

УДК 621.372.85

ОТРАЖЕНИЕ ОТ ОБРЫВА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

А. И. Клевв, А. Б. Маненков

Приведены результаты применения вариационного подхода к решению задачи об отражении поверхностной волны от конца диэлектрического волновода прямоугольной формы. Проведено сравнение с результатами, которые получены другими методами.

При конструировании антенных систем и приборов интегральной оптики часто приходится рассчитывать коэффициент отражения от обрыва диэлектрического волновода. В работах [1,2] предложен вариационный метод решения задачи о дифракции волн на скачкообразных нерегулярностях открытых линий передачи. Этот метод является развитием хорошо известного подхода, который широко использовался в теории металлических волноводов [3]. В указанных работах [1,2] вариационный метод был применен к расчету отражения волн от обрыва круглого волновода, когда собственные волны можно построить в явной форме. В настоящей работе приведены результаты расчета коэффициента отражения от конца прямоугольного диэлектрического волновода, собственные волны которого находились численно.

Геометрия задачи изображена на рис. 1. Сечение прямоугольного волновода обозначим через $2a \times 2b$, постоянную диэлектрическую проницаемость — через ϵ (ϵ_v и μ_v — проницаемости окружающей волновод среды). Зависимость от времени полагаем в виде $\exp(-i\omega t)$. Для простоты будем считать, что параметры волновода таковы, что в нем может распространяться только одна поверхностная волна $HE_{11}^{(y)}$, которая поляризована вдоль оси y .

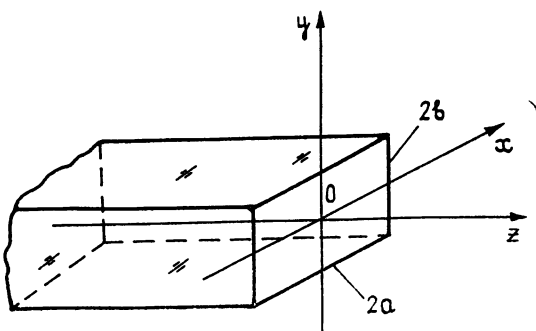


Рис. 1.

Используя разложение поля в плоскости обрыва волновода по системе собственных волн непрерывного и дискретного спектров, можно получить функционалы, стационарные на точном распределении поля в плоскости обрыва [1,2]. Значения этих функционалов определяют величины коэффициента отражения и вид диаграммы направленности рассеянного поля [1,4]. Опуская промежуточные выкладки, приведем окончательное выражение для коэффициента отражения ρ поверхностной моды $HE_{11}^{(y)}$ от обрыва волновода:

$$\frac{\rho}{1-\rho^2} = \frac{k^2}{N_{11} \zeta_v^2} \sum_m \int_0^\infty \frac{\Phi_{11,mx}^+ \Phi_{11,mx}^- dx}{(h_{11}^2 - h^2) D_m^{(2)}(x)}; \quad (1)$$

$$\Phi_{11,mx}^\pm = \int_z \chi E_{11}^{(\pm)} E_{mx}^{(\pm)} dx dy; \quad (2)$$

$$\chi = (\varepsilon - \varepsilon_v) / \varepsilon_v, \quad k = \omega \sqrt{\varepsilon_v \mu_v}, \quad \zeta_v^2 = \mu_v / \varepsilon_v, \quad (3)$$

$$h_{11}^2 = k^2 - \kappa_{11}^2, \quad h^2 = k^2 - \kappa^2, \quad \Omega = \{|x| \leq a, |y| \leq b\}.$$

В этих формулах введены следующие обозначения: $E_{11}^{(\pm)}$, N_{11} — поля и норма поверхностной волны диэлектрического волновода; κ_{11} — поперечное волновое число этой волны; $E_{mx}^{(\pm)}$, $D_m^{(2)}(\kappa)$ — поля и нормирующий множитель волн непрерывного спектра свободного пространства (при $z > 0$). Верхний индекс (+) присваиваем прямым волнам, а индекс (—) — встречным [2]. При выводе (1) предполагалось, что в стационарный функционал в качестве «пробных полей» подставлены поля падающей на открытый конец волны $HE_{11}^{(y)}$. При таком выборе полей в силу условий ортогональности в выражение для ρ не вошли поля волн непрерывного спектра диэлектрического волновода.

Остановимся коротко на методике расчета полей собственных мод, которые используются при вычислениях по формуле (1). Волны непрерывного спектра свободного пространства строятся аналитически по общей методике, описанной в [2]. Поля поверхностной моды, распространяющейся по диэлектрическому волноводу, рассчитывались численно с помощью интегрального уравнения для поперечных компонент поля E_\perp внутри диэлектрика. Это уравнение имеет следующий вид:

$$E_\perp(r_1) = \frac{k^2 \chi}{2\pi} \int_\Omega K_0(|x_{11}|, r_{12}) E_\perp(r_2) dx_2 dy_2 + \frac{|x_{11}| \chi}{2\pi} \oint_\Lambda \frac{r_1 - r_2}{r_{12}} (n E_\perp(r_2)) K_1(|x_{11}|, r_{12}) dl_2, \quad (4)$$

$$r = (x, y), \quad r_{12} = |r_1 - r_2|,$$

где dl — элемент дуги контура Λ (границы раздела сред), n — внешняя нормаль к этому контуру в плоскости $z = 0$, K_n — функции Макдональда.

Решение этого уравнения ищется в виде разложения по системе метатармонических цилиндрических функций

$$E_\perp(r) = \sum_{m=0}^M A_m J_m(gr) e^{im\varphi}, \quad g^2 = k^2 \chi + \kappa_{11}^2, \quad (5)$$

где (r, φ) — цилиндрические координаты в плоскости $z=0$, J_m — функции Бесселя. Уравнение (4) решалось методом адаптивной коллокации [5]. Все данные, приведенные ниже, получены при учете четырех цилиндрических гармоник в формуле (5). Отметим, что в силу симметрии геометрии волновода в разложение (5) для поля волны $HE_{11}^{(y)}$ входят только четные гармоники. Относительная точность расчета поперечного волнового числа κ_{11} составляла $10^{-4} \div 10^{-5}$.

На рис. 2 представлена зависимость модуля коэффициента отражения $|\rho(v)|$ (в логарифмическом масштабе) поверхностной волны $HE_{11}^{(y)}$ от конца квадратного волновода ($a=b$) при значении диэлектрической проницаемости $\varepsilon = 1,04 \cdot \varepsilon_v$. Кривая 1 рассчитана с помощью вариационной формулы (1). При расчете учитывалось восемь ветвей

волн непрерывного спектра (по четыре азимутальных гармоники для каждой из двух поляризаций). На этом же рисунке кривая 2 представляет зависимость $|\rho|$ от безразмерного параметра $v = kb\sqrt{\chi}$, которая вычислена по приближенной формуле [4]:

$$\rho = \frac{|x_{11}|^2}{2k^2} \ln \left(\frac{2k}{x_{11}} \right), \quad (6)$$

где

$$x_{11} a = \frac{2i}{\gamma_E} \exp \left[\sigma_2 - \frac{\pi(1 + \sigma_0 \chi)}{2k^2 ab \chi} \right], \quad \gamma_E = 1,781072 \dots \quad (7)$$

Значения констант σ_0 и σ_2 приведены в работе [6]. Эти соотношения справедливы при выполнении неравенств:

$$k^2 \Omega \chi \ll 1, \quad \chi \ll 1, \quad (8)$$

где $\Omega = 4ab$ — площадь поперечного сечения волновода. Выражение (6) выводится из вариационной формулы (1), если учесть, что при условиях (8) поперечные компоненты поля \mathbf{E}_\perp постоянны внутри Ω и $|x_{11}| \ll k$. Отметим, что значения констант σ_0 и σ_2 зависят от отношения b/a [5]. Однако эта зависимость достаточно слабая, поэтому коэффициент отражения от обрыва при выполнении неравенств (8) слабо зависит от формы поперечного сечения волновода и определяется в основном только величиной $k^2 \Omega \chi$. Формула (6) совпадает с аналогичным соотношением, которое получается при условии (8) методом Винера—Хопфа [6]. Штриховая прямая 4 на рис. 2 дает предельное (геометрооптическое) значение

$$\rho_\infty = (\sqrt{\bar{\epsilon}} - \sqrt{\bar{\epsilon}_v}) / (\sqrt{\bar{\epsilon}} + \sqrt{\bar{\epsilon}_v}), \quad (9)$$

к которому должна стремиться величина ρ при $k \rightarrow \infty$. Для сравнения на этом рисунке (кривая 3) представлены значения ρ , вычисленные по формуле

$$\rho = (h_{11} - k) / (h_{11} + k). \quad (10)$$

Это соотношение часто применяется для оценки коэффициента отражения; его можно получить, если ввести «эффективный показатель преломления волновода»: $n_{\text{эфф}} = h_{11}/k$. К этому же выражению приводит метод эквивалентных схем, если волновой адмитанс поверхностной моды считать пропорциональным h_{11} . Из рисунка видно, что приближенная формула (10) может давать сравнительно большую ошибку.

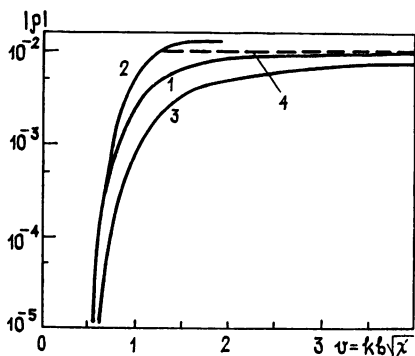


Рис. 2.

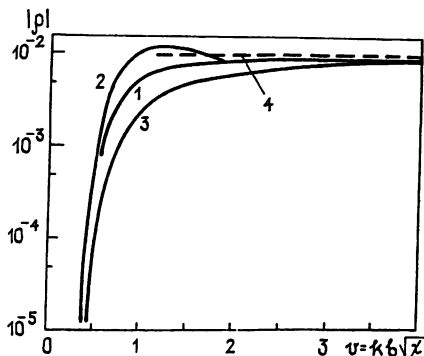


Рис. 3.

На рис. 3 приведены аналогичные кривые для коэффициента отражения волны $HE_{11}^{(y)}$ от конца прямоугольного волновода с отношением сторон $a/b = 2$ в зависимости от величины $v = kb\sqrt{\chi}$; как и выше, диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 1,04 \epsilon_v$. Кривые 1, 2, 3 и 4

построены по формулам (1), (6), (10) и (9) соответственно. Отметим, что и в этом примере наблюдается большое расхождение между значениями, которые получаются по формулам (1) и (10). Как и для квадратного волновода, при малых замедлениях значения ρ , вычисленные по формулам (1) и (6), практически совпадают (на рис. 3 при $v < 0,5$ приведена только кривая 2).

С помощью вариационной методики могут быть рассчитаны и другие характеристики задачи, например диаграмма направленности рассеянного поля. Эти расчеты проводятся так же, как и в случае круглого волновода [4], поэтому мы не будем на них останавливаться подробнее.

Вопрос о точности вариационной методики является, как обычно, достаточно сложным. Подробное его рассмотрение выходит за рамки настоящей работы. Отметим лишь, что оценки, полученные при анализе модельных задач с более простой геометрией (см., например, [7-9]), показывают, что для волноводов с малым значением восприимчивости χ вариационный метод позволяет вычислять коэффициент отражения с погрешностью, не превышающей несколько процентов. Расчет структур с $\chi > 1$ требует учета краевых волн [7], которые возбуждаются в плоскости обрыва вблизи ребер и вершин диэлектрического стержня. Это обстоятельство сильно усложняет вычисления, поэтому в данной работе мы ограничились рассмотрением систем с малым значением χ .

Авторы признательны Л. А. Вайнштейну за ряд полезных замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маненков А. Б. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 12. С. 1484.
2. Вайнштейн Л. А., Маненков А. Б. // Сб.: Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. — Саратов: Гос. ун-т, 1986. Кн. 1. С. 141.
3. Левин Л. Современная теория волноводов. — М.: ИЛ, 1954.
4. Маненков А. Б. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 6. С. 743.
5. Клеев А. И., Маненков А. Б. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 1. С. 93.
6. Маненков А. Б. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 11. С. 1329.
7. Васильев А. Д., Маненков А. Б. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 3. С. 405.
8. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. — М.: Сов. радио, 1966.
9. Angulo C. M // IRE Trans. 1957. V. AP-5. № 1. P. 100.

Институт физических проблем
АН СССР

Поступила в редакцию
18 мая 1987 г.

THE REFLECTION FROM BREAKAGE OF RECTANGULAR DIELECTRIC WAVEGUIDE

A. I. Kleev, A. B. Manenkov

The results of the application of the variational approach to the problem of the surface mode reflection by the end of the rectangular dielectric waveguide are given. Comparison with the results obtained by other methods is made.
