ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том 32, № 2 РАДИОФИЗИКА 1989

УДК 538.566.2

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

А. Г. Фокин, Т. Д. Шермергор

Рассмотрено рассеяние электромагнитных волн статистически однородными и изотропными материалами. Развит единый метод расчета показателя рассеяния γ, фазовой v и групповой c скоростей в приближении Бурре во всем диапазоне длин волн. Получены асимптотические выражения для γ, v и c.

1. Введение. Проблемы, связанные с распространением электромагнитных волн в случайно-неоднородных средах привлекают к себе внимание в связи с многочисленными областями их применения в технике. Особенности распространения волн в таких средах рассмотрены в [1-4]. Ниже решается задача распространения электромагнитных волн в микронеоднородных средах с учетом пространственной дисперсии, обусловленной неоднородностью среды.

Пусть в микронеоднородной среде распространяется монохроматическая волна

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 \exp[i(\boldsymbol{kr} - \omega t)]. \tag{1.1}$$

Среднюю амплитуду будем считать постоянной, и в этом смысле волну можно понимать как плоскую. Аналогичная (1.1) зависимость имеет место и для вектора $\boldsymbol{D}$. Учитывая это, запишем волновое уравнение в виде

$$L_{ij}E_j=0, \quad L_{ij}\equiv\nabla^2\delta_{ij}-\nabla_i\nabla_j+k_0^2\varepsilon_{ij}, \quad k_0\equiv\omega/c_0. \tag{1.2}$$

Здесь c_0 — скорость света в вакууме. Обозначая угловыми скобками статистическое усреднение, а знаком $\wedge$ — интегральный оператор, будем иметь

$$\langle D_i\rangle = \hat{\varepsilon}^*_{ij}\langle E_j\rangle. \tag{1.3}$$

Учитывая (1.1), запишем

$$\langle \boldsymbol{E}\rangle = \langle E\rangle_0 \exp[i(\boldsymbol{k}_* \boldsymbol{r} - \omega t)]; \tag{1.4}$$

$$\boldsymbol{k}_* = k_* \boldsymbol{n}, \quad k_* \equiv k^{(1)} + ik^{(2)}. \tag{1.5}$$

Волновой вектор $\boldsymbol{k}_*$ является решением дисперсионного уравнения

$$\det[L^*_{ij}(\boldsymbol{k}_*)] = 0, \quad L^*_{ij}(\boldsymbol{k}) \equiv k_i k_j - k^2\delta_{ij} + k_0^2\varepsilon^*_{ij}(\boldsymbol{k}), \tag{1.6}$$

соответствующего волновому уравнению для среднего поля

$$\hat{L}^*_{ij}\langle E_j\rangle = 0, \quad \hat{L}^*_{ij} \equiv \nabla^2\delta_{ij} - \nabla_i\nabla_j + k_0^2\hat{\varepsilon}^*_{ij}. \tag{1.7}$$

Оператор $\hat{\varepsilon}^{*}_{ij}$ в общем случае нелокален. Ядро этого интегрального оператора обозначим через $\varepsilon^{*}_{ij}(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$.

Тензор $\varepsilon_*(\boldsymbol{k})$ в (1.6) является фурье-образом ядра $\varepsilon_*(\boldsymbol{r})$:

$$\varepsilon_*(\boldsymbol{k}) = \int \varepsilon_*(\boldsymbol{r}) \exp(-i\boldsymbol{kr})\, d\boldsymbol{r}. \tag{1.8}$$

В некоторых случаях пространственной дисперсией пренебрегают [1-3]. В этом приближении $\varepsilon_*(\boldsymbol{k}) = \mathrm{const} \equiv \varepsilon_*$, $\varepsilon_*(\boldsymbol{r}) = \varepsilon_* \delta(\boldsymbol{r})$. Однако ниже аналогично [5] пространственная дисперсия, определяемая некоторым масштабом корреляций, предполагается существенной, а ее учет необходимым.

2. Рассеяние электромагнитных волн на неоднородностях тензора диэлектрических проницаемостей. Для решения уравнения (1.2) воспользуемся методом [6], основанным на введении некоторой вспомогательной среды (среды сравнения), диэлектрические свойства которой описываются тензором ε_c. При этом решение задачи

$$L^c_{ij} E_j = 0, \quad L^c_{ij} \equiv \nabla^2 \delta_{ij} - \nabla_i \nabla_j + k_0^2 \varepsilon^c_{ij} \tag{2.1}$$

для среды сравнения, геометрически идентичной исходной, предполагается известным. Используя (1.2) и (2.1), запишем

$$\begin{gathered} L^c_{ij} E'_j = - L'_{ij} E_j, \\ E'_j = E_j - E^c_j, \quad L'_{ij} \equiv L_{ij} - L^c_{ij} = k_0^2 \varepsilon'_{ij}, \quad \varepsilon'_{ij} \equiv \varepsilon_{ij} - \varepsilon^c_{ij}. \end{gathered} \tag{2.2}$$

Вводя тензор Грина оператора L^c_{ij} уравнением

$$L^c_{ik} G_{kj}(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = - \delta_{ij} \delta(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2) \tag{2.3}$$

с соответствующими граничными условиями, из (2.2) найдем

$$E_i = E^c_i + k_0^2 \hat{G}_{ik} \varepsilon'_{kj} E_j, \tag{2.4}$$

где через $\hat{G}$ обозначен интегральный оператор, ядром которого является тензор Грина $G(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$. Подействуем на обе части уравнения (2.4) оператором центрирования T: $TF \equiv F - \langle F \rangle$. Это дает

$$E_i = \langle E_i \rangle + k_0^2 \hat{G}_{ik} T \varepsilon'_{kj} E_j. \tag{2.5}$$

Из равенства (2.5) находим

$$E_i = \hat{A}_{ij} \langle E_j \rangle, \quad (\delta_{il} - k_0^2 \hat{G}_{ik} T \varepsilon'_{kl}) A_{lj} = \delta_{ij}. \tag{2.6}$$

Оператор $\hat{A}$ при соответствующем выборе параметра сравнения ε_c может быть представлен в виде ряда Неймана [6]. Используя определение (1.3) и решение (2.6), найдем

$$\hat{\varepsilon}_* = \langle \varepsilon \hat{A} \rangle. \tag{2.7}$$

Ограничимся приближением Бурре [4]. В этом случае из (2.7) будем иметь

$$\hat{\varepsilon}_* = \langle \varepsilon \rangle + k_0^2 \langle \varepsilon'' \hat{G} \varepsilon'' \rangle, \quad \varepsilon'' \equiv T\varepsilon. \tag{2.8}$$

Используя (1.4), перейдем от операторного равенства (2.8) к тензорному [5]

$$\varepsilon^{*}_{ij} \equiv \varepsilon^{*}_{ij}(\boldsymbol{k}_*) = \langle \varepsilon_{ij} \rangle + \langle \varepsilon''_{ik} F^0_{kl} \varepsilon''_{lj} \rangle. \tag{2.9}$$

В (2.9) предполагается, что флуктуации ε''_{ik} и ε''_{lj} взяты в одной точке, а тензор F^0_{kl} имеет вид

$$F^0_{kl} = k_0^2 \int d\mathbf{r}\, \varphi(\mathbf{r})\, G_{kl}(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k}_* \mathbf{r}). \tag{2.10}$$

Здесь учтено, что для макрооднородной среды $G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = G(\mathbf{r})$, а также принято

$$\langle \varepsilon''_{ik}(\mathbf{r}+\mathbf{r}_1)\varepsilon''_{lj}(\mathbf{r}_1)\rangle = \langle \varepsilon''_{ik}(\mathbf{r}_1)\varepsilon''_{lj}(\mathbf{r}_1)\rangle\, \varphi(\mathbf{r}) \equiv A^{lk}_{ij}\varphi(\mathbf{r}). \tag{2.11}$$

Предположим, что неоднородная среда обладает еще и свойством статистической изотропности, учитывая которое, функцию φ выберем в виде [7] $\varphi(\mathbf{r}) = \exp(-r/a)$, где a — масштаб корреляций. Рассмотрим однородную и изотропную среду сравнения. Тогда $\varepsilon^c_{ij} = \varepsilon_c\delta_{ij}$, $\varepsilon_c = \mathrm{const}$. Это позволяет выразить тензор Грина $G(\mathbf{r})$ через функцию Грина $H(\boldsymbol{\xi})$ уравнения Гельмгольца

$$G_{ij}(\mathbf{r}) = k_c\, G_{ij}(\boldsymbol{\xi}), \quad G_{ij}(\boldsymbol{\xi}) = (\delta_{ij} + \nabla^0_i \nabla^0_j) H(\boldsymbol{\xi}); \tag{2.12}$$

$$(\Delta^0 + 1) H(\boldsymbol{\xi}) = -\delta(\boldsymbol{\xi}), \quad \Delta^0 \equiv \nabla^0_l \nabla^0_l, \quad \nabla^0_l \equiv \partial/\partial\xi_l; \tag{2.13}$$

$$H(\boldsymbol{\xi}) = \exp(i\xi)/4\pi\xi, \quad \boldsymbol{\xi} \equiv k_c \mathbf{r}. \tag{2.14}$$

Подставляя (2.12) и (2.14) в (2.10), получим

$$\begin{gathered} F_{ij} \equiv \varepsilon_c F^0_{ij} \equiv F_\tau \tau_{ij} + F_n n_{ij}, \quad F_\tau \equiv f_1 + f_2, \quad F_n \equiv -1 - 2f_2, \\ \tau_{ij} + n_{ij} = \delta_{ij}, \quad n_{ij} \equiv n_i n_j, \quad n_i \equiv k^*_i/k_*; \end{gathered} \tag{2.15}$$

$$\begin{gathered} f_1(x) = \frac{q^2}{x^2 - (i+q)^2}, \quad f_2(x) = \frac{1+iq}{2x^2} - \frac{1+x^2+q^2}{2x^3} \operatorname{arctg} \frac{x}{1-iq}, \\ x \equiv ak_*, \quad q \equiv ak_c, \quad k_c^2 \equiv \varepsilon_c k_0^2. \end{gathered} \tag{2.16}$$

Подставляя (2.15) в (2.9) и используя (2.11), запишем

$$\varepsilon^*_{ij} = \langle \varepsilon_{ij} \rangle + \varepsilon_c (F_\tau \bar{A}^{lk}_{jl} \tau_{kl} + F_n \bar{A}^{lk}_{jl} n_{kl}), \quad \bar{A}^{lk}_{jl} \varepsilon_c^2 \equiv A^{lk}_{jl}. \tag{2.17}$$

Параметр ε_c, вообще говоря, произвольный. Однако выбор ε_c существенно влияет на условия сходимости ряда, в форме которого обычно представляется оператор $\hat{A}$ из (2.6). Для стационарной задачи подобные условия были получены в [6].

3. Макроизотропные среды. Рассмотрим случай макроизотропной среды, когда различные моменты поля $\varepsilon(\mathbf{r})$ представляют собой изотропные тензоры соответствующих рангов. В частности для $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$ и A^{ij}_{kl} запишем

$$\begin{gathered} \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \langle \varepsilon \rangle \delta_{ij}, \quad \bar{A}^{ij}_{kl} = A_1 V_{ijkl} + A_2 D_{ijkl}, \\ 3V_{ijkl} \equiv \delta_{ij}\delta_{kl}, \quad V_{ijkl} + D_{ijkl} = I_{ijkl} \equiv (1/2)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}), \\ 3\varepsilon \equiv \varepsilon_{ii}, \quad 3A_1 \equiv \bar{A}^{ii}_{jj}, \quad 5A_2 \equiv \bar{A}^{ij}_{ij} - A_1. \end{gathered} \tag{3.1}$$

Из (3.1) для сверток тензора $\bar{A}$ найдем

$$\begin{gathered} \bar{A}^{lk}_{jl} \tau_{kl} = (1/6)(2A_1 + 7A_2)\tau_{ij} + A_2 n_{ij}, \\ \bar{A}^{lk}_{jl} n_{kl} = (1/2) A_2 \tau_{ij} + (1/3)(A_1 + 2A_2) n_{ij}. \end{gathered} \tag{3.2}$$

Подставляя (3.1) и (3.2) в (2.17), получим

$$\varepsilon_* = \varepsilon_\tau^* \tau + \varepsilon_n^* n, \quad \varepsilon_a^* \equiv \varepsilon_c (1+M_a), \quad a=\tau, n; \tag{3.3}$$

$$M_\tau = \langle \bar{\varepsilon}' \rangle + (1/6)(2A_1+7A_2)F_\tau + (1/2)A_2 F_n,$$

$$M_n = \langle \bar{\varepsilon}' \rangle + A_2 F_\tau + (1/3)(A_1+2A_2)F_n, \tag{3.4}$$

$$\bar{\varepsilon}' \equiv \varepsilon'/\varepsilon_c = (\varepsilon - \varepsilon_c)/\varepsilon_c.$$

Параметр ε_c выберем из условия $\langle \varepsilon' \rangle = 0$. Подстановка (3.3) в дисперсионное уравнение (1.6) приводит его к виду

$$x^2 = q^2 [1+M_\tau(x)], \quad \boldsymbol{n} \cdot \langle \boldsymbol{E} \rangle = 0 \tag{3.5}$$

в рассматриваемом ниже случае поперечных волн.

Первое из равенств (3.5) представляет собой трансцендентное уравнение, которое в общем случае может иметь несколько корней в верхней полуплоскости. Однако среди них существен лишь один корень с наименьшей мнимой частью [1]. Приближение Бурре предполагает наличие малого параметра. В качестве достаточного условия используем неравенство

$$|M(x)| \ll 1, \quad M \equiv M_\tau. \tag{3.6}$$

Обозначая посредством x_n n-е приближение для соответствующего корня уравнения (3.5), запишем итерационную процедуру

$$x_{(n+1)} = q\,[1+M(x_n)]^{1/2}, \quad x_{(0)} = q. \tag{3.7}$$

Найденное в любом, кроме нулевого, приближении значение искомого корня представим в форме, аналогичной (1.5). С учетом условия (3.6) это дает

$$x = q\left(1 + \frac{1}{2}M - \frac{1}{8}M^2 + \dots\right) \equiv x^{(1)} + ix^{(2)}, \quad M \equiv M^{(1)} + iM^{(2)}. \tag{3.8}$$

Фазовая скорость будет определяться выражением

$$\bar{v}_* \equiv \frac{v_*}{v_c} = \frac{q}{x^{(1)}} \approx \left[1 + \frac{1}{2}M^{(1)}\right]^{-1}, \quad v_c \equiv \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_c}}. \tag{3.9}$$

Аналогично для групповой скорости

$$\bar{c}_* \equiv \frac{c_*}{v_c} = \left[\frac{dx^{(1)}}{dq}\right]^{-1} \approx \left[1 + \frac{1}{2}\left(1 + q\frac{d}{dq}\right)M^{(1)}\right]^{-1} \tag{3.10}$$

или учитывая малость величины $M^{(1)}$ согласно неравенству (3.6)

$$\bar{c}_* \approx \bar{v}_* - q^2 \frac{dM^{(1)}}{dq^2}. \tag{3.11}$$

Наконец, для безразмерного показателя рассеяния $\bar{\gamma} \equiv a\gamma$ согласно (1.5) будем иметь

$$\bar{\gamma} = 2\,\mathrm{Im}\,x = 2x^{(2)} \approx qM^{(2)}\left[1 - \frac{1}{2}M^{(1)}\right]. \tag{3.12}$$

4. Асимптотика длинных волн. Формулы (3.9)—(3.12) могут быть приведены к более простому виду в случае длинных $q \ll 1$ и коротких $q \gg 1$ волн. Рассмотрим сначала первый из них. В этом случае согласно (3.9) $x^{(1)} \ll 1$, и при решении уравнения (3.7) можно ограничиться первым приближением, полагая $M(x) = M(q)$.

Для расчета величины $M(q)$ примем $x\approx q$ и разложим $f_\alpha(q)$ из (2.16) в степенные ряды. Тогда для $M^{(1)}$ и $M^{(2)}$ будем иметь

$$M^{(1)}=-\frac{1}{9}(A_1+5A_2)+\frac{1}{90}(22A_1+101A_2)q^2,\quad M^{(2)}=\frac{4}{9}(A_1+5A_2)q^3. \tag{4.1}$$

Подставляя (4.1) в (3.9)—(3.12), получим

$$\begin{gathered}\bar{v}_*=1+\frac{1}{18}(A_1+5A_2)-\frac{1}{180}(22A_1+101A_2)q^2,\\ \bar{c}_*=\bar{v}_*-\frac{1}{90}(22A_1+101A_2)q^2,\\ \bar{\gamma}=\frac{4}{9}(A_1+5A_2)q^4,\quad q\ll 1.\end{gathered} \tag{4.2}$$

Для механической смеси изотропных компонентов будем иметь [7]

$$A_1=3D_{\bar{\varepsilon}},\quad A_2=0,\quad D_{\bar{\varepsilon}}\equiv\langle(\bar{\varepsilon}'')^2\rangle,\quad \bar{\varepsilon}\equiv\varepsilon\langle\varepsilon\rangle^{-1}. \tag{4.3}$$

Подставляя (4.3) в (4.2), найдем

$$\bar{v}_*=1+\frac{1}{6}D_{\bar{\varepsilon}}-\frac{11}{30}D_{\bar{\varepsilon}}q^2,\quad \bar{c}_*=\bar{v}_*-\frac{11}{15}D_{\bar{\varepsilon}}q^2,\quad \bar{\gamma}=\frac{4}{3}D_{\bar{\varepsilon}}q^4. \tag{4.4}$$

Для поликристаллической среды [7]

$$A_1=0,\quad A_2=\frac{2}{15}\left[\sum(\bar{\varepsilon}_{ii})^2+\sum_{i<j}\left[3(\bar{\varepsilon}_{ij})^2-\bar{\varepsilon}_{ii}\bar{\varepsilon}_{jj}\right]\right], \tag{4.5}$$

где $\bar{\varepsilon}_{ij}\equiv\varepsilon_{ij}\langle\varepsilon\rangle^{-1}$ — нормированные значения компонент тензора диэлектрических проницаемостей соответствующего монокристалла в кристаллофизических осях. В этом случае из (4.4) будем иметь

$$\begin{gathered}\bar{v}_*=1+\frac{5}{18}A_2-\frac{101}{180}A_2q^2,\quad \bar{c}_*=\bar{v}_*-\frac{101}{90}A_2q^2,\\ \bar{\gamma}=\frac{20}{9}A_2q^4,\quad q\ll 1.\end{gathered} \tag{4.6}$$

5. Асимптотика коротких волн. При рассмотрении коротковолновой асимптотики $q\gg 1$ в силу (3.8) справедливо также и неравенство $x^{(1)}\gg 1$, откуда с учетом (2.16) следует $|f_2|\ll|f_1|$. В этом случае будем иметь

$$F_\tau\approx f_1=\frac{q^2}{1+qm-i2q},\quad F_n\approx -1,\quad m\equiv qM. \tag{5.1}$$

Подставляя (5.1) в (3.3) с учетом $\langle\bar{\varepsilon}'\rangle=0$, получим уравнение

$$\begin{gathered}m^2-2m(i-R_+)-(Aq^2-B+i2Bq)=0,\\ 6A\equiv 2A_1+7A_2,\quad 2B\equiv A_2,\quad R_\pm\equiv\frac{1\pm Bq^2}{2q},\end{gathered} \tag{5.2}$$

решая которое, найдем

$$m_\pm=i-R_+\pm Y,\quad Y^2\equiv(i-R_-)^2+Aq^2. \tag{5.3}$$

Представляя $m_\pm$ согласно (3.12) в виде $m_\pm^{(1)}+im_\pm^{(2)}$, для суммы корней запишем

$$m_+ + m_- = 2(i - R_+), \quad m_+^{(1)} + m_-^{(1)} = -2R_+, \quad m_+^{(2)} + m_-^{(2)} = 2. \tag{5.4}$$

Поскольку, как указывалось выше, существенным является решение с наименьшим $\bar{\gamma}$ (ниже оно будет свободно от индекса + или —), равенство $\bar{\gamma}_+ + \bar{\gamma}_- \approx 2$ позволяет найти максимальное значение показателя рассеяния для этого решения. Легко видеть, что предельное значение $\bar{\gamma}$ равно единице. Исследуем две асимптотики решения (5.3): $\bar{q} \equiv qA^{1/2} \ll |i - R_-|$ и $\bar{q} \gg |i - R_-|$. С учетом обозначения (5.2) эти неравенства сводятся к более простым $\bar{q} \ll 1$ и $\bar{q} \gg 1$.

В первом случае из (5.3) будем иметь

$$\begin{gathered} x^{(1)} = q + \frac{1}{2} m^{(1)} = q\left[1 + \frac{1}{48}(2A_1 - 5A_2)\right], \\ \bar{v}_* \approx \bar{c}_* = 1 - \frac{1}{48}(2A_1 - 5A_2), \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{2}\bar{q}^2, \quad \bar{q} \ll 1. \end{gathered} \tag{5.5}$$

Здесь в отличие от (4.2) $\bar{\gamma} \sim q^2$. Для композитов $A_2 = 0$, и поэтому $\bar{c}_* < 1$, тогда как для однофазных поликристаллов $A_1 = 0$ и $\bar{c}_* > 1$. Для многофазных поликристаллов $A_1 \neq 0$, $A_2 \neq 0$ и могут реализовываться оба случая $c_* \gtrless 1$.

В противоположном случае, когда $\bar{q} \gg 1$, (5.3) принимает вид

$$m = i - R_+ + \bar{q} + \frac{1}{2\bar{q}}(i - R_-)^2. \tag{5.6}$$

Теперь, вместо (5.5), будем иметь

$$\begin{gathered} x^{(1)} = q(1 + (1/2)A^{1/2}), \quad \bar{q} \gg 1, \\ \bar{\gamma} \approx \bar{v}_* \approx \bar{c}_* = 1 - (1/2)A^{1/2}, \quad A_2 = 0 \end{gathered} \tag{5.7}$$

— в случае смесей и

$$\begin{gathered} x^{(1)} = q(1 + (1/2)A^{1/2}), \quad \bar{q} \gg 1, \\ \bar{v}_* \approx \bar{c}_* = 1 - (1/2)A^{1/2}, \quad \bar{\gamma} = 1 - (2/7)A^{1/2}, \quad A_1 = 0 \end{gathered} \tag{5.8}$$

— в случае поликристаллов.

Таким образом, в обоих случаях $\bar{v}_* \approx \bar{c}_* \approx \bar{\nu} \approx 1$ при $q \to \infty$.

6. Обсуждение результатов. Приведем выражения для эффективного показателя преломления $\bar{n}_* \equiv k_*/k_c$ и показателя рассеяния $\bar{\gamma}$ в диапазонах длинных, коротких и ультракоротких волн. Величины, относящиеся к этим диапазонам, обозначим индексами l, s и u соответственно. Используя формулы (3.8), (3.12), (4.1), (5.1), (5.2) и (5.6), запишем

$$\begin{gathered} \bar{n}_l^* = 1 - \frac{1}{18}(A_1 + 5A_2) + \frac{1}{180}q^2(22A_1 + 101A_2) + i\frac{2}{9}q^3(A_1 + 5A_2), \\ \bar{n}_* = \frac{n_*}{n_c}, \quad \bar{\gamma}_l = \frac{4}{9}q^4(A_1 + 5A_2), \quad q \ll 1; \end{gathered} \tag{6.1}$$

$$\bar{n}_s^* = 1 + \frac{1}{8}(A - 4B) + i\frac{1}{4}qA,$$
$$\bar{\gamma}_s = \frac{1}{2}q^2A, \quad 1 \ll q \ll A^{-1/2}; \tag{6.2}$$

$$\bar{n}_u^* = 1 + \frac{1}{2}\left(A^{1/2} - \frac{1}{2}B\right) + i\frac{1}{2q}\left[1 - \frac{1}{2}(A - B)A^{-1/2}\right],$$
$$\bar{\gamma} = 1 - \frac{1}{2}(A - B)A^{-1/2}, \quad 1 \ll A^{-1/2} \ll q. \tag{6.3}$$

Формулы (6.1) и (6.2) получены без учета пространственной дисперсии и аналогичны результатам работ [1, 2, 8]. Формулы же (6.3) учитывают пространственную дисперсию, т. е. зависимость $M(x)$. Из (6.3) видно, что при достаточно больших q показатель рассеяния $\bar{\gamma}$ стремится к единице. Расчет этого предела без учета пространственной дисперсии приводит к завышенным значениям $\bar{\gamma}$ [9]. Другая попытка исследования частотной зависимости волнового числа x в достаточно широком диапазоне длин волн была предпринята в работе [10]. В ней рассматривались неоднородные среды, подобные механическим смесям изотропных компонентов. Хотя полученные в [10] аналитические выраженния и дают правильную зависимость исследованных величин от волнового числа, однако их коэффициенты при q^p не согласуются ни с нашими, ни с известными результатами других авторов [1, 2, 4, 11] для рассмотренных асимптотик.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. — М.: Наука, 1978. — 464 с.
2. Рыжов Ю. А., Тамойкин В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. 13. № 7. С. 356.
3. Финкельберг В. М. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. № 7. С. 401.
4. Bourret R. C. // Can. J. Phys. 1962. V. 40. № 6. P. 782.
5. Shermergor T. D., Fokin A. G. // Ferroelectrics. 1986. V. 69. № 1/2. P. 43.
6. Fokin A. G. // Phys. Stat. Sol. (b). 1983. V. 119. № 3. P. 741.
7. Фокин А. Г., Шермергор Т. Д. // ЖТФ. 1969. Т. 39. № 7. С. 1308.
8. Усов А. А., Шермергор Т. Д. // ЖТФ. 1978. Т. 48. № 6. С. 1132.
9. Grigorev O. A., Shermergor T. D. // Phys. Stat. Sol. (a). 1981. V. 65. № 1. P. 127.
10. Stanke E. F., Kino G. S. // J. Acoust. Soc. Am. 1984. V. 75. № 3. P. 665.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. — 624 с.

Московский институт
электронной техники

Поступила в редакцию
14 октября 1987 г.

SPATIAL DISPERSION IN THE PROBLEM OF THE SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN NONHOMOGENEOUS MEDIA

A. G. Fokin, T. D. Shermergor

This work deals with the problem of the scattering of electromagnetic waves by nonhomogeneities of the permittivity tensor $\varepsilon_{ij}(r)$. It has been found that effects which are due to the above mentioned coordinate dependence of ε_{ij} can be revealed by analysing properties of the effective permittivity tensor $\varepsilon^*_{ij}(k)$. On the base of this principle it has been developed a unified approach to solve for the attenuation, phase and group velocities variations of electromagnetic waves due to scattering. The wave scattering index γ, phase v and group c velocities are calculated on the ground Bourret-approximation for all wavelength ranges. It has been obtained asymptotical expressions for γ, v and c in cases of: long (in comparasion with sizes of scatter domains), short and ultrashort wavelength ranges. In the last case the results can be only derived by taking into account the spatial dispersion in tensor ε^*_{ij}. So this aspect of the problem is of the great interest in our paper, in contrast to the works of previous authors.