

УДК 534.874.3:621.371.222.1

О ПЕРЕХОДНОМ ИЗЛУЧЕНИИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ИСТОЧНИКАМИ, ДВИЖУЩИМИСЯ В АТМОСФЕРЕ НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ ЗЕМЛИ

Г. И. Григорьев, Н. Г. Денисов, О. Н. Савина

Анализируется переходное излучение акустико-гравитационных волн и поверхностной волны Ламба линейным источником массы, движущимся по вертикали в изотермической атмосфере над твердой поверхностью Земли. Получены простые представления для структуры фронта объемных возмущений и поверхностных волн. Найдены потери энергии движущегося источника на излучение поверхностных волн.

Существует обширная литература, в которой исследуются различные варианты задач об излучении акустико-гравитационных волн в неоднородной атмосфере [1-9]. Среди них можно выделить работы [8, 9], посвященные анализу переходного излучения, возникающего при пересечении источниками границы раздела двух сред. В работе [8] были исследованы пространственные возмущения, генерируемые телом при пересечении границы раздела, без учета возбуждения поверхностных волн. Та же задача с учетом поверхностной волны была рассмотрена в [9].

Основные трудности в решении подобных задач состоят в описании структуры волновых полей. В [10] найдено точное решение задачи о переходном излучении звуковых волн источником, пересекающим границу раздела недиспергирующих сред. В настоящей работе дано детальное исследование структуры акустико-гравитационных и поверхностных волн, генерируемых в атмосфере Земли над жесткой поверхностью вертикально движущимся линейным источником массы. Решение основывается на простом представлении функции Грина, полученной в [4].

Линейные уравнения, описывающие поле источника массы, движущегося с постоянной скоростью в стратифицированном идеальном газе атмосферы, хорошо известны [1]. Для волновой функции

$$\psi = p \exp(k_1 z), \quad (1)$$

где p — отклонение давления от равновесного, эти уравнения имеют вид

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^4 \psi}{\partial t^4} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\Delta - k_1^2) \psi - \omega_g^2 \Delta_{\perp} \psi = \exp(k_1 z) \left(\omega_g^2 + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial Q}{\partial t}. \quad (2)$$

Здесь $c = \sqrt{\gamma g H}$ — скорость звука, $\omega_g = \sqrt{\gamma - 1} g c^{-1}$ — частота Бранта—Вяйсяля, $\gamma = c_p / c_v$, g — ускорение силы тяжести, Δ и Δ_{\perp} — полный и поперечный операторы Лапласа, $k_1 = (2H)^{-1}$, H — высота однородной атмосферы; используется декартова система координат с осью z , направленной вертикально вверх.

Уравнение (2) следует дополнить граничными условиями на поверхности Земли ($z = 0$), которую мы считаем твердой:

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{2 - \gamma}{\gamma} k_1 \psi = 0. \quad (3)$$

Это условие соответствует нулевым значениям вертикальной скорости среды на границе.

Точечный источник массы, движущийся по вертикали со скоростью v , запишется в виде

$$Q = Q_0 \exp(-k_1 z) \delta(x) \delta(y) (z - vt) h(t), \quad (4)$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака и $h(t)$ — единичная функция Хевисайда.

Ниже мы рассмотрим упрощенную постановку задачи, в которой источник массы представляет собой бесконечную нить, вытянутую по оси y , при движении которой генерируются поля, не зависящие от y . Кроме того, положим $\gamma=1$, что соответствует изотермичности низкочастотных звуковых возмущений или газу с $c_p/c_v=1$. При этом $\omega_g=0$ и дисперсионные свойства среды существенно упрощаются.

Для этого случая можно получить точное представление функции Грина уравнения (2). Для правой части вида

$$Q = Q_0 \delta(x) \delta(z - z_0) \delta(t) \quad (5)$$

решение уравнения (2) можно представить в виде суммы трех членов:

$$G = G_1 + G_2 + G_3, \quad (6)$$

где $G_{1,2}$ описывают поля прямого и отраженного от границы раздела (с коэффициентом отражения $V=1$) импульсов,

$$G_{1,2} = h\left(t - \frac{R_{1,2}}{c}\right) \frac{B}{\omega_A} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\cos k_1 r_{1,2}}{r_{1,2}} \right), \quad (7)$$

и G_3 — поле импульса, формирование которого связано с наличием поверхностной волны Ламба:

$$G_3 = \frac{2Bct}{c^2 t^2 - x^2} \left[\sin \sqrt{\omega_A^2 t^2 - k_1^2 R_2^2} + \frac{(z + z_0) \cos \sqrt{\omega_A^2 t^2 - k_1^2 R_2^2}}{\sqrt{c^2 t^2 - R_2^2}} \right] h\left(t - \frac{R_2}{c}\right). \quad (8)$$

В формулах (7), (8) введены обозначения

$$B = \frac{c\omega_A}{2\pi} Q_0, \quad r_{1,2}^2 = c^2 t^2 - [x^2 \pm (z \mp z_0)^2] = c^2 t^2 - R_{1,2}^2.$$

Используя приведенные выше функции Грина, можно теперь записать поле линейного источника массы, движущегося с постоянной скоростью v вертикально вверх (вдоль оси z) от жесткой границы $z=0$. Такой источник (см. (4)) генерирует объемное возмущение, состоящее из прямого и отраженных от границы $z=0$ сигналов, в соответствии с принятым разделением функции Грина. Так, объемное возмущение, соответствующее G_1 , будет равно

$$\psi_1 = \begin{cases} \frac{B}{\omega_A} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{t_1} \frac{\cos k_1 s_+(t')}{s_+(t')} dt', & t \geq \frac{R}{c} \\ 0, & t < R/c, \quad R = \sqrt{x^2 + z^2}, \end{cases} \quad (9)$$

где

$$s_{\pm}^2 = c^2 (t - t')^2 - x^2 - (z \mp vt')^2. \quad (10)$$

Область интегрирования определяется условием $c(t-t') > \sqrt{x^2 + (z \mp vt')^2}$, тогда t_2 — один из корней уравнения $s_+(t')=0$:

$$t_{1,2} = \frac{c^2 t - zv \pm \sqrt{(c^2 t - zv)^2 + (R^2 - c^2 t^2)(c^2 - v^2)}}{c^2 - v^2}. \quad (11)$$

После некоторых преобразований интеграл, входящий в (9), можно представить в виде

$$I = \frac{1}{\sqrt{c^2 - v^2}} \int_{\beta}^b \frac{\cos(k_1 \sqrt{c^2 - v^2} \sqrt{u^2 - \beta^2})}{\sqrt{u^2 - \beta^2}} du, \quad \alpha = \frac{t_1 + t_2}{2}, \quad \beta = \frac{t_1 - t_2}{2}. \quad (12)$$

Сразу же можно выделить стационарное поле движущегося источника в безграничной среде, представляя (12) суммой

$$\begin{aligned} \psi_1 = & \frac{B}{\omega_A \sqrt{c^2 - v^2}} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_{\beta}^{\infty} \frac{\cos(k_1 \sqrt{c^2 - v^2} \sqrt{u^2 - \beta^2})}{\sqrt{u^2 - \beta^2}} du + \right. \\ & \left. + \int_{-\infty}^{\alpha} \frac{\cos(k_1 \sqrt{c^2 - v^2} \sqrt{u^2 - \beta^2})}{\sqrt{u^2 - \beta^2}} du \right\}, \end{aligned} \quad (13)$$

в которой первый интеграл представляет функцию Макдональда $K_0(k_1 \beta \sqrt{c^2 - v^2})$. Легко показать, что эта часть решения зависит от z и t через комбинацию $z - vt$. Вторая часть решения (13) описывает, следовательно, переходный процесс установления стационарного поля движущегося источника.

Аналогичное решение, соответствующее функции Грина G_2 , может быть получено из (12) или (13) заменой v на $-v$. Это решение описывает поле движущегося источника-«изображения». По этой причине мы остановимся лишь на исследовании поля $\psi(R, t)$.

Заменой переменной интеграл (12) сводится к виду

$$I = \int_0^{\omega_A \sqrt{t^2 - R^2/c^2}} \frac{\cos u \, du}{\sqrt{u^2 + \omega_A^2 (1 - M^2) \beta^2}}, \quad M = \frac{v}{c}, \quad \beta = \frac{t_1 - t_2}{2}, \quad t > \frac{R}{c}, \quad (14)$$

удобному для численных расчетов и анализа структуры возмущения вблизи фронта $t = R/c$. При $\omega_A \sqrt{t^2 - R^2/c^2} \ll 1$ имеем

$$I \sim \frac{\sqrt{1 - M^2}}{R - zM} \sqrt{t^2 - \frac{R^2}{c^2}}. \quad (15)$$

Суммируя решение (12) с аналогичным ему решением для источника-«изображения», найдем структуру фронта объемного возмущения:

$$\psi_1 + \psi_2 = \frac{2B}{\omega_A} \frac{R}{R^2 - z^2 M^2} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{t^2 - \frac{R^2}{c^2}}, \quad t \geq \frac{R}{c}. \quad (16)$$

Далеко за фронтом сигнала ($d = \omega_A \sqrt{t^2 - R^2/c^2} \gg 1$) решение (13) может быть представлено суммой стационарного поля движущегося источника и поля переходного излучения:

$$\psi_1 \approx \frac{B}{\omega_A \sqrt{1 - M^2}} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left[K_0(\omega_A \beta \sqrt{1 - M^2}) + \frac{\sin d}{\sqrt{d^2 + \omega_A^2 \beta^2 (1 - M^2)}} \right], \quad (17)$$

где

$$\beta = \frac{1}{c} \frac{\sqrt{(z - vt)^2 + x^2 (1 - M^2)}}{1 - M^2} \quad (18)$$

и отброшены слагаемые, убывающие быстрее, чем t^{-1} . Вторая часть решения, соответствующая стартующему источнику-«изображению», получается из (17) заменой v на $-v$. Таким образом, приближенное представление переходного излучения далеко за фронтом выражается удвоенным значением второго слагаемого в формуле (17).

Вышеприведенные формулы достаточно полно описывают структуру простейшего типа возмущения, создаваемого движущимся источником. Перейдем теперь к основной части поставленной задачи, т. е. к анализу возмущений типа поверхностных волн.

Функция Грина таких возмущений определяется формулой (8), с помощью которой легко найти соответствующее поле ψ_3 , создаваемое движущимся источником (4):

$$\psi_3 = 2B \int_{t_2^-}^{t_2^+} \frac{c(t-t')}{c^2(t-t')^2 - x^2} \left[\sin k_1 s_- \pm \frac{z + vt'}{s_-} \cos k_1 s_- \right] dt', \quad (19)$$

где s_- определяется формулой (10) и t_2^- — один из корней уравнения $s_-(t') = 0$, получающийся из t_2 в (11) заменой знака у скорости v .

Полученное представление ψ_3 дает возможность установить структуру фронта аналогично тому, как это было сделано при анализе функций $\psi_{1,2}$. Простые расчеты при малых $d = \omega_A \sqrt{t^2 - R^2/c^2}$, т. е. вблизи фронта сигнала, приводят к следующему результату:

$$\psi_3 \approx \frac{2Bt\sqrt{t^2 - R^2/c^2}}{(t^2 - x^2/c^2)(R + Mz)} \left[\frac{z}{c} + \frac{\omega_A}{3} \left(1 + \frac{k_1 z}{2} \right) \left(t^2 - \frac{R^2}{c^2} \right) \right]. \quad (20)$$

В отличие от объемного возмущения (16), имеющего разрыв на фронте сигнала, функция ψ_3 начинается с нулевых значений, что приводит, в частности, к конечному значению потерь на излучение поверхностных волн (см. ниже).

Можно получить сравнительно простое представление поля ψ_3 для малых скоростей движения источника ($M \rightarrow 0$). Главная часть этого возмущения описывается формулой (19) при $v = 0$:

$$\psi_{30} = \frac{2B}{c} \int_0^d \frac{qdq}{q^2 + k_1^2 z^2} \left(\sin q + \frac{k_1 z}{q} \cos q \right) = \frac{B}{ic} \int_{-d}^d \frac{\exp(iq)}{q - ik_1 z} dq, \quad (21)$$

$$q = k_1 s_-,$$

и может быть выражена через известную табулированную функцию

$$\psi_{30} = \frac{2B}{c} \exp(-k_1 z) \left[\pi \pm \text{Im} E_1(-k_1 z \pm id) \right], \quad t \geq \frac{R}{c}, \quad (22)$$

где E_1 — интегральная показательная функция:

$$E_1(\zeta) = \int_{\zeta}^{\infty} t^{-1} \exp(-t) dt.$$

Асимптотическое представление $E_1(\zeta)$ при больших значениях аргумента дает возможность представить поле ψ_3 далеко за фронтом $t = R/c$ в виде

$$\psi_3 = \frac{2B}{c} \left(\pi \exp(-k_1 z) \pm \frac{k_1 z \sin d - d \cos d}{\omega_A^2 t^2 - k_1^2 x^2} \right). \quad (23)$$

Как показывает анализ полученных формул, поле ψ_{30} , создаваемое источником массы, лежащим на границе раздела ($z=0$) и включаемым в момент времени $t=0$, внутри цилиндра радиуса $R=ct$ имеет структуру, близкую к структуре поверхностной волны, — резкое убывание при удалении от границы и осцилляции по оси x .

Для иллюстрации на рис. 1 приведено нормированное распределение поля ψ_{30} по высоте z при фиксированных значениях x ($k_1 x = 3$)

и времени ($\omega_A t = 5$). Для сравнения пунктиром построена экспоненциальная структура поверхностной волны $\psi_{30}(0)e^{-k_1 z}$. Рис. 2 показывает временную структуру возмущения (второе слагаемое в квадратных скобках в (22)) при фиксированных x ($k_1 x = 5$) и z ($k_1 z = 0,5$). Как видно из формулы (22), зависимость от времени передает горизонтальную структуру возмущений.

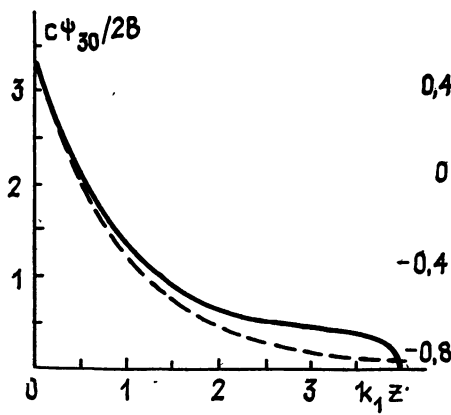


Рис. 1.

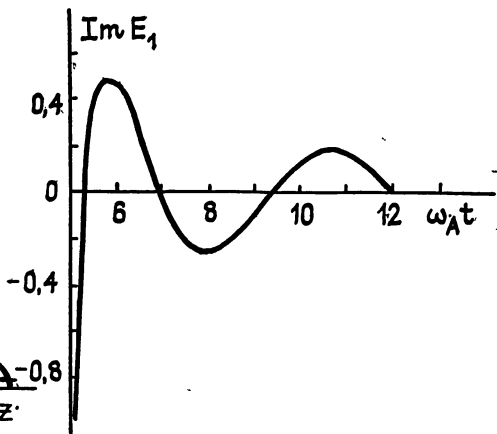


Рис. 2.

Остановимся теперь на расчетах потерь энергии E (обусловленных наличием в системе поверхностных волн). Эта энергия может быть вычислена по известной формуле:

$$E = \iint_{-\infty}^{+\infty} dt dx \int_0^{\infty} \frac{p_3(r, t)}{\rho_0(z)} Q(r, t) dz, \quad (24)$$

где давление $p_3 = \psi_3 \exp(k_1 z)$, $\rho_0(z)$ — равновесная плотность атмосферы. Используя точное выражение для функции ψ_3 (19), получим после интегрирования по x и z

$$E = \frac{2BQ_0}{c\rho_s} \int_0^{\infty} \int_0^{t_0} \frac{dt dt'}{t-t'} \left[\sin A_1 + \frac{\omega_A M(t+t')}{A_1} \cos A_1 \right],$$

$$A_1 = \omega_A \sqrt{(t-t')^2 - M^2(t+t')^2}, \quad t_0 = \frac{1-M}{1+M} t.$$

В новых переменных $\xi = \omega_A(t-t')/2$, $\eta = \omega_A(t+t')/2$ этот результат запишется в виде

$$E = \frac{2BQ_0}{c\omega_A \rho_s} \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{\xi} \int_0^{\xi/M} d\eta \left(\sin 2\sqrt{\xi^2 - M^2\eta^2} + M\eta \frac{\cos 2\sqrt{\xi^2 - M^2\eta^2}}{\sqrt{\xi^2 - M^2\eta^2}} \right),$$

и после вычисления двойного интеграла получим для экспоненциальной атмосферы $\rho_0(z) = \rho_s \exp(-2k_1 z)$

$$E = \frac{|Q_0^2|}{2M\rho_s}. \quad (25)$$

Этот результат аналогичен тому, который был получен в [11] для потерь энергии на генерацию поверхностных волн электрическим зарядом, пересекающим границу раздела двух сред. Рост потерь при $M \rightarrow 0$ в [11] объясняется тем, что при малых скоростях источника увеличи-

вается время его пребывания в зоне формирования переходного излучения. Вместе с тем, в рассматриваемом здесь акустическом случае, учитывая, что полный расход массы

$$Q_{\Pi} = \int Q(r, t) dx dz dt = \frac{Q_0}{\omega_A M}$$

неограниченно растет при $M \rightarrow 0$, целесообразно рассмотреть источники с одинаковым полным расходом массы при различных скоростях движения. При этом имеем $Q_0 = \omega_A M Q_{\Pi}$ и полные потери будут равны

$$E = \frac{\omega_A^2 Q_{\Pi}^2}{2\rho_s} M, \quad (26)$$

т. е. уменьшаются с уменьшением скорости.

Существует другой, традиционно используемый, метод нахождения возмущений типа поверхностных волн, основанный на приближенном решении задачи. При этом в интегральном представлении решения уравнения (2) с источником (4)

$$\psi_s = \frac{ik_1 Q_0}{4\pi^2 v} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-i\infty + \alpha}^{i\infty + \alpha} \frac{s \exp(i\Gamma z + ikx + st)}{\Gamma(\Gamma - ik_1)(s/v - i\Gamma)} dk ds, \quad (27)$$

$$\Gamma^2 = -(s^2/c^2 + k^2 + k_1^2),$$

в интеграле по s выделяется вычет подынтегральной функции в полюсе коэффициента отражения $s = -ikc$. После интегрирования по k это дает

$$\psi_s \simeq \omega_A Q_0 \exp[-k_1 z - k_1 M(ct - x)] h(ct - x). \quad (28)$$

Полученное таким способом решение, справедливое при любых M , отличается от более строгого (19). Оно экспоненциально спадает от границы с ростом высоты и имеет характер распространяющегося вдоль оси x импульса. Использование этого приближенного представления поля поверхностной волны в соотношении (24) дает величину полных потерь энергии $E = Q_0^2 / 2M\rho_s$, совпадающую с результатом точного расчета (25). Такой же результат получается путем подсчета полного потока энергии, переносимого поверхностной волной (28).

Как видно, приближенное решение (28) задачи о переходном излучении движущегося источника массы хотя и не удовлетворяет принципу причинности, но дает правильный результат при подсчете энергетических потерь.

Таким образом, на примере рассмотренной выше системы, обладающей дисперсией, дана достаточно полная картина объемных и поверхностных акустико-гравитационных волн в экспоненциальной атмосфере, генерируемых движущимся источником массы. Получены простые формулы, описывающие структуру поля этих возмущений, что позволило, в частности, оценить качество известных ранее приближенных решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев Г. И., Докучаев В. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 7. С. 945.
2. Григорьев Г. И., Савина О. Н., Сомских В. М., Троицкий Б. В. // Сб. Волновые возмущения в атмосфере. — Алма-Ата: Наука КазССР, 1980.
3. Liu C. H., Yeh K. C. // Tellus. 1970. V. 23. № 2. p. 150.
4. Григорьев Г. И., Денисов Н. Г., Савина О. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 2. С. 268.
5. Cole J. D., Greifinger C. // JGR. 1969. V. 74. № 14. P. 3693.
6. Dickinson K. E. // Rev. Geophys. 1969. V. 7. № 3. P. 483.

7. Keller J. B., Levy D. M., Ahluwalia D. S. // Wave motion. 1981. V. 3. P. 215.
8. Григорьев Г. И., Савина О. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 2. С. 135.
9. Жангирян Р. Г., Костанян Ф. А. // Изв. АН АрмССР. Физика. 1984. Т. 19. № 5. С. 245.
10. Немцов Б. Е., Разин А. В. // Препринт НИРФИ № 221. Горький, 1986.
11. Эйрман В. Я. // Изв. вузов. Радиофизика. 1965. Т. 8. № 1. С. 188.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
15 апреля 1987 г.

THE TRANSITION RADIATION OF ACOUSTIC WAVES THE SOURCES MOVING IN THE ATMOSPHERE ABOVE THE EARTH'S SURFACE

G. I. Grigor'ev, N. G. Denisov, O. N. Savina

The transition radiation is analysed of acoustic gravity waves and the surface Lamb wave—a linear source of mass production moving over the vertical in isothermal atmosphere above the solid ground. Simple presentations have been obtained for the structure of the volume disturbance and surface waves front. Energy losses of a moving source in the surface wave radiation have been found.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Каминский А. А., Антипенко Б. М. Многоуровневые функциональные схемы кристаллических лазеров / Ин-т кристаллографии. — М.: Наука, 1989 (IV кв.). — 20 л.

В монографии освещены современные исследования в области физики и спектроскопии стимулированного излучения диэлектрических кристаллов, активизированных f- и d-ионами. Особое внимание уделено новым многоуровневым функциональным схемам возбуждения генерации — каскадным, ап-конверсионным, кросс-релаксационным и сенсibilизационным. Рассмотрены тенденции развития исследований по селективной лазерной накачке генерации стимулированного излучения активированных кристаллов.

Для специалистов в области физики твердого тела, квантовой электроники, кристаллических лазеров.

Краснов И. В., Шапарев Н. Я., Шкедов И. М. Оптимальные лазерные воздействия. — Новосибирск: Наука, 1989 (III кв.). — 8 л.

В книге излагается новый подход к исследованию процессов активного воздействия лазерного излучения на вещество, основанный на методах теории оптимального управления. Анализируются режимы воздействия профилированными во времени лазерными импульсами на резонансные и нерезонансные среды и описываются методы их поисков. Круг рассмотренных задач непосредственно связан с проблемами селективной фотофизики и фотохимии, разделения изотопов и термохимии.

Для специалистов в области ядерной физики.

Бейтс Р., Мак-Доннелл М. Восстановление и реконструкция изображений: Пер. с англ. — М.: Мир, 1989 (II кв.). — 23 л.

Книга новозеландских авторов посвящена изложению основных процедур извлечения информации из изображений, включая такие вопросы, как фазовая проблема, задача наблюдения изображений через искажающую среду («спекл»-изображения), трансмиссионная вычислительная томография как интерферометрическая проблема и т. д. Рассмотрен системный подход к реставрации и реконструкции изображений (на техническом, математическом и программном уровне). Изложение построено на оригинальном материале, значительная часть которого принадлежит авторам.

Для научных работников, инженеров, аспирантов и студентов, специализирующихся в области оптики, кристаллографии, астрономии, томографии, обработки информации и других областях.