

УДК 535.421:534

ДИФРАКЦИЯ СЛУЧАЙНОГО СВЕТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ЗВУКОВОГО ПУЧКА В АНИЗОТРОПНОЙ ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

Г. Н. Глазов, А. С. Задорин

Рассмотрено преобразование энергетических и статистических параметров узкополосного, стационарного, квазигомогенного светового излучения при брэгговском акустооптическом взаимодействии (АОВ) в диспергирующей анизотропной среде. Установлены пространственно-временные корреляционные функции (КФ) дифракционного светового поля в ближней и дальней зонах. Проанализирована зависимость КФ от селективирующих свойств АОВ. Найдены КФ эффективности АОВ однородных и квазигомогенных световых пучков, а также формулы для расчета эффективности дифракции, величины ее дисперсии, времени и радиуса корреляции.

В настоящее время в акустооптике наиболее подробно изучено явление дифракции монохроматического светового излучения на звуковом пучке [1]. Объясняется это преимущественным использованием в устройствах акустооптики одномодовых лазерных источников света с высокой степенью когерентности. Однако по мере развития и совершенствования элементной базы акустооптики практическое значение приобретают также источники света со сравнительно широкой линией излучения [2, 3]. Таковыми, например, являются ОКГ, работающие в многомодовом режиме (полупроводниковые инжекционные, твердотельные и другие лазеры). В данной связи практический интерес представляет изучение специфики сильного акустооптического взаимодействия (АОВ) световых пучков, амплитуда которых является медленно изменяющейся во времени случайной функцией, в анизотропной кристаллической среде.

Задача состоит в определении энергетических и статистических параметров светового поля, возникающего в результате дифракции узкополосного случайного светового пучка E_0 в монохроматическом звуковом поле $U(\mathbf{r})$.

Рассмотрим режим брэгговской дифракции, при котором эффективный энергообмен происходит только между двумя световыми пучками — падающим E_0 и дифрагированным E_1 . Средой взаимодействия будем считать диспергирующий монокристалл средней или низшей категории. В отношении оптических свойств данная среда обладает линейным двупреломлением, поэтому вдали от оптических осей поляризацию светового излучения E_0 и E_1 можно считать линейной и постоянной на апертуре каждого пучка. Соответствующие векторы поляризации обозначим e_0 и e_1 . Границы пучка $U(\mathbf{r})$ в пределах области взаимодействия E_0 и E_1 аппроксимируем плоскостями с нормалью Γ , перпендикулярной лучевой нормали q_2 поля $U(\mathbf{r})$ (заметим, что вследствие упругой анизотропии кристалла вектор q_2 может отклоняться от волновой нормали q на угол γ (рис. 1)). Наконец, пучки $E_{0,1}$ будем считать статистически однородными и стационарными.

В указанных приближениях распределение энергии светового поля во времени и пространстве в общем случае определяется соответствующими корреляционными тензорами $Z(\tau, s)$ [4]. Как отмечалось выше, в рассматриваемой задаче поляризация световых пучков E_0 , E_1 может быть только линейной, и, следовательно, каждый из тензоров опреде-

лится единственным скалярным параметром — функцией корреляции $Z_{0,1}$ (ФК). Учитывая стационарность и однородность поля E_α , функцию Z_α выразим через соответствующий энергетический спектр G_α [4]:

$$Z_\alpha(\tau, s) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int G_\alpha(\omega, \mathbf{k}_\alpha) \exp\{j[\omega\tau - s(\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{N}_{\tau\alpha})]\} d\omega d\mathbf{k}_{\tau\alpha}, \quad (1)$$

где $\omega, \mathbf{k}_\alpha$ — частоты и волновые векторы плосковолновых, монохроматических компонент пучка E_α , $k_{\tau\alpha}$ — модуль составляющей вектора \mathbf{k}_α , направленной вдоль единичного вектора $\mathbf{N}_{\tau\alpha}^*$, перпендикулярного волновой нормали \mathbf{N}_α^* , направленной по оси пучка ($\mathbf{N}_{\tau\alpha}^* \cdot \mathbf{N}_\alpha^* = 0$, $k_{\tau\alpha} = |\mathbf{N}_\alpha^* \times \mathbf{k}_\alpha|$); при этом \mathbf{k}_α связан с частотно-угловым спектром амплитуд соотношением

$$\langle E_{m\alpha}(\omega, \mathbf{k}_\alpha) E_{m\alpha}^*(\omega', \mathbf{k}'_\alpha) \rangle = G_\alpha(\omega, \mathbf{k}_\alpha) \delta(\omega - \omega') \delta(\mathbf{k}_\alpha - \mathbf{k}'_\alpha), \quad (2)$$

где δ — дельта-функция; s — координата, отсчитываемая вдоль $\mathbf{N}_{\tau\alpha}^*$.

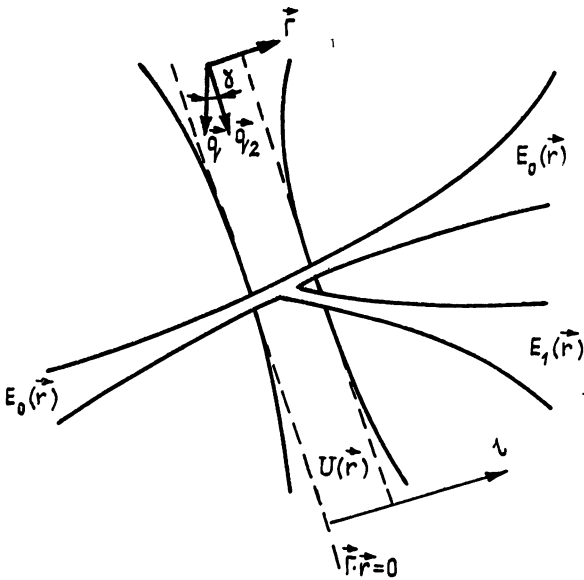


Рис. 1.

Эволюция функции корреляции Z_α в области взаимодействия пучков в соотношениях (1), (2) учитывается зависимостью амплитуд $E_{m\alpha}$ от координаты l . На границе же возмущенного слоя ($l=0$) $Z_\alpha(l)$ должна удовлетворять условиям

$$Z_l(\tau, s) |_{l=0} = 0, \quad Z_0(\tau, s) |_{l=0} = Z^0(\tau, s) \quad (3)$$

или

$$G_l(\omega, \mathbf{k}_l) |_{l=0} = 0; \quad (4)$$

$$G_0(\omega, \mathbf{k}_0) |_{l=0} = G^0(\omega, \mathbf{k}_0) = \quad (5)$$

$$= (2\pi)^{-2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int Z^0(\tau, s) \exp\{-j[\omega\tau - s(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{N}_{\tau 0}^*)]\} d\tau ds.$$

Таким образом, преобразование корреляционных функций Z_α определяется закономерностями эволюции частотно-угловых спектров световых пучков

$$\vec{E}_\alpha(\mathbf{r}, t) = e_\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_{m\alpha}(\omega, \mathbf{k}_\alpha) \exp [j(\omega t - \mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{r})] d\omega d\mathbf{k}_{\alpha\tau}, \quad \alpha = 0, 1 \quad (6)$$

при их взаимодействии в поле звукового пучка U , возмущающего тензор диэлектрической проницаемости кристалла ε на величину $\Delta\varepsilon$,

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon^0 + (\Delta\varepsilon/2) U_m^*(\mathbf{r}) + \text{к. с.}; \quad (7)$$

$$U_m(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} S_m(K) \exp [j(\Omega t - K\mathbf{r})] dK_\tau. \quad (8)$$

Здесь Ω , K — частота и волновой вектор плоских волн, составляющих пучок U ; $S_m(K)$ — распределение амплитуды по угловому спектру пучка U ; K_τ — составляющая K , перпендикулярная волновой нормали \mathbf{q}^* , направленной по оси пучка U .

Направление оси пучка может задаваться произвольно. В большинстве случаев, однако, угловой спектр пучка симметричен, поэтому в качестве оси пучка удобно выбрать ось симметрии соответствующего углового спектра.

Изменение $E_{m\alpha}$ в возмущенной области можно установить аналогично [5, 6], подставив (6), (8) в уравнение

$$\text{rot rot}(E_0 + E_1) = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(t') \cdot [E_0(t-t') + E_1(t-t')] dt', \quad (9)$$

применив к (9) преобразование Фурье сначала по времени, а затем по плоскости $\Gamma \cdot \mathbf{r} = l$, группируя члены с одинаковой временной зависимостью, учитывая, что [6]

$$\text{grad } E_{m\alpha}(\omega, \mathbf{k}_\alpha) = \Gamma \frac{dE_{m\alpha}}{dl}, \quad \mathbf{k}_0(\omega) - \mathbf{k}_1(\omega) \pm \mathbf{K} = \Delta K(\omega) \Gamma, \quad (10)$$

где ΔK — фазовая расстройка АОВ, пренебрегая дисперсией тензора $\Delta\varepsilon$ и следуя далее методу медленно меняющихся амплитуд (ММА). В результате получим систему самосогласованных уравнений для компонент частотно-угловых спектров пучков E_α (подробное изложение соответствующих промежуточных выкладок можно найти в [5, 6])

$$j \frac{dE_{m0}(\mathbf{k}_0, \omega)}{dl} = \frac{K_0^2(e_0 \cdot \Delta\varepsilon \cdot e_1)}{2(e_0 \cdot B_0 \cdot e_0)} U(l) E_{m1}(\mathbf{k}_1, \omega) \exp [j\Delta K(\omega, k_0)], \quad (11)$$

$$j \frac{dE_{m1}(\mathbf{k}_1, \omega)}{dl} = \frac{K_0^2(e_0 \cdot \Delta\varepsilon \cdot e_1)}{2(e_1 \cdot B_1 \cdot e_1)} U^*(l) E_{m0}(\mathbf{k}_0, \omega) \exp [-j\Delta K(\omega, k_0)].$$

Здесь $U(l)$ — распределение комплексной амплитуды звукового поля вдоль Γ ; $K_0^2 = \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2$; $B_\alpha = K_0 n_\alpha(\omega) [2\Gamma \cdot N_\alpha - \Gamma N_\alpha - N_\alpha \Gamma]$, $\alpha = 0, 1$; $n_\alpha(\omega)$, N_α — показатель преломления и волновая нормаль плоской световой волны, составляющей пучок $E_\alpha(\mathbf{r}, t)$.

Если дифракционные искажения профиля $U(l)$ на апертуре световых пучков малы, то для решения системы (11) достаточно установить явную зависимость ΔK от ω и \mathbf{k}_0 . С этой целью изменение \mathbf{k}_α в (10) вблизи N_α^* , соответствующих центральной частоте пучка ω^* , аппроксимируем первыми членами ряда Тейлора [5],

$$\mathbf{k}_\alpha(\omega, \psi_\alpha) \approx \mathbf{k}_\alpha^*(\omega^*) + N_\alpha^*(d/d\omega) [K_0 n_\alpha(\omega)] \Delta\omega + m_\alpha^* x_\alpha, \quad (12)$$

где m_α , $N_{r\alpha}$ — базисные орты годографов R_α , направленные по касательной и нормали к R_α в точках 0 и 1; x_α — длина дуги годографа R_α , отсчитываемая от указанной точки (рис. 2); $\Delta\omega = \omega - \omega^*$. В случае узкополосного светового поля можно считать, что производная $\zeta_\alpha = dn_\alpha/d\omega$ постоянна в пределах линии излучения. Здесь ζ — коэффициент, определяющий диспергирующие свойства кристалла. Подставив последнее соотношение в (10), пренебрегая дисперсией ортов m_α , $N_{r\alpha}$, отбросив слагаемые второго порядка малости по $\Delta\omega$ и ψ_α , учитывая при этом, что $x_\alpha = (|k_\alpha^*|/\cos\beta_\alpha)\psi_\alpha$, где β_α — угол сноса пучка E_α , ψ_α — угол между векторами N_α^* и k_α , получим уравнение, связывающее ψ_1 и ΔK с углом ψ_0 :

$$\frac{N_0(n_0 + \zeta_0 \omega^*) \Delta\omega}{c} - \frac{N_1(n_1 + \zeta_1 \omega^*) \Delta\omega}{c} + \frac{m_0 \omega^* n_0 \psi_0}{c \cos \beta_0} - \frac{m_1 \omega^* n_1 \psi_1}{c \cos \beta_1} = \Delta K \Gamma.$$

Умножив это уравнение скалярно сначала на q_r , а затем на N_{r1} и учитывая ортогональность Γ и q_r , а также m_1 и N_{r1} , найдем искомые зависимости

$$\psi_1(\omega, \psi_0) = A\Delta\omega + B\psi_0; \quad (13)$$

$$\Delta K(\omega, \psi_0) = C\Delta\omega + D\psi_0 + \Delta K^*. \quad (14)$$

Здесь

$$A = \left[\frac{(N_{r1} \cdot q_r) \cos \beta_1 (n_0 + \zeta_0 \omega^*)}{|N_{r1} \times \Gamma| n_1 \omega^*} - \frac{(N_1^* \cdot q_r) (n_1 + \zeta_1 \omega^*) \cos \beta_1}{|N_{r1} \times \Gamma| n_1 \omega^*} \right], \quad (15)$$

$$B = |N_{r0} \times q_r| n_0 \cos \beta_1 / [|N_{r1} \times q_r| n_1 \cos \beta_0];$$

$$C = (N_0^* \cdot N_{r1}) (n_0 + \zeta_0 \omega^*) / (\Gamma \cdot N_{r1} c) - (n_1 + \zeta_1 \omega^*) \cos \beta_1 / (\Gamma \cdot N_{r1} c); \quad (16)$$

$$D = (K_0 n_0 |N_{r0} \times N_{r1}|) / (\Gamma \cdot N_{r1} \cos \beta_0), \quad (17)$$

ΔK^* — фазовая расстройка при $\psi_0 = \Delta\omega = 0$, c — скорость света. Параметр ψ_α в (12) — (17) определяет угол наклона вектора k_α плоскостной составляющей углового спектра (6) относительно оси пучка, а орт $N_{r\alpha}$ — направление лучевой нормали (рис. 2).

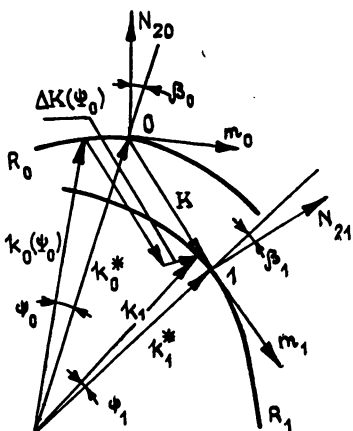


Рис. 2.

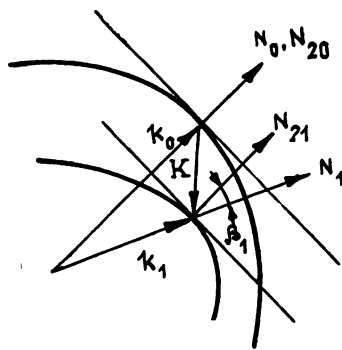


Рис. 3.

Для решения (11) необходимо сформулировать граничные условия для $E_{m\alpha}$. Естественно, что при этом должны удовлетворяться и соотношения (3) — (5). В соответствии с (2) G_α не зависит от фазы, поэтому требуемые условия можно записать так:

$$E_{m1}(\omega, k_1)|_{l=0} = 0, \quad E_{m0}(\omega, k_0)|_{l=0} = [G^0(\omega, k_0)]^{1/2}. \quad (18)$$

На практике амплитуда звукового поля в области взаимодействий чаще всего постоянна на апертуре U , т. е.

$$U(l) = \begin{cases} U_0, & 0 \leq l \leq L \\ 0, & l > L \end{cases}.$$

В данном случае система (11) сводится к уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами, общее решение которого, удовлетворяющее условиям (18), хорошо известно [7]. Подставляя его в (2), получим

$$G_1(\omega, \psi_1, l) = G^0(\omega, \psi_0) F_1(\omega, \psi_0, l); \quad (19)$$

$$G_0(\omega, \psi_0, l) = G^0(\omega, \psi_0) F_0(\omega, \psi_0, l), \quad (20)$$

где

$$F_1 = \chi^2 n_0 \cos \varphi_0 \cos \beta_0 / [(\chi^2 + \Delta K^2/4) n_1 \cos \varphi_1 \cos \beta_1] \times \quad (21)$$

$$\times \sin^2 [(\Delta K^2/4 + \chi^2)^{1/2} l];$$

$$F_0 = \cos^2 [(\Delta K^2/4 + \chi^2)^{1/2} l] + \quad (22)$$

$$+ \Delta K^2 \sin^2 [(\chi^2 + \Delta K^2/4)^{1/2} l] / 4(\Delta K^2/4 + \chi^2),$$

$\chi^2 = \frac{K_0^2(e_0 \cdot \Delta e \cdot e_1)^2 U_0^2}{16n_1 n_0 \cos \varphi_1 \cos \varphi_0 \cos \beta_1 \cos \beta_0}$ — коэффициент акустооптической связи, $\cos \varphi_\alpha = \Gamma \cdot k_\alpha / |k_\alpha| \approx \Gamma \cdot N_\alpha^*$, $\alpha = 0, 1$. Последние формулы совместно с (1) и (5) определяют корреляционные функции

$$Z_\alpha(\tau, s) = \iint_{-\infty}^{\infty} F_\alpha(\omega, \psi_0, l) G^0(\omega, \psi_0) \exp[j(\omega\tau - s(k_\alpha \cdot N_\alpha^*))] d\omega dk_{\tau\alpha}, \quad (23)$$

где $\alpha = 0, 1$, $k_{\tau\alpha} \approx |k_\alpha^*| \psi_\alpha$.

Спектральные передаточные функции F_α , входящие в ядро преобразования (23), зависят как от ω , так и от ψ_0 . Отсюда следует, что АОВ, в общем случае, ограничивает энергетический спектр пучков и тем самым сглаживает соответствующие КФ. Указанное свойство АОВ является проявлением угловой и частотной селективности дифракции света на звуке. С этой точки зрения особый интерес представляет такой режим дифракции, при котором селектирующие свойства АОВ могут быть существенно ослаблены. В соответствии с (14), (21), (22) в данном случае частотно-угловая зависимость фазовой расстройки должна определяться одной из формул

$$\Delta K(\omega, \psi_0) = \Delta K(\omega) + \Delta K^*; \quad (24)$$

$$\Delta K(\omega, \psi_0) = \Delta K(\psi_0) + \Delta K^*. \quad (25)$$

В режиме слабой угловой селективности АОВ выполняется первое из приведенных соотношений, в режиме слабой частотной селективности — соотношение (25), а в случае ослабления общих селектирующих свойств (АОВ) — оба соотношения одновременно.

Рассмотрим условия выполнения равенств (24), (25). Сопоставив первое из них с (14) и (17), находим, что слабая угловая селективность АОВ достигается в случае параллельности лучевых нормалей взаимодействующих пучков, т. е.

$$N_{21} = N_{20}. \quad (26)$$

Последнее соотношение известно как условие широкоапертурной дифракции [1]. Равенство (26), очевидно, может достигаться только в оптически анизотропной среде при аномальном АОВ. Соответствующая векторная диаграмма приведена на рис. 3.

Далее из (14), (16), (25) можно установить условие слабой частотной селективности АОВ

$$N_0^* \cdot N_{r1} (n_0 + \zeta_0 \omega^*) = \cos \beta_1 (n_1 + \zeta_1 \omega^*), \quad (27)$$

которое можно переписать так:

$$N_{r1} \cdot [N_0^* K_0 (n_0 + \zeta_0 \omega^*) - N_{r1} K_0 \cos \beta_1 (n_1 + \zeta_1 \omega^*)] = 0.$$

В силу (12) последнее равенство не изменится, если к члену, стоящему в квадратных скобках, добавить слагаемое $K_0 \sin \beta_1 (n_1 + \zeta_1 \omega^*) m_1$, поэтому с учетом (10) вместо (27) получим

$$N_{r1} \cdot (K + \Delta K^* \Gamma + \Delta K_\zeta) = 0, \quad (28)$$

где

$$\Delta K_\zeta = K_0 \omega^* (N_0^* \zeta_0 - N_1^* \zeta_1). \quad (29)$$

На рис. 4 приведена векторная диаграмма, иллюстрирующая условия выполнения (28). На практике разность $N_1^* - N_0^*$ мала, поэтому при нормальном АОВ $\zeta_0 \approx \zeta_1$ и вместо (28)

$$N_{r1} \cdot q = 0. \quad (30)$$

Как известно [7], (30) является критерием широкополосной дифракции, достижимом только в режиме аномального АОВ. Следовательно, и условия выполнения (28) следует искать в режиме дифракции с поворотом плоскости поляризации. Отметим, что (28) имеет вид (30) также при постоянстве отношения показателей преломления взаимодействующих волн в пределах линии излучения $(n_1 + \zeta_1 \omega^*) / (n_0 + \zeta_0 \omega^*) = n_1 / n_0$ и при слабой частотной дисперсии ($\zeta \approx 0$). Вместе с тем, соотношения (26), (30) взаимно противоречивы. По этой причине в указанных ситуациях неизбежны искажения КФ Z_α , по крайней мере по одной из переменных τ или s . Рассмотрим условия, при которых соотношения (26) и (28) выполняются одновременно. Для этого необходимо, чтобы на частоте широкоапертурной дифракции f_0 [8], равной

$$f_0 = V[(n_0 - n_1)^2 + n_1 n_0 (\beta_0 - \beta_1)^2]^{1/2} / \lambda^*,$$

где V — скорость звука, λ^* — длина световой волны с частотой ω^* в вакууме, выполнялось равенство (28)

$$2\pi f_0 (q \cdot N_{21}) / V = \Delta k_\zeta \cdot N_{r1}.$$

Умножив обе части (10) скалярно на N_{r1} , полагая $\Delta K^* = 0$ и учитывая (26), получим

$$2\pi f_0 (q \cdot N_{r1}) / V = K_0 (n_0 \cos \beta_0 - n_1 \cos \beta_1).$$

Из последних соотношений, а также (26), (29) вытекает искомое условие слабой частотно-угловой селективности АОВ

$$\omega^* (\zeta_0 \cos \beta_0 - \zeta_1 \cos \beta_1) |_{f=f_0} = n_0 \cos \beta_0 - n_1 \cos \beta_1,$$

которое, учитывая малость углов сноса, можно переписать так:

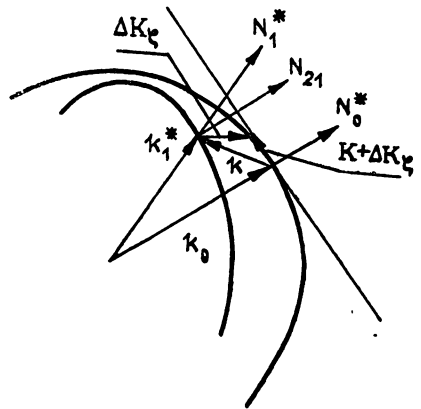


Рис. 4.

$$\omega^* (\xi_0 - \xi_1) |_{f=f_0} = n_0 - n_1. \quad (31)$$

Требования (31) более слабые, чем требования эквивалентного ему условия, непосредственно вытекающего из (14), (16),

$$\xi_0 \omega^* |_{f=f_0} = n_0, \quad \xi_1 \omega^* |_{f=f_0} = n_1.$$

Необходимо отметить, что условие слабой селективности не означает подобия функций Z_α . Действительно, в режиме АОВ, когда выполняется (31), передаточные функции F_α в (23) не зависят от переменных интегрирования и, следовательно, не влияют на вид Z_α . Однако распределение $G^0(\psi_1)$ в (23) вследствие связи ψ_1 с углом ψ_0 и частотой ω (см. (13)) может существенно отличаться от $G^0(\psi_0)$. С физической точки зрения данное перераспределение энергии пучка по частотно-угловому спектру можно объяснить частотной зависимостью ψ_1 .

Наряду с КФ $Z_\alpha(\tau, s)$ практическое значение имеют также функции $Z_{\psi\alpha}$, описывающие изменения временной корреляции пучка E_α по его угловому спектру (т. е. в дальней зоне поля E_α),

$$Z_{\psi\alpha}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} F_\alpha(\omega, \psi_\alpha, l) G^0(\omega, \psi_0) e^{j\omega\tau} d\omega, \quad (32)$$

связанные с Z_α соотношением

$$Z_\alpha(\tau, s) = \int_{-\infty}^{\infty} Z_{\psi\alpha}(\tau) \exp[-j(\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{N}_{\tau\alpha}^*)s] |\mathbf{k}_\alpha^*| d\psi_\alpha. \quad (33)$$

Входящий в (23), (32) энергетический спектр G^0 в случае так называемого спектрально чистого излучения допускает факторизацию по переменным ω и ψ_0 [4], т. е.

$$G^0(\omega, \psi_0) = G_\omega^0 G_\psi^0(\psi_0). \quad (34)$$

При вычислении интегралов (23), (32), (33) необходимо учитывать взаимосвязь входящих в них переменных ω , ψ_0 и ψ_1 через соотношения (13), (14). Так, в силу (13) $\psi_0 = (\psi_1 - A\Delta\omega)/B$, поэтому КФ $Z_1(\tau, \psi)$ в случае спектрально чистого излучения E_0 и однородного распределения $U(l)$ в соответствии с (14), (21), (32), (34) определится формулой

$$Z_{\psi_1}(\tau) = \chi^2 \frac{n_0 \cos \varphi_0 \cos \beta_0}{n_1 \cos \varphi_1 \cos \beta_1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4G_\omega^0(\omega) G_\psi^0(\psi_1/B + A\omega^*/B - A\omega/B)}{[(C - AD/B)\omega + D\psi_1/B + (AD/B - C)\omega^* + \Delta K^*]^2} \times \\ \times \sin^2 \left\{ \left[\frac{1}{4} \left[\left(C - \frac{AD}{B} \right) \omega + \frac{\psi_1 D}{B} + \left(\frac{AD}{B} - C \right) \omega^* + \Delta K^* \right]^2 + \chi^2 \right]^{1/2} L \right\} e^{j\omega\tau} d\omega.$$

Приведенное выражение описывает эволюцию КФ Z_α при произвольной эффективности АОВ. Если же величина акустооптической связи мала (т. е. $dE_{m0}/dl \approx 0$), то (23), (32), (34) можно обобщить на звуковое поле с произвольным профилем $U(l)$. Действительно, интегрируя второе уравнение системы (11) и учитывая (2), (18), получим

$$G_0 = G^0, \quad (35)$$

$$G_1(\omega, \psi_1) = \chi^2 G^0 \Theta(\Delta K) n_0 \cos \varphi_0 \cos \beta_0 / (n_1 \cos \varphi_1 \cos \beta_1).$$

Здесь Θ — энергетический спектр звукового пучка, связанный с его угловым спектром $\theta(K_\tau)$ соотношением $\Theta(K_\tau) = \theta(K_\tau) \theta^*(K_\tau)$. Соответственно формулы (23), (32) примут вид

$$Z_1(\tau, s) = \chi^2 n_0 K_0 / n_1 \cos \varphi_1 \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(\Delta K) G^0(\omega, \psi_1(\psi_0)) \exp \{j[\omega\tau - (\mathbf{k}_1(\psi_1) \cdot \mathbf{N}_{z_1}^*)s]\} d\omega d\psi_1; \quad (36)$$

$$Z_{\psi_1}(\tau) = \chi^2 (n_1 \cos \varphi_1 \cos \beta_1)^{-1} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \Theta[(C - AD/B)\omega + D\psi_1/B + (AD/B - C)\omega^* + \Delta K^*] G_{\omega}^0(\omega) \times \\ \times G_{\psi}^0(\psi_1/B + \omega^* A/B - \omega A/B) e^{j\omega\tau} d\omega. \quad (37)$$

Как видно из (37), КФ Z_1 в отличие от Z_0 уже не факторизуется по переменным τ и ψ_1 . Это означает, что в общем случае дифрагированное световое излучение утрачивает свойство спектральной чистоты. Условия факторизации КФ Z_1 вытекают из (37): $A=D=0$.

В обсуждавшемся выше режиме слабой селективности, когда $C=D=0$, выражения (36), (37) упрощаются:

$$Z_1(\tau, s) = K_0 \chi^2 (\cos \varphi_1 \cos \beta_1)^{-1} \Theta(\Delta K^*) \times \quad (38)$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G^0(\omega, \psi_1(\psi_0)) \exp \{j[\omega\tau - (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{N}_{z_1}^*)s]\} d\omega d\psi_1;$$

$$Z_{\psi_1}(\tau) = \chi^2 (n_1 \cos \varphi_1 \cos \beta_1)^{-1} \Theta(\Delta K^*) \times \quad (39)$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} G_{\omega}^0(\omega) G_{\psi}^0(\psi_1/B + (\omega^* - \omega)A/B) e^{j\omega\tau} d\omega.$$

Столь же просто Z_1 находится при АОВ в поле фокусированной звуковой волны, если число Френеля M удовлетворяет соотношению

$$M = L^2 f / (VF) \gg 1.$$

Здесь L , F — апертура и фокусное расстояние акустической линзы. В таком случае распределение $\theta(K_{\tau})$ аппроксимируется прямоугольной функцией [9],

$$\theta(K_{\tau}) = \begin{cases} \theta_0, & |K_{\tau}| \leq K_{\tau 0} \\ 0, & |K_{\tau}| > K_{\tau 0} \end{cases},$$

где $K_{\tau 0} = |K|L/F$, поэтому из (13), (14), (37) получим

$$Z_{\psi_1}(\tau) = \chi^2 \theta_0^2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} G_{\omega}^0(\omega) G_{\psi}^0(\psi_1/B + (\omega^* - \omega)A/B) e^{j\omega\tau} d\omega, \quad (40)$$

где

$$\omega_{1,2} = -[B(\Delta K^* \pm K_{\tau 0}) + D\psi_1] / (CB - AD) + \omega^*.$$

Заметим, что параметры A , B , C и D , входящие в подынтегральные выражения для Z_{α} , согласно (13) — (17) определяются взаимной ориентацией векторов \mathbf{k}_{α} , \mathbf{K} , их положением относительно возмущенной области и кристаллографических осей среды, а также эффектами сноса взаимодействующих пучков. Это означает, что указанные факторы могут весьма существенно повлиять на вид КФ. Примером здесь может служить обсуждавшийся выше режим АОВ со слабой селективностью. В простейшем случае АОВ в изотропной среде значения коэффициентов A , B , C , D равны

$$A = -2\varphi_1 (n + \xi\omega^*) / n\omega^*, \quad B = 1,$$

$$C = -2\varphi_1^2 (n + \xi\omega^*) / c, \quad D = |K|.$$

С помощью найденных КФ несложно установить величину усредненного по времени вектора Пойнтинга $S_1(\psi_1)$ плоской световой волны, распространяющейся в направлении угла ψ_1 ,

$$S_1(\psi_1) = cn_1 \cos \beta_1 Z_{\psi_1}(0, \psi_1) N_{21}, \quad (41)$$

а также эффективности дифракции η_0 , определяемую как отношение нормальных составляющих потоков энергии взаимодействующих световых пучков, пересекающих возмущенный слой с нормалью Γ :

$$\begin{aligned} \eta_0 &= n_1 \cos \beta_1 (\Gamma \cdot N_{r_1}) Z_1(0, 0) / [n_0 \cos \beta_0 (\Gamma \cdot N_{r_0}) Z^0(0, 0)] = \\ &= n_1 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F'_1(\omega, \psi_1, l) G^0(\omega, \psi_1(\psi_0)) d\omega d\psi_1 / \left[n_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G^0(\omega, \psi_0) d\omega d\psi_0 \right], \end{aligned} \quad (42)$$

где $F'_1 = (n_1 \cos \varphi_1 \cos \beta_1 / n_0 \cos \varphi_0 \cos \beta_0) F_1$.

При дифракции спектрально чистого светового излучения и слабой акустооптической связи числитель (42) можно заменить соотношением (36):

$$\begin{aligned} \eta_0 &= n_1 \chi^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \theta \left((\omega - \omega^*) \left(C - \frac{AD}{B} \right) + \frac{\psi_1 D}{B} + \Delta K^* \right) G_{\omega}^0(\omega) G_{\psi}^0 \left(\frac{\psi_1}{B} + \frac{(\omega^* - \omega)A}{B} \right) \times \\ &\quad \times d\omega d\psi_1 \left[n_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_{\omega}^0(\omega) G_{\psi}^0(\psi_0) d\omega d\psi_0 \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (43)$$

Для практики интерес представляет также распределение $\eta_{\psi_0}(\psi_1)$ — относительной интенсивности дифрагированного светового поля в дальней зоне. Известно, что данное распределение определяется угловым энергетическим спектром поля E_1 . Поэтому зависимость η_{ψ_0} можно найти из (42), (43) следующим образом: $\eta_{\psi_0} = \Delta\psi_1 d\eta_0 / d\psi_1$. В частности, в условиях применимости формулы (43) распределение $\eta_{\psi_0}(\psi_1)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \eta_{\psi_0} &= \chi^2 n_1 \Delta\psi_1 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \theta \left((\omega^* - \omega) \left(\frac{AD}{B} - C \right) + \frac{\psi_1 D}{B} + \Delta K^* \right) G_{\omega}^0(\omega) \times \\ &\quad \times G_{\psi}^0 \left(\frac{\psi_1}{B} + \frac{(\omega^* - \omega)A}{B} \right) d\omega \left[n_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_{\omega}^0(\omega) G_{\psi}^0(\psi_0) d\omega d\psi_0 \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (44)$$

Дальнейший анализ проведем для светового излучения лазерного типа с большой величиной фактора вырождения. Флуктуации такого излучения, как известно, подчиняются классической статистике, причем в рассматриваемом здесь многомодовом режиме случайное поле хорошо описывается гауссовым распределением с нулевым средним. Заметим, что даже при малом числе мод низшие моменты поля E_a совпадают с гауссовыми значениями соответствующих моментов [4, 10]. Используя данное обстоятельство, по найденным КФ Z_1 легко установить и корреляционные функции высших порядков. Например, корреляционная функция относительной интенсивности дифрагированного света H определится четвертым моментом

$$H(\tau', s') = \langle \langle \eta(\tau, s) \eta(\tau + \tau', s + s') \rangle \rangle - \eta_0^2,$$

$$H_{\psi}(\tau') = \langle \eta_{\psi}(\tau) \eta_{\psi}(\tau + \tau') \rangle - \eta_{\psi 0}^2.$$

где

$$\eta(\tau, s) = \eta_0 Z_1(\tau, s) / Z_1(0, 0),$$

$$\eta_\psi(\tau) = \eta_{\psi 0} Z_{\psi 1}(\tau) / Z_{\psi 1}(0).$$

С учетом стационарности, однородности и гауссовости поля E_1 можно найти соответствующие выражения через вторые моменты

$$H(\tau', s') = |\eta_0 Z_1(\tau', s') / Z_1(0, 0)|^2; \quad (45)$$

$$H_\psi(\tau') = |\eta_{\psi 0} Z_{\psi 1}(\tau') / Z_{\psi 1}(0)|^2. \quad (46)$$

Отсюда находим значения дисперсии эффективности дифракции в ближней и дальней зонах

$$\sigma^2 = |\eta_0|^2; \quad (47)$$

$$\sigma_\psi^2 = |\eta_{\psi 0}|^2, \quad (48)$$

а также время и радиус корреляции КФ H в ближней зоне

$$\tau_K = \sigma^{-2} \int_0^\infty H(\tau, 0) d\tau; \quad (49)$$

$$s_K = \sigma^{-2} \int_0^\infty H(0, s) ds. \quad (50)$$

В дальней зоне E_1 в силу (2) δ -коррелировано по углу, т. е. угловой интервал корреляции ρ_K равен нулю. Этот вывод является следствием принятого в (2) допущения об однородности светового поля. В случае неоднородных полей соотношение (1) незаконно, следовательно, оказывается непригодным и способ решения поставленной задачи. Однако изложенный подход может быть использован для описания квазиоднородных полей, т. е. полей с характерным масштабом неоднородности поля $Y \gg |\mathbf{k}_\alpha|^{-1}$ [11]. В указанном приближении спектр G_α в (1) можно задать функцией Вигнера $G_{r\alpha}$ [11],

$$G_{r\alpha}(\omega, \mathbf{k}_\alpha) = (2\pi)^{-2} \iint_{-\infty}^{\infty} Z_{r\alpha}(\tau, s, r) \exp[j(\omega\tau - \mathbf{k} \cdot \mathbf{N}_{r\alpha}^* s)] d\tau ds, \quad (51)$$

где

$$Z_{r\alpha}(\tau, s, r) = \langle E_\alpha(0, r - s/2) E_\alpha^*(\tau, r + s/2) \rangle,$$

$$s = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{N}_{r\alpha}^*, \quad r = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{N}_{r\alpha}^* / 2,$$

$\mathbf{r}_{1,2}$ — радиус-вектор, определяющий координату с локальной интенсивностью флуктуаций $Z_{r\alpha}(0, 0)$. Обращая преобразование Фурье в (51), несложно убедиться в том, что КФ $Z_{r\alpha}$ связана с функцией Вигнера аналогично (1),

$$Z_{r\alpha}(\tau, s, r) = \iint_{-\infty}^{\infty} G_{r\alpha}(\omega, \mathbf{k}_\alpha) \exp[j(\omega\tau - s\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{N}_{r\alpha}^*)] d\omega d\mathbf{k}_{r\alpha}.$$

В таком случае полученные выше формулы (23), (36), (42), (45), (49), (50) для Z_α , η_0 , H , σ , τ_K оказываются пригодными для описания корреляционных свойств неоднородного поля, если входящий в них частотно-угловой спектр светового поля падающей волны заменить локальным спектром G_r^0 , связанным с КФ $Z_{r0}^0(\tau, s, r)$ на границе области взаимодействия соотношением (51). Естественно, что корреляционные

функции $Z_{r\alpha}$, H , а также параметры η_0 , σ , τ_k в ближней зоне при этом оказываются неоднородными, т. е. зависящими от координаты r .

Большое практическое значение имеют КФ дифракционного поля в дальней зоне, определяющие статистическую связь между угловыми компонентами спектра $G_{r\alpha}$,

$$Z_{k\alpha}(\tau, \mathbf{k}) = \langle\langle E_{m\alpha}(t, \mathbf{k}_\alpha - K/2) E_{m\alpha}^*(t + \tau, \mathbf{k}_\alpha + K/2) \rangle\rangle.$$

Если выполнены условия квазиоднородности, то для вычисления $Z_{k\alpha}$ достаточно посредством преобразования Фурье обратить функцию Вигнера по переменным ω и r . В результате, выражая в последнем соотношении разностный вектор K через вариацию волнового вектора \mathbf{k}_α по углу ρ , $K \approx \delta k_\alpha$, $|K| \approx |k_\alpha| \rho$, а направление \mathbf{k}_α , с помощью (12), через угол ψ_α , получим

$$Z_{\psi\alpha}(\tau, \rho) = \iint_{-\infty}^{\infty} F_\alpha(\omega, \psi_\alpha) G_r^0(\omega, \psi_\alpha(\psi_0)) \exp[j(\omega\tau - |\mathbf{k}_\alpha| r \rho)] d\omega dr. \quad (52)$$

Формулы для расчета эффективности АОВ $\eta_0(\psi_1)$, корреляционной функции H_ψ и других параметров неоднородного поля E_1 в дальней зоне можно определить выражениями, аналогичными (42), (44), (46), (48), (49),

$$\eta'_{\psi_1} = \frac{n_1 \cos \beta_1 (\Gamma \cdot N_{21}) Z_{\psi_1}(0, 0) \Delta\psi_1}{n_0 \cos \beta_0 (\Gamma \cdot N_{20}) Z_{\psi_0}^0 \Delta\psi_0},$$

$$H_\psi(\tau, \rho) = \left| \eta_{\psi_0} \frac{Z_{\psi_1}(\tau, \rho)}{Z_{\psi_1}(0, 0)} \right|^2, \quad (53)$$

$$\sigma_\psi^2 = |\eta_{\psi_0}|^2, \quad \tau_k = \sigma_\psi^{-2} \int_0^\infty H_\psi(\tau, 0) d\tau,$$

которые целесообразно дополнить формулой для углового радиуса корреляции ρ_k ,

$$\rho_k = \int_{-\infty}^{\infty} H_\psi(0, \rho) d\rho / H_\psi(0, 0).$$

В большинстве случаев корреляционные свойства поля E_α мало изменяются по апертуре пучка, что позволяет представить G_r^0 в факторизованном виде:

$$G_r^0(\omega, \psi) = D_0(r) G^*(\omega, \psi),$$

где $D_0(r)$ — распределение дисперсии поля по апертуре пучка (апертурная функция) при $l=0$; G^* — соответствующая нормированная корреляционная функция. Подставляя данное выражение в (52), (53), находим, что в этом случае КФ $Z'_{\psi\alpha}$ является произведением аппаратной функции $g(\rho)$ и КФ $Z_{\psi\alpha}(\tau)$, определяемой соотношением (32),

$$Z'_{\psi\alpha}(\tau, \rho) = Z_{\psi\alpha}(\tau) g(\rho), \quad (54)$$

где

$$g(\rho) = D_0^{-1}(0) \int_{-\infty}^{\infty} D_0(r) \exp[j(|\mathbf{k}_\alpha| \rho r)] dr,$$

а соответствующая величина ρ_k равна

$$\rho_k = \int_0^\infty g(\rho) g^*(\rho) d\rho / g^2(0).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. Физические основы акустооптики. — М.: Радио и связь, 1985. С. 73.
2. Lascourt A. // Opt. Commun. 1985. V. 56. № 4. P. 226.
3. Кабашников В. П., Снопко В. Н., Царюк О. В. // Журн. прикл. спектр. 1978. Т. 29. Вып. 3. С. 436.
4. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. — М.: Наука, 1978.
5. Задорин А. С., Шарангович С. Н. // Изв. вузов. Радиофизика, 1986. Т. 29. № 7. С. 798.
6. Задорин А. С., Шарангович С. Н. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 8. С. 1732.
7. Задорин А. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 12. С. 1491.
8. Задорин А. С., Шарангович С. Н. // Опт. и спектр. 1986. Т. 61. № 3. С. 642.
9. Задорин А. С., Шарангович С. Н. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1985. Т. 28. № 1. С. 76.
10. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. — М.: Наука, 1981.
11. Апресян Л. А., Кравцов Ю. А. Теория переноса излучения. — М. Наука, 1983.

Томский институт автоматизированных систем управления и радиоэлектроники

Поступила в редакцию
30 марта 1987 г.

STOCHASTIC LIGHT RADIATION DIFFRACTION IN THE MONOCHROMATIC SOUND BEAM FIELD IN THE ANISOTROPIC DISPERSIVE MEDIUM

G. N. Glazov. A. S Zadorin

A transformation of energetic and statistic parameters of narrow-strip stationary quasi-homogeneous light radiation under Bragg's acoustooptic interaction (AOI) in the dispersive anisotropic medium is observed. Space-time correlation function (CF) of the diffraction light field are determined in near and far regions. CF dependence on AOI selective properties is analyzed. It is shown that the properties given are determined by the AOI geometry and type, medium material parameters and their anisotropy extent. The AOI weak selectivity conditions have been stated. CF transformation features in the field of focused and homogeneous sound beams are discussed. CF efficiencies of AOI homogeneous and quasi-homogeneous light beams have been determined, and diffraction efficiency, its dispersion, correlation time and radius formulas have been found, as well.
