$$

$$K_1(\varkappa)=-(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^{-2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'\,dz''\,[\Phi_{11}(\varkappa;z',z'')+\varepsilon_1\varepsilon_2\Phi_{12}(\varkappa;z',z'')],$$

$$K_2(\varkappa)=(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^{-2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'dz''[\varepsilon_1^2\varepsilon_2^2\Phi_{22}(\varkappa;z',z'')-\Phi_{11}(\varkappa;z',z'')].$$

Коэффициенты $V_{\text{г.в}}=V_{\text{в.г}}$ характеризуют отражение в ортогональную поляризацию: при падении единичной горизонтально-поляризованной волны

$$\langle D(\varkappa)\rangle=\tau\varepsilon_1 V_{\text{в.г}}\exp(i\sqrt{k_1^2-\varkappa^2}\,z),$$

$$\langle \mathscr{E}_1(\varkappa)\rangle=-\sqrt{1-\tau^2}\,V_{\text{в.г}}\exp(i\sqrt{k_1^2-\varkappa^2}\,z),$$

а при падении вертикально-поляризованной волны —

$$\langle \mathscr{E}_2(\varkappa)\rangle=V_{\text{в.г}}\exp(i\sqrt{k_1^2-\varkappa^2}\,z).$$

При падении на слой плоской волны коэффициенты $V_{\text{г}}$, $V_{\text{в}}$ и $V_{\text{г.в}}$ непосредственно определяют отраженное поле. Если в качестве плоскости падения выбрать XOZ, то в (12) подставляем $\tau_x=\cos\alpha$, $\tau_y=0$, где α — угол скольжения. Отметим, что при использовании формул (12) модель переходного слоя должна задаваться таким образом, чтобы не возникла расходимость интегралов (13), содержащих функцию $1/\varepsilon(\mathbf{r})$. Такая расходимость может появиться, если флуктуационная компонента диэлектрической проницаемости задается распределением с бесконечно длинными «хвостами», например гауссовым. Если, однако, стандарт флуктуационной компоненты мал по сравнению со средним профилем $\langle\varepsilon\rangle$, можно воспользоваться первыми членами разложения:

$$1/\varepsilon(\mathbf{r})=1/(\langle\varepsilon\rangle+\delta\varepsilon)\simeq 1/\langle\varepsilon\rangle-\delta\varepsilon/\langle\varepsilon\rangle^2+(\delta\varepsilon)^2/\langle\varepsilon\rangle^3-\dots$$

4. Влияние размытости границы на коэффициенты отражения по среднему полю. Результаты предыдущего раздела дают возможность выявить некоторые особенности рассеяния на размытых переходах по сравнению с рассеянием на резких, т. е. на шероховатых поверхностях. Зададим диэлектрическую проницаемость в виде

$$\varepsilon(\mathbf{r})=\varepsilon_2+(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\,\eta[z-\zeta(\boldsymbol{\rho})],$$

где η — функция единичного скачка, ζ — однородное поле возвышений шероховатой поверхности, $\langle\zeta\rangle=0$. Для поля $1/\varepsilon(\mathbf{r})$ в этом случае имеем

$$1/\varepsilon(\mathbf{r})=1/\varepsilon_2+(1/\varepsilon_1-1/\varepsilon_2)\,\eta[z-\zeta(\boldsymbol{\rho})].$$

Вычисляя согласно (13) входящие в (12) коэффициенты, получаем, что для шероховатой поверхности

$$A=B_1=K_1=K_2=0,\qquad K=\Phi_\zeta(\varkappa),\qquad B=\langle\zeta^2\rangle,$$

где $\Phi_\zeta(\varkappa)$ — спектральная плотность возвышений. Дальнейшее рассмотрение проведем для случая больших в масштабе длины волны радиусов корреляции неоднородностей l в плоскостях, параллельных средней плоскости: $k_1 l\gg 1$.

а) Горизонтально поляризованная волна. Вычисляя интеграл в (12б) методом перевала, получаем:

для поверхности

$$V_\text{г}=V_{\text{г}0}[1-2k_1^2(1-\tau^2)\langle\zeta^2\rangle],\tag{14а}$$

для переходного слоя —

$$V_\text{г}=V_{\text{г}0}[1-2k_1^2\sqrt{1-\tau^2}\sqrt{\varepsilon-\tau^2}B+2k_1^2\sqrt{1-\tau^2}(\sqrt{\varepsilon-\tau^2}-\sqrt{1-\tau^2})\times$$
$$\times(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^{-2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'\,dz''\,R(\rho=0,z',z'')],\tag{14б}$$

где $R(\rho,z',z'')$ — функция корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости.

Из (14а) следует, что для поверхности поправка пропорциональна квадрату синуса угла скольжения. Такая простая зависимость для слоя имеет место лишь в случае согласованности случайной и средней компонент диэлектрической проницаемости

$$(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^{-2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'\,dz''\,R(0,z',z'')=B,$$

при этом B и $K(\varkappa)$ можно рассматривать как дисперсию и спектральную плотность возвышений некоторой эквивалентной поверхности. Другой особенностью рассеяния на слое является возможность усиления среднего поля по сравнению с отраженным от плоскости. Это происходит, если велика случайная компонента диэлектрической проницаемости: пренебрегая в (14б) членом, содержащим средний профиль, имеем

$$V_\text{г}=V_\text{г0}\left[1+2k_1^2\sqrt{1-\tau^2}\,(\sqrt{\varepsilon-\tau^2}-\sqrt{1-\tau^2})\,(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^{-2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'dz''R(0,z',z'')\right].$$

Поскольку при рассеянии поверхностью поле ослабляется, то при рассеянии на поверхности, покрытой объемными неоднородностями, возможна взаимная компенсация этих эффектов.

б) Вертикально поляризованная волна. Для отождествления объемного перехода с некоторой эквивалентной поверхностью в этом случае, кроме согласованности средней и флуктуационной компонент поля $\varepsilon(\boldsymbol{r})$, требуется достаточная малость коэффициентов A, B_1, K_1, K_2. Однако и при выполнении этих условий эквивалентная поверхность не дает правильного описания среднего поля, если волна падает на слой под углами, близкими к углу Брюстера. Рассмотрим качественно влияние размытости в этом диапазоне углов. Для шероховатой поверхности, вычисляя сохраняющийся в (12а) интеграл методом перевала, имеем аналогично случаю горизонтальной поляризации $V_\text{в}=V_\text{в0}\times\times[1-2k_1^2(1-\tau^2)\langle\zeta^2\rangle]$. Поэтому вблизи угла Брюстера ($\tau\simeq\sqrt{\varepsilon/(\varepsilon+1)}$, $V_\text{в0}\simeq 0$) для нахождения среднего поля требуется вычисление следующего члена в асимптотическом разложении интеграла по параметру $1/k_1l\ll 1$: этот член обусловливает сдвиг угла Брюстера в эффективном коэффициенте отражения по сравнению с $\tau=\sqrt{\varepsilon/(\varepsilon+1)}$. При рассеянии волны на объемных неоднородностях поправка к коэффициенту отражения имеет мнимую часть, так что модуль эффективного коэффициента отражения во всем диапазоне углов отличен от нуля, а минимум $|V_\text{в}|$ смещен относительно $\tau=\sqrt{\varepsilon/(\varepsilon+1)}$. Само же поле в окрестности этого минимума, как следует из (12а), имеет порядок $\sim k_1h$. Таким образом, наличие при $k_1l\gg 1$ значительного ($\sim k_1h$) среднего поля при углах падения $\tau\simeq\sqrt{\varepsilon/(\varepsilon+1)}$ (т. е. отсутствие угла Брюстера) свидетельствует о преимущественно объемном характере неоднородностей границы раздела сред.

Полученное в разд. 1 интегральное уравнение (9) решалось выше методом итераций. Возможен и другой подход к его решению. Для этого разложим в (9) входящие под интегралы функции в ряды по z' и z'' в пределах слоя. Дифференцируя полученное выражение по z, имеем еще одно соотношение. Устремляя затем z поочередно к $+0$ и -0, приходим к системе четырех уравнений относительно значений среднего поля и его нормальных к поверхности $z=0$ производных в точках $z=\pm 0$, что эквивалентно получению граничных условий на средней плоскости, при помощи которых нетрудно получить тензор эффективного импеданса.

В работе получено решение задачи рассеяния электромагнитной волны на случайно-неоднородном переходе малой по сравнению с длиной волны толщины. Методической основой при этом является сведение задачи к задаче объемного рассеяния. Полученные в работе результаты могут быть использованы для интерпретации данных эллипсометрии при определении параметров полированных поверхностей, для исследования аномальных эффектов при рассеянии рентгеновского излучения поверхностью твердого тела, в которых определенную роль играют объемные неоднородности приповерхностного слоя [10, 11], и в ряде других задач. Выявленные отличия при рассеянии волн на размытых и резких переходах могут служить критерием при их экспериментальной идентификации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рэлей Дж. В. Теория звука. — М.: Гостехиздат, 1955. Т. 2.
2. Андронов А. А. Собрание трудов. — М.: Изд. АН СССР, 1956.
3. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972.
4. Maradudin A. A., Mills D. L. // Phys. Rev. B. 1975. V. 11. P. 1392.

5. Виноградов А. В., Зорев Н. Н., Кожевников И. В., Якушкин И. Г. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 6. С. 2124.
6. Антонов В. А., Пшеницын В. И. // Опт. и спектр. 1984. Т. 56. Вып. 1. С. 146.
7. Жук Н. П. и др. // ДАН УССР. 1986. Сер. А. № 3. С. 63.
8. Брюховецкий А. С., Фукс И. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 11. С. 1400.
9. Бродский А. М., Урбах М. И. // УФН. 1982. Т. 138. Вып. 3. С. 413.
10. Elson J. M. // Phys. Rev. B. 1984. V. 30. P. 5460.
11. Андреев А. В. // УФН. 1985. Т. 145. С. 113.

Институт физики атмосферы
АН СССР

Поступила в редакцию
8 мая 1987 г.,
после доработки
5 ноября 1987 г.

ON THE UNITED DESCRIPTION OF THE INFLUENCE OF THE VOLUME AND SURFACE RANDOM INHOMOGENEITIES ON THE REFLECTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY THE BOUNDARY OF THE TWO MEDIA

A. G. Slutskij, I. G. Yakushkin

The problem of the scattering of electromagnetic wave by a randomly inhomogeneous boundary containing both volume and surface inhomogeneities is considered. The closed integral equation for mean field is obtained. The effective coefficients of reflection have been calculated for both polarizations of the incident wave.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Шен И. Р. Принципы нелинейности оптики: Пер. с англ. / Под ред. С. А. Ахманова. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989 (I кв.). — 35 л.

Дано систематическое изложение основ современной нелинейной оптики, начиная с теории нелинейных восприимчивостей и кончая нелинейной оптикой волоконных световодов, поверхности и плазмы. Большое внимание уделено методам нелинейной лазерной спектроскопии, многофотонному возбуждению и диссоциации молекул. Строгий теоретический анализ различных нелинейных эффектов подкреплен обширным экспериментальным материалом, количественными оценками.

Для научных работников, инженеров, а также аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области квантовой электроники, нелинейной оптики и спектроскопии.

Электродинамика антенн с полупрозрачными поверхностями: Методы конструктивного синтеза / Н. Н. Войтович, Б. З. Каценеленбаум, Е. Н. Коршунова и др.; Под ред. Б. З. Каценеленбаума и А. Н. Сивова. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989 (III кв.). — 11 л.

Предложена и развита дифракционная теория синтеза антенн, представляющих собой замкнутые полупрозрачные поверхности, на которых наводятся токи расположенными внутри облучателями. Интерес к таким антеннам связан со свойствами полей, создаваемых токами на замкнутых поверхностях, и с простотой возбуждения этих токов. Теория позволяет рассчитать геометрические и электродинамические параметры, обеспечивающие заданные характеристики антенн, преобразователей и резонансных рассеивателей.

Для специалистов по теории антенн, дифракции и математической физике, а также аспирантов и студентов старших курсов физических и радиотехнических вузов.

Николис Дж. Динамика иерархических систем: Эволюционное представление: Пер. с англ. — М.: Мир, 1989 (IV кв.). — 30 л.

Книга по синергетике посвящена развитию общего подхода к исследованию динамики сложных нелинейных систем. Особое внимание уделяется анализу проблемы образования и диссипации той новой информации, которая возникает в процессе развития различных физических и биологических систем. В приложении исследуется роль внешних воздействий (шума) на динамику развития различных систем.

Для специалистов — физиков, математиков, химиков и биологов, а также студентов и аспирантов.