

УДК 621.371.332

**РАССЕЯНИЕ НА КОНЕЧНОМ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕМ
ЦИЛИНДРЕ С ПОГЛОЩАЮЩИМИ ПОКРЫТИЯМИ
ЛИНИЙ ИЗЛОМА В БИСТАТИЧЕСКОМ СЛУЧАЕ**

О. И. Сухаревский, А. Ф. Добродняк

Разработана асимптотическая методика решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на идеально проводящем цилиндре больших электрических размеров, имеющем тороидальные поглощающие покрытия кромок, в произвольном бистатическом случае. Методика основана на применении интегральных представлений типа Стрэттона—Чу и их асимптотических выражений в дальней зоне. При этом использовалось решение модельной задачи о наклонном падении плоской электромагнитной волны на идеально проводящий клин с поглощающим цилиндром на ребре, полученное авторами ранее. Приводятся результаты численных расчетов на ЭВМ.

В статье рассматривается рассеяние электромагнитной волны конечным идеально проводящим цилиндром с тороидальными поглощающими покрытиями линий излома поверхности («кромки»). При этом речь идет об общем бистатическом варианте при произвольном взаимном расположении источника, цилиндра и точки наблюдения рассеянной волны. Предлагаемый метод расчета основан на сочетании полученного ранее авторами [1] решения (в ближней зоне) модельной задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально проводящем клине с поглощающим цилиндром на ребре при произвольной величине угла между волновым вектором и ребром клина с асимптотическими методами коротковолновой дифракции. Такой подход, в отличие от метода краевых волн [2], оказывается хорошо приспособленным и к наличию неидеально проводящих рассеивающих элементов, причем резонансных размеров, и к общей бистатической конфигурации.

Методика решения задачи. В качестве основной расчетной формулы для нахождения рассеянного цилиндром поля в точке \mathbf{x}^0 , находящейся вне рассеивателя, было использовано интегральное представление типа Стрэттона—Чу, которое можно получить, воспользовавшись леммой Лоренца [3]:

$$H^{pac}(\mathbf{x}^0) = \int_S \left[-(H^\perp \times \nabla g) + j\omega\epsilon_0 g E^\perp - \frac{1}{j\omega\epsilon_0} (E^\perp \nabla) \nabla g \right] dS, \quad (1)$$

где S — любая замкнутая поверхность, охватывающая рассеиватель, $E^\perp = (\mathbf{n} \times \mathbf{E})$, $H^\perp = (\mathbf{n} \times \mathbf{H})$, \mathbf{n} — внутренняя по отношению к S нормаль, ϵ_0 , μ_0 — проницаемости свободного пространства, \mathbf{x}^0 — радиус-вектор точки наблюдения. Воспользовавшись асимптотикой функции $g = \exp(ik_0 r)/4\pi r$, где $k_0 = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, $r = |\mathbf{x}^0 - \mathbf{x}|$, \mathbf{x} — радиус-вектор точки на поверхности S , \mathbf{x} , \mathbf{x}^0 — радиусы-векторы в системе координат, связанной с рассеивателем и ∇g при $r \rightarrow \infty$, получим выражения для поля, рассеянного цилиндром в дальней зоне:

$$H^{pac}(\mathbf{r}^0) = jk_0 \frac{\exp(jk_0|\mathbf{x}^0|)}{4\pi|\mathbf{x}^0|} \cdot I(\mathbf{r}^0) \times \mathbf{r}^0; \quad (2)$$

$$E^{\text{pac}}(r^0) = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} H^{\text{pac}}(r^0) \times r^0, \quad (3)$$

где r^0 — орт направления на точку наблюдения,

$$I(r^0) = \int_S [H^\perp - \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}(E^\perp \times r^0)] \exp[-jk_0(r^0 x^0)] dS. \quad (4)$$

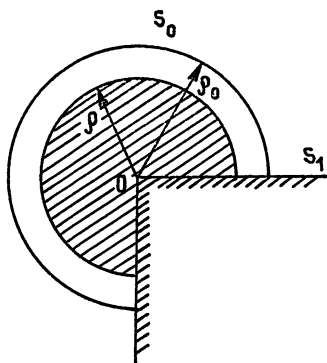


Рис. 1.

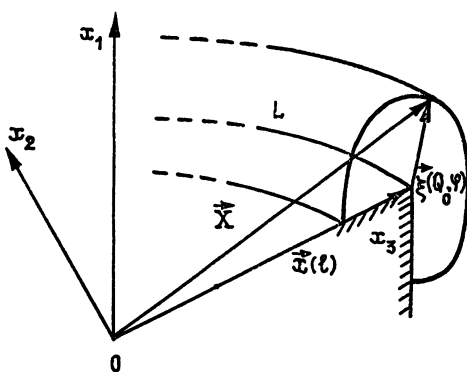


Рис. 2.

В качестве поверхности интегрирования S выберем поверхность, совпадающую с поверхностью цилиндра S_1 везде, за исключением некоторой окрестности кромок. Как показано на рис. 1, в сечении, ортогональном кромке, поверхность интегрирования представляет собой часть окружности радиуса ρ_0 с центром в точке O , охватывающей поверхность поглощающего покрытия кромки. В дальнейшем будем предполагать, что граница поглощающего покрытия в том же сечении является также частью окружности радиуса $\rho \leq \rho_0$ с центром в точке O . Значения ρ и ρ_0 определяются так, чтобы выполнялось условие $\rho \leq \rho_0 \ll \lambda$ (λ — длина волны падающего поля). Таким образом, $S = S_0 + S_1$ и соответственно в (4) $I(r^0) = I_{S_0}(r^0) + I_{S_1}(r^0)$. Далее, для определения в (4) $I(r^0)$ нам необходимо знать распределение тангенциальных составляющих полного дифрагированного поля ($E^\perp = n \times E^T$, $H^\perp = n \times H^T$) на поверхностях S_0 и S_1 . Введем декартову систему координат $Ox_1x_2x_3$, связанную с кромкой (рис. 2) так, что

$$X = x(l) + \xi(\rho_0, \varphi), \quad (5)$$

где $x(l)$ — радиус-вектор точки на кромке L с дуговой координатой l , а $\xi(\rho_0, \varphi)$ — ортогональный кромке в этой точке вектор, имеющий постоянную длину ρ_0 и направление ориентации, определяемое углом φ ($0 \leq \varphi \leq \tau(l) \cdot \pi$). Здесь $\tau(l) \cdot \pi$ — раствор клина, подстроенного касательным образом к кромке в точке с соответствующей дуговой координатой l .

Пусть на цилиндр падает плоская электромагнитная волна

$$E^0 = p \exp[jk_0(R^0 X)], \quad H^0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} (R^0 \times p) \exp[jk_0(R^0 X)], \quad (6)$$

где $p = \{p_1, p_2, p_3\}$ — вектор поляризации падающей волны, $R^0 = \{R_1^0, R_2^0, R_3^0\}$ — волновой вектор падающей волны. В силу линейности задачи величины H^\perp , E^\perp на S_0 в точке (l, ξ) могут быть представлены в виде

$$\begin{pmatrix} H^\perp(x) \\ E^\perp(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{H}^\perp(\xi) \\ \tilde{E}^\perp(\xi) \end{pmatrix} \exp\{jk_0[R^0 x(l)]\}, \quad (7)$$

где $\vec{H}(\xi), \vec{E}(\xi)$ — векторы напряженности поля, возбуждаемого на поверхности S_0 плоской волной:

$$\vec{E}^0(\xi) = p \exp [jk_0(R^0 \xi)] , \quad (8)$$

$$\vec{H}^0(\xi) = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0} (R^0 \times p) \exp [jk_0(R^0 \xi)] .$$

Следует отметить, что функции $\vec{H}^\perp(\xi), \vec{E}^\perp(\xi)$ в соответствующем сечении на S_0 не являются осциллирующими ввиду малости величины ρ_0/λ . Теперь с учетом (7) интеграл $I_{s_0}(r^0)$ можно представить в виде

$$I_{s_0}(r^0) = \int_L \exp [jk_0(R^0 - r^0) x(l)] M(l, r^0) dl , \quad (9)$$

где

$$M(l, r^0) = \int_{S'_0} \exp [-jk_0(r^0 \xi)] G(\xi) dq , \quad (10)$$

S'_0 — линия (часть окружности) на поверхности S_0 , лежащая в плоскости, ортогональной к L , $dq = \rho_0 d\varphi$ — элемент дуги S'_0 .

$$G(\xi) = \vec{H}^\perp(\xi) - \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0} [\vec{E}^\perp(\xi) \times r^0] . \quad (11)$$

Оценивая интеграл (9) методом стационарной фазы, можно показать, что, по крайней мере, для кромки, представляющей собой выпуклую плоскую кривую, всегда должны существовать две точки стационарной фазы (за исключением «особого» случая, который будет оговорен ниже). Уравнение для нахождения точек стационарной фазы l_0 имеет вид

$$h'(l_0) = (R^0 - r^0) \cdot \tau(l_0) = 0 , \quad (12)$$

где $\tau(l_0)$ — орт касательной к L в точке l_0 . Заметим, что в точке l_0 (как следует из формул Френе)

$$h''(l_0) = \kappa(l_0) [(R^0 - r^0) \nu(l_0)] , \quad (13)$$

где $\kappa(l_0)$ — кривизна L в точке l_0 , $\nu(l_0)$ — орт главной нормали к L в точке l_0 . В дальнейшем будем предполагать для определенности, что $\kappa(l_0) > 0$. Таким образом, «особым» случаем, когда нельзя применять метод стационарной фазы, является ситуация, при которой выполняется условие

$$(R^0 - r^0) \nu(l_0) \ll 1 \quad (14)$$

(например, случай осевого зондирования и совмещенного приема). В этом случае значение $I_{s_0}(r^0)$ можно получить численным интегрированием, что также является несложной задачей, если учесть, что ρ_0/λ заметно меньше единицы. После нахождения с помощью уравнения (12) точек стационарной фазы необходимо осуществить их проверку на «видимость» при облучении рассеивателя плоской волной с волновым вектором R^0 и волной, имеющей направление прихода ($-r^0$). С этой целью в обоих случаях находятся границы терминатора, т.е. освещенная область, и последовательно проверяется попадание точки в каждую из этих областей. Если оказывается, что точка стационарной фазы не попадает хоть в одну из освещенных областей, то ее вклад в рассеянное поле не учитывается. Такой анализ проводится для каждой кромки цилиндра. Применяв метод стационарной фазы к интегралу в (9), получим окончательную расчетную формулу:

$$I_{s_0}(r^0) \simeq \sum_{(l_0)} \exp \left[j k_0 (R^0 - r^0) x(l_0) + \delta j \frac{\pi}{4} \right] M(l_0, r^0) \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 x(l_0) |(R^0 - r^0) v(l_0)|}}, \quad (15)$$

где $\delta = \text{sgn}[(R^0 - r^0) v(l_0)]$, а символ (l_0) означает, что суммирование ведется по всем «видимым» точкам стационарной фазы. В силу того, что подынтегральное выражение в (10) является достаточно плавной функцией, значение $M(l_0, r^0)$ находится с помощью одномерного численного интегрирования (в расчетах была использована составная пятиточечная формула Гаусса). Учитывая большие электрические размеры рассеивателя и малые кривизны, можно приближенно положить значения $\tilde{H}^{-1}(\xi)$, $\tilde{E}^{-1}(\xi)$ на линии S'_0 , равными соответствующим значениям на поверхности поглощающего цилиндра, закрывающего ребро

подстроенного в точке l_0 касательного идеально проводящего клина ($\rho = \rho_0$). Следовательно, ключевая задача, которую необходимо решить для расчета по формуле (15), — это, вообще говоря, задача о наклонном падении (по отношению к ребру) плоской электромагнитной волны (6) на идеально проводящий клин, ребро которого закрыто цилиндром из поглощающего материала (рис. 3). Основная трудность здесь состоит в том, что эта задача является существенно трехмерной и ее решение не может быть представлено в виде суперпозиции решений двух независимых двумерных задач, как это получается в задаче дифракции наклонно падающей плоской волны на идеально проводящий клин [2] или в задаче о нормальном (к ребру) падении плоской волны на нашу структуру [4]. Тем не менее нам удалось свести эту задачу к суперпозиции двух двумерных задач, решения которых связаны между собой граничными условиями (с помощью некоторого дифференциального оператора). Если $E_3 = u(x_1, x_2)$, $H_3 = v(x_1, x_2)$, $W = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$, то вектор W , по аналогии с [4], будем искать в виде рядов Фурье—Бесселя, но с матричными (2×2) коэффициентами. Например, в области вне поглощающего цилиндра

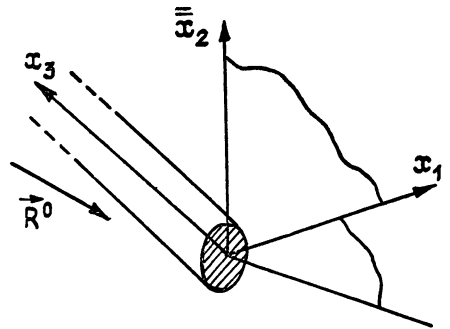


Рис. 3.

здесь состоит в том, что эта задача является существенно трехмерной и ее решение не может быть представлено в виде суперпозиции решений двух независимых двумерных задач, как это получается в задаче дифракции наклонно падающей плоской волны на идеально проводящий клин [2] или в задаче о нормальном (к ребру) падении плоской волны на нашу структуру [4]. Тем не менее нам удалось свести эту задачу к суперпозиции двух двумерных задач, решения которых связаны между собой граничными условиями (с помощью некоторого дифференциального оператора). Если $E_3 = u(x_1, x_2)$, $H_3 = v(x_1, x_2)$, $W = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$, то вектор W , по аналогии с [4], будем искать в виде рядов Фурье—Бесселя, но с матричными (2×2) коэффициентами. Например, в области вне поглощающего цилиндра

$$W = \sum_{m=0}^{\infty} [B_m J_{\nu_m}(x_0 r) + C_m H_{\nu_m}^{(1)}(x_0 r)] f_m(\varphi), \quad (16)$$

где $J_{\nu_m}(z)$ — функция Бесселя, $H_{\nu_m}^{(1)}(z)$ — функция Ганкеля,

$$f_m(\varphi) = \begin{pmatrix} \sin(\nu_m \varphi) \\ \cos(\nu_m \varphi) \end{pmatrix}, \quad x_0 = k_0 \sqrt{1 - (R_3^0)^2}, \quad \nu_m = m/\tau(l).$$

Коэффициенты указанных разложений были получены ранее авторами и приведены в [1]. Ряды типа (16) хорошо сходятся для небольших значений r (по крайней мере для $r \leq \rho_0$), что вполне достаточно для наших целей. Используя разложение (16) для вычисления $M(l, r^0)$ по формуле (10), можно рассчитать суммарный вклад всех кромочных участков локального рассеяния в $I_{s_0}(r^0)$ (15).

Рассмотрим теперь вычисление интеграла $I_{s_1}(r^0)$ по участку поверхности S_1 цилиндра. Так как все геометрические параметры поверхности S_1 достаточно велики по сравнению с λ , а ближайший к кромке

граничный контур поверхности S_1 расположен вне той окрестности кромки, в которой заметную роль играет неравномерная составляющая плотности поверхностного тока, то допустимо рассчитывать вклад поверхности S_1 в приближении физической оптики. А именно:

$$I_s(r^0) \approx 2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \int_{S_{1\text{осв}}} \exp[jk_0(R^0 - r^0)x] [n \times (R^0 \times p)] dS, \quad (17)$$

где $S_{1\text{осв}}$ — «освещенная» часть поверхности S_1 . Этот интеграл допускает вычисление методом стационарной фазы [2] либо сведением кодномерному интегралу, эффективно вычисляемому по квадратурным формулам (например, с помощью составной формулы Гаусса).

Что же касается соответствующего интеграла по освещенному торцу цилиндра, то он, как можно показать [2], выражается в замкнутом виде через цилиндрические функции.

Далее, используя выражения (2) — (4), (15), (17), можно осуществить расчет значений векторов напряженности рассеянного поля.

Результаты численных расчетов. Расчет по изложенной выше методике был проведен на ЭВМ ЕС-1045. При этом окончательные результаты были получены для одной из наиболее важных характеристик отражающих свойств объектов — эффективной поверхности рассеяния (ЭПР). Под ЭПР в бистатическом случае понималась величина [5]

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|p^{np} E^{pac}|^2}{|p E^0|^2}, \quad (18)$$

где E^0 — поле падающей волны, E^{pac} — поле, рассеянное в направлении на приемную антенну, p , p^{np} — векторы поляризации соответственно передающей и приемной антенн, R — расстояние от цилиндра до приемной антенны.

Для расчетов использовалось математическое описание модели

полунатурного эксперимента, изложенное в [6]. Значения основных и кроссовых компонент поляризационной матрицы рассеяния (ПМР) цилиндра рассчитывались в зависимости от углового положения передающей и приемной антенн относительно оси симметрии цилиндра, динамика изменения которого наглядно представлена на рис. 4. При этом обе антенны перемещались синхронно с некоторым углом взаимного разнеса β вдоль направляющей условного конуса, в вершине которого находился цилиндр, а векторы R^0 и r^0 были направлены по его

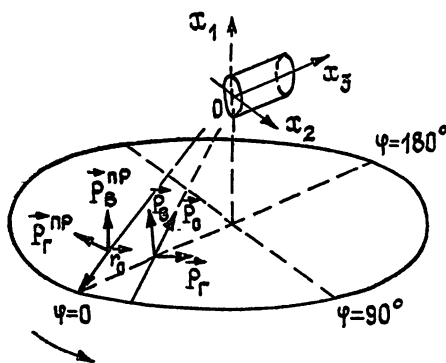


Рис. 4.

образующим. Значение угла ϕ соответствовало угловому положению передающей антенны. Результаты расчета для бистатической конфигурации с углом разнеса, равным 26° , представлены на рис. 5, 6. Исследуемый цилиндр имел следующие электрические размеры: диаметр основания — 5λ , длина образующей — 10λ . Использованные на рисунках обозначения основных ($\sigma_{г,г}$, $\sigma_{в,в}$) и кроссовых ($\sigma_{г,в}$, $\sigma_{в,г}$) компонент содержат два индекса, первый из которых обозначает поляризацию излученной волны, а второй — поляризацию приемной антенны (г — горизонтальная, в — вертикальная). На рис. 5 а — результаты расчета с целью проверки работоспособности предложенной методики

представлены в сравнении с имеющимися экспериментальными данными [6] для идеально проводящего цилиндра. Как можно заметить,

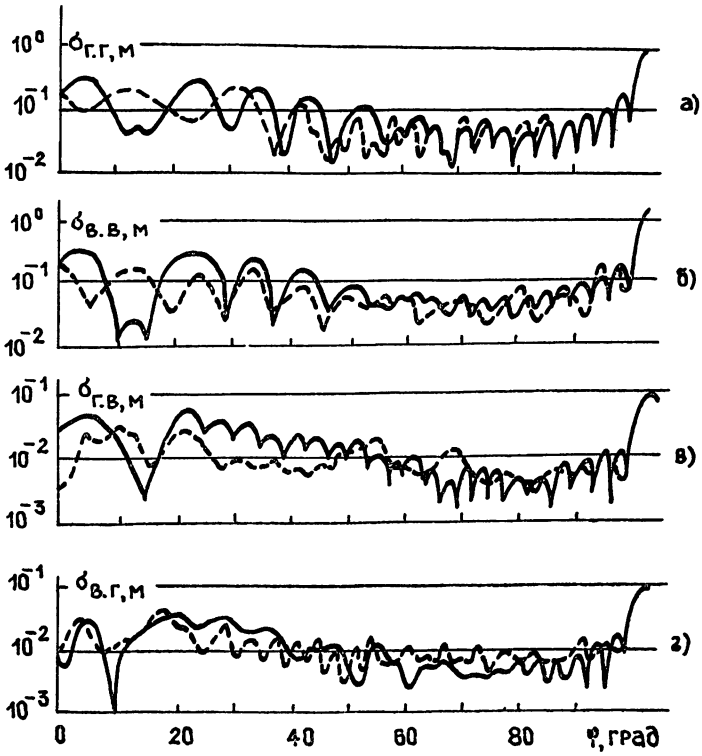


Рис. 5.

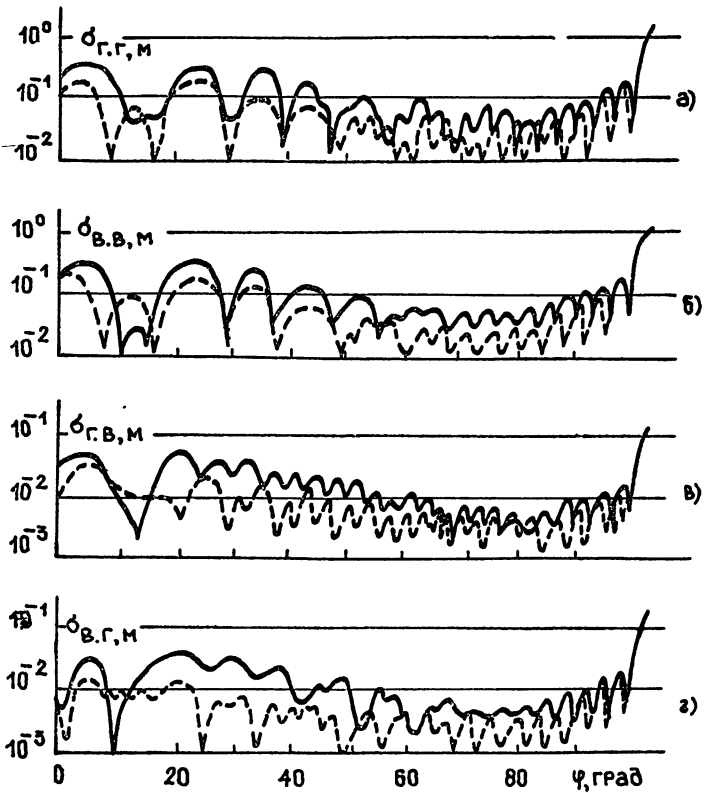


Рис. 6.

теоретические и экспериментальные кривые имеют удовлетворительное совпадение по уровню лепестков, их количеству и структуре. Расчетные значения элементов ПМР цилиндра с тороидальным покрытием кромок поглощающим материалом в сравнении с аналогичными расчетными значениями для идеально проводящего цилиндра показаны на рис. 6а—г. Поглощающий тор имел проницаемости $\epsilon = \mu = 1 + 10j$, а его радиус был равен $0,2\lambda$ (зоммерфельдовская модель поглотителя [7]). Характерно, что ожидаемое снижение значений ЭПР за счет использования поглощающего покрытия на кромках происходит неравномерно в диапазоне углов от 0 до 180° . Так, если на краях диапазона, где вклад кромок в рассеянное поле наибольший, уменьшение значений происходит в 2—3 раза, то в центре, где основной вклад дает боковая поверхность, изменения незначительные.

Таким образом, предложенная в настоящей статье методика решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на идеально проводящем цилиндре с поглощающими покрытиями линий излома поверхности позволяет эффективно рассчитывать на ЭВМ рассеянное поле в произвольном бистатистическом случае.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сухаревский О. И., Добродняк А. Ф. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 9. С. 1074.
2. Уфимцев П. Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. — М.: Сов. радио, 1962. — 240 с.
3. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. — М.: Сов. радио, 1957. — 583 с.
4. Hamid M. A. K. // IEEE Trans. AP. 1973. V. 21. № 3. P. 398.
5. Кинг Р., Тай-Цзунь У. Рассеяние и дифракция электромагнитных волн. — М.: ИЛ, 1962. — 193 с.
6. Литвиненко П. Н., Кравченко А. К., Шишкин Ю. М. // Радиотехника. 1983. № 9. С. 24.
7. Захарьев Л. Н., Леманский А. А. Рассеяние волн «черными» телами. — М.: Сов. радио, 1972. — 288 с.

Поступила в редакцию
31 марта 1988 г.

THE SCATTERING BY FINITE IDEALLY CONDUCTING CYLINDRE WITH EDGES ABSORBING COATING IN BYSTATIC CASE

O. I. Sukharevskij, A. F. Dobrodnyak

The asymptotic method for problem solution of a plane electromagnetic wave diffraction by ideally conducting cylindre of large electric size with edges absorbing coating in arbitrary bystatic case is worked out. This method is based on the use of the Stratton—Chu-type integral presentations and their asymptotic expressions in the far zone. Also the model problem decision of a plane electromagnetic wave oblique incidence by ideally conducting wedge with absorbing cylindre on the edge is used. Numerical computation results are presented.
