КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 621.391

ЧАСТОТНАЯ МОДУЛЯЦИЯ ЗАПОЛНЕНИЯ РАДИОИМПУЛЬСА, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

Ю. Н. Зайко

При распространении в диспергирующей среде радиоимпульс претерпевает искажения, обусловленные зависимостью групповой скорости от частоты. Степень искажений зависит от длительности импульса T_0, ширины спектра $\Delta\omega$ и т. д. Удобно анализировать это явление, используя понятие мгновенной частоты $\Omega=\partial\Phi/\partial t+\omega_0$, где $\omega_0 t+\Phi$ — фаза заполнения. В настоящей работе речь пойдет о характерном поведении Ω на фронтах и в основной области, занимаемой радиоимпульсом, при распространении в средах с произвольным законом дисперсии $h(\omega)$, отличном от линейного; h — волновое число, ω — фурье-частота. Если в точке $z=0$ задан импульс $f(0,t)=\cos\omega_0 t$, $|t|<T_0/2$, $\omega_0 T_0=\pi(2k+1)$, k — целое число, ω_0 — несущая частота; $f(0,t)=0$, $|t|>T_0/2$, то во втором приближении теории дисперсии в произвольной точке z среды без учета поглощения выражение для импульса имеет вид [1]

$$f(z,t) = \frac{1-i}{2}\exp[i(\omega_0 t - zh_0)]\{F^*(u)+F^*(v)\}, \tag{1}$$

где $u=\dfrac{\theta}{\sqrt{\pi z|h''_0|}}$, $v=\dfrac{T_0-\theta}{\sqrt{\pi z|h''_0|}}$, $\theta=t-zh'_0+\dfrac{T_0}{2}$, $h_0=h(\omega_0)$, $h'_0=\dfrac{dh(\omega_0)}{d\omega}$, $h''_0=\dfrac{d^2h(\omega_0)}{d\omega^2}$,

F — интеграл Френеля. Для импульса достаточно большой длительности ($T_0\omega_0\gg1$) в области перед передним фронтом ($v\gg1$, $-u\gg1$) имеем $F^*(u)\simeq\dfrac{i-1}{2}+\dfrac{i}{\pi u}\exp\left(-i\dfrac{\pi}{2}u^2\right)$, $F^*(v)\simeq-\dfrac{i-1}{2}+\dfrac{i}{\pi v}\exp\left(-i\dfrac{\pi}{2}v^2\right)$. Для фазы заполнения импульса ($f(z,t)=A(z,t)\cos[\omega_0 t+\Phi(z,t)]$) получаем выражение

$$\omega_0 t+\Phi=\omega_0 t-\frac{\pi}{2}u^2+\operatorname{arctg}\frac{\sin\alpha}{x+\cos\alpha}, \tag{2}$$

где $x=\dfrac{T_0-\theta}{\theta}$, $\alpha=\dfrac{T_0}{|zh''_0|}(t-zh'_0)$. Непосредственно перед передним фронтом импульса имеем

$$\Omega(t,z)=\omega_0-\frac{t-zh'_0+T_0/2}{z|h''_0|}\left[1+\cos\frac{T_0}{z|h''_0|}(t-zh'_0)\right]. \tag{3}$$

Аналогично можно показать, что между фронтами в основной области $\Omega(t,z)\simeq\omega_0$, а за задним фронтом $\Omega(t,z)$ описывается выражением (3) с заменой T_0 на $-T_0$. Осцилляции для полубесконечного сигнала сменяются монотонным поведением $\Omega(t,z)$ [2]. Это легко показать, полагая в асимптотических формулах, приведенных выше, например, $F^*(v)=-(1-i)/2$. Осцилляции $\Omega(t,z)$ связаны с существенно нелинейными свойствами мгновенной частоты и возникают всегда, когда имеются разрывы в граничных (или начальных) условиях. Отсутствие осцилляций для полубесконечного сигнала является, по-видимому, следствием приближения (1), поскольку в точном выражении $\Omega(t,z)$ для конкретного закона дисперсии $h(\omega)$, приведенном ниже, в области переднего фронта импульса, где влияние заднего фронта не успело сказаться, присутствуют осцилляции $\Omega(t,z)$.

Рассмотрим среду, распространение волн в которой описывается уравнением Клейна—Гордона $f_{tt}-c^2f_{zz}+\omega_c^2 f=0$. Смысл ω_c зависит от конкретной задачи; например, для регулярного прямоугольного волновода ω_c — частота отсечки. Используя известную функцию Грина для уравнения КГ [3], можно написать решение задачи Коши с приведенными выше граничными условиями

$$f(z,t) = p_0 \int_D^B dx \frac{J_0(p_1\sqrt{x^2-1})}{x} \sin(p_0x - \omega_0 t) + \int_D^B dx \times$$
$$\times \frac{J_0(p_1\sqrt{x^2-1})}{x^2} \cos(p_0 x - \omega_0 t), \tag{4}$$

где

$$p_0 = \frac{\omega_0 z}{c}, \quad p_1 = \frac{\omega_c z}{c}, \quad D = \frac{c}{z}(t - t_1), \quad B = \frac{c}{z}\left(t + \frac{T_0}{2}\right), \quad t_1 = \min\left(t - \frac{z}{c}, \frac{T_0}{2}\right),$$

J_0 — функция Бесселя. Выражение для t_1 продиктовано условием причинности. Введем обозначения:

$$\begin{Bmatrix} C_n \\ S_n \end{Bmatrix} = \int_D^B \frac{J_0(p_1\sqrt{x^2-1})}{x^n} \begin{Bmatrix} \cos p_0 x \\ \sin p_0 x \end{Bmatrix}, \quad n = 1, 2. \tag{5}$$

После перегруппировки членов в (4) получим выражение для $f(z, t)$:

$$f(z,t) = A(z,t) \cos[\omega_0 t + \Phi(z,t)],$$
$$A(z,t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(S_2 - p_0 C_1)^2 + (C_2 + p_0 S_1)^2]^{1/2}, \quad \mathrm{tg}\,\Phi = \frac{p_0 C_1 - S_2}{C_2 + p_0 S_1}. \tag{6}$$

На рис. 1 приведены расчетные зависимости амплитуды $A(z, t)$ (сплошная линия) и мгновенной частоты $\Omega(z, t)$ (пунктир) радиоимпульса для следующих значений безразмерных параметров: $T_0\omega_0/2\pi = 10{,}5$, $\omega_0/\omega_c = 2$, $z/cT_0 = 1$. Разрыв $\Omega(z, t)$ при $t = z/c + T_0/2$ является, по-видимому, эффектом численного счета, связанным с учетом условия причинности в этой точке. Аналогичные расчеты, проведенные для импульсов с косинусоидальной огибающей, также обнаружили наличие осцилляций $\Omega(z, t)$.

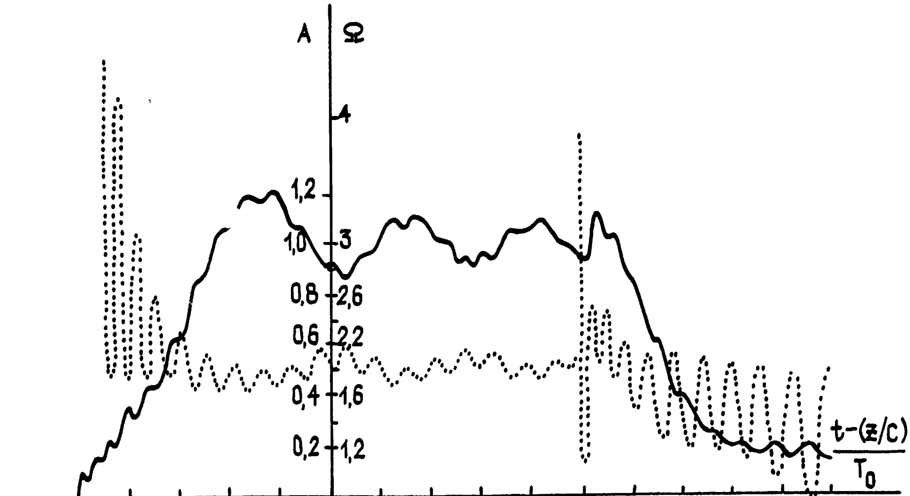

Рис. 1.

В заключение отметим, что описанное явление кроме чисто научного представляет еще интерес в практическом смысле, поскольку решает вопрос об определении времени прихода импульса в фиксированную точку z среды: временем прихода импульса естественно считать время установления (в некоторых пределах) мгновенной частоты $\Omega(t, z)$ на уровне несущей ω_0.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967. — 683 с.

2. Борисов В. В. Неустановившиеся электромагнитные волны. — Л.: Гос. ун-т, 1987.— 240 с.
3. Вайнштейн Л. А. // УФН. 1976. Т. 118. № 2. С. 339.

Поступила в редакцию
10 мая 1988 г.

УДК 533.9.082.74

О ДИАГНОСТИКЕ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ В РЕЗОНАТОРАХ

М. И. Капчинский, И. Н. Москалев, Л. А. Юдин

Несмотря на широкое применение микроволновых резонаторных методов для исследования плазмы [1-3] область их распространения в современном эксперименте ограничена магнитными полями 0,1—1 Тл. Основная причина этого — отсутствие простых соотношений, связывающих реакцию резонатора с параметрами магнитоактивной плазмы: соответствующие формулы известны только для самых низших типов колебаний [1,2]. Цель этой работы — получение и интерпретация выражений для сдвига частоты и изменения добротности цилиндрических резонаторов (открытых или закрытых), заполненных магнитоактивной столкновительной плазмой невысокой температуры. Мы ограничимся здесь случаем, когда рабочие частоты резонатора не попадают в окрестность электронного циклотронного резонанса; этот случай требует особого рассмотрения и явится предметом отдельной работы.

Изменение характеристик резонатора определяется с помощью аппарата теории возмущений [1,2]. В простейшем случае невырожденных мод

$$\delta\omega = -2\pi i \frac{\int E^* \hat{\sigma} E dV}{\int |E^2| dV}, \qquad (1)$$

где E — комплексная амплитуда электрического поля резонатора (зависимость от времени предполагается в виде $\exp(-i\omega t)$), $\hat{\sigma}$ — тензор проводимости плазмы, интегрирование проводится по объему резонатора. При этом сдвиг частоты резонатора $\Delta\omega = \mathrm{Re}(\delta\omega)$, а изменение добротности $\Delta(1/Q) = -2\,\mathrm{Im}(\delta\omega/\omega)$.

Азимутально несимметричные моды являются двукратно-вырожденными, однако можно показать, что если выбрать угловую зависимость полей резонатора в виде $\exp(im\varphi)$, где m — азимутальный индекс, то собственные моды можно формально рассматривать как невырожденные и применять к ним соотношение (1).

Рассмотрим холодную диссипативную плазму, помещенную в магнитное поле, распределение ее плотности будем считать аксиально-симметричным. Тензор проводимости такой плазмы хорошо известен:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 & 0 \\ -\sigma_2 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\parallel \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

где

$$\sigma_1 = i\frac{\omega_p^2}{4\pi}\frac{\omega+i\nu}{(\omega+i\nu)^2-\Omega^2}, \quad \sigma_2 = \frac{\omega_p^2}{4\pi}\frac{\Omega}{(\omega+i\nu)^2-\Omega^2}, \quad \sigma_\parallel = i\frac{\omega_p^2}{4\pi}\frac{1}{\omega+i\nu},$$

ν — частота столкновений, $\Omega = eH_0/m_0c$ — циклотронная частота электронов плазмы, $\omega_p = (4\pi ne^2/m_0)^{1/2}$ — плазменная частота, e и m_0 — заряд и масса электронов, n — их концентрация, H_0 — внешнее продольное магнитное поле, выбрана цилиндрическая система координат (r, φ, z), ось z совпадает с осью симметрии резонатора.

Подстановка выражений (2) в формулу (1) дает

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = A\left\{\frac{\omega+i\nu}{(\omega+i\nu)^2-\Omega^2}\int f(r,z)|E_\perp|^2 dV + \right.$$
$$\left. + \frac{2i\Omega}{(\omega+i\nu)^2-\Omega^2}\int f(r,z)E_r^* E_\varphi\, dV + \frac{1}{\omega+i\nu}\int f(r,z)|E_z|^2 dV\right\}, \qquad (3)$$

где $A = (\omega_{p0}^2/2\omega)(\int |E|^2 dV)^{-1}$, $|E_\perp|^2 = |E_r|^2 + |E_\varphi|^2$, а функция $f(r,z)$ описывает распределение концентрации плазмы, так что $\omega_p^2 = \omega_{p0}^2 f(r,z)$ (ω_{p0} — характерное значение плазменной частоты).