ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том 32, № 12 РАДИОФИЗИКА 1989

УДК 538.573

ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА В СЛУЧАЙНО-СЛОИСТОЙ СРЕДЕ. II. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Ю. В. Тарасов, В. Д. Фрейлихер

С помощью матричной формы функции Грина, полученной в рамках резонансного разложения, рассчитаны пространственные распределения интенсивности и энергетических потоков, создаваемых точечным источником в случайно-слоистой среде. Полученные зависимости свидетельствуют о существовании в такой среде флуктуационного волновода.

1. При статистическом описании поля точечного источника $G(\mathbf{R},\mathbf{R}_0)$ в случайно-слоистой среде возникает необходимость вычисления корреляторов типа $\langle G(q_1;\, z, z_0) \ldots G^*(q_n;\, z, z_0)\rangle$, где $G(q_i;\, z, z_0)$ — убывающее на бесконечности решение уравнения

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + q_i^2 + k^2\,\delta\varepsilon(z)\right] G(q_i;\, z, z_0) = 4\pi\delta(z-z_0) \qquad (1)$$

(см. формулы (I.1) — (I.4) работы [1]*). Наибольшая сложность при расчете таких «одномерных» корреляторов состоит в необходимости строгого учета интерференционных эффектов, возникающих вследствие многократного рассеяния волн «назад», т. е. с изменением знака $q \to -q$. Влияние такого рассеяния даже при больших значениях «энергии» $E = q^2$ не может быть учтено по теории возмущений, поскольку интерференция перерассеянных волн приводит к радикальной перестройке спектра собственных состояний системы, описываемой уравнением (1) (без правой части). Именно, многократные акты рассеяния плоской волны даже на малых флуктуациях диэлектрической проницаемости $\delta\varepsilon(z)$ приводят к формированию состояний, экспоненциально локализованных по координате z [2]. Поскольку эти состояния a priori не известны, применение стандартных методов теории возмущений невозможно. Неэффективным для расчета корреляторов по энергиям оказывается и метод укороченных уравнений Фоккера—Планка [3].

В работе [4] был предложен способ вычисления одномерных корреляторов, позволяющий преодолеть имевшиеся трудности. Основы этого метода применительно к волновым процессам изложены в работе [1]. В ней было получено матричное представление функции Грина уравнения (1) ($G(q;\, z, z_0) \to \hat{G}(q; z, z_0)$, см. (I.16) и ниже), отражающее резонансный характер рассеяния волн на слабых неоднородностях. С помощью этого представления вычисление указанных выше средних сводится к усреднению следа произведения соответствующих матриц. При вычислении когерентной составляющей сигнала эта процедура выполняется элементарно [1], а для высших моментов функции Грина сводится к решению системы конечно-разностных уравнений.

В настоящей работе на основе матричного представления $\hat{G}(q; z, z_0)$ вычисляются интенсивность $I(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)$ и поток энергии через бесконечную плоскость $z=\mathrm{const}$ $\Phi(z, z_0)$, усредненные по ансамблю

* Ссылки на формулы работы [1] содержат дополнительную цифру I. Все обозначения в данной статье соответствуют принятым в [1].

реализаций случайной диэлектрической проницаемости $\varepsilon(z)=\varepsilon_0+\delta\varepsilon(z)$. В разд. 2 показано, что искомые величины представляются в виде рядов по степеням функционалов от случайных гауссовых δ-коррелированных полей. Для членов этих рядов выписаны рекуррентные соотношения, с помощью которых в разд. 3 для средних интенсивности $\langle I(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_0)\rangle$ и потока $\langle\Phi(z,z_0)\rangle$ получены явные выражения.

2. Средняя интенсивность поля точечного источника описывается выражением

$$\langle I(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_0)\rangle = \frac{1}{(2\pi)^4}\iint d\varkappa_1\, d\varkappa_2 \exp[i(\varkappa_1-\varkappa_2)\rho] K(q_1, q_2; z, z_0); \tag{2а}$$

$$\begin{gathered} K(q_1, q_2; z, z_0) = \langle \mathrm{Sp}[\hat{G}^{\Omega}(z, z_0)\hat{G}^{+}(z_0, z)]\rangle = \\ = \langle G_{11}^{\Omega}(z, z_0) G_{11}^{*}(z, z_0)\rangle + \langle G_{12}^{\Omega}(z, z_0) G_{12}^{*}(z, z_0)\rangle + \\ + \langle G_{21}^{\Omega}(z, z_0) G_{21}^{*}(z, z_0)\rangle + \langle G_{22}^{\Omega}(z, z_0) G_{22}^{*}(z, z_0)\rangle, \end{gathered} \tag{2б}$$

где ρ — радиус-вектор в плоскости (x, y) (ось z перпендикулярна слоям), $q_i^2 = k^2\varepsilon_0 - \varkappa_i^2$, $k=2\pi/\lambda$; $G_{ik}^{\Omega}(z, z_0) \equiv G_{ik}(\tilde{E}+\Omega; z, z_0)$ — матричные элементы функции Грина (I.16), подробно описанные в [1], $\Omega=q_1^2-q_2^2$. Далее вместо аргументов q_1 и q_2 в (2а) будем использовать $q\equiv q_2$ и Ω.

Произведем преобразование Фурье коррелятора (2б) по координате z (в силу статистической однородности все средние в (2б) зависят от разности $\zeta=z-z_0$):

$$\tilde{K}(q, \Omega; s) = \int d\zeta e^{-is\zeta} K(q, \Omega; \zeta). \tag{3}$$

После подстановки матричных элементов G_{ik}, выраженных через функционалы $\nu_\pm$, $\Gamma_\pm$ и $\pi_\pm$ (см. (I.26)), фурье-образ (3) приобретает вид

$$\begin{gathered} \tilde{K}(q, \Omega; s) = \left(\frac{2\pi}{q}\right)^2 \langle\{[1+\Gamma_-^{\Omega}(z)\Gamma_-^{*}(z)]Y_+(z, s) + \\ + [1+\Gamma_+^{\Omega}(z)\Gamma_+^{*}(z)]Y_-(z, s)\}[1+\Gamma_+^{\Omega}(z)\Gamma_-^{\Omega}(z)]^{-1}[1+\Gamma_+^{*}(z)\Gamma_-^{*}(z)]^{-1}\rangle; \end{gathered} \tag{4а}$$

$$Y_+(z, s) = \int_z^\infty dz' \exp[-i(s-\Omega/2q)(z'-z)] \frac{\pi_+^{\Omega}(z')\pi_+^{*}(z')+\gamma_+^{\Omega}(z')\gamma_+^{*}(z')}{\pi_+^{\Omega}(z)\pi_+^{*}(z)}; \tag{4б}$$

$$Y_-(z, s) = \int_{-\infty}^{z} dz' \exp[-i(s+\Omega/2q)(z'-z)] \frac{\pi_-^{\Omega}(z')\pi_-^{*}(z')+\gamma_-^{\Omega}(z')\gamma_-^{*}(z')}{\pi_-^{\Omega}(z)\pi_-^{*}(z)}. \tag{4в}$$

Фигурирующие в этих формулах функционалы $\Gamma_\pm$ и $\pi_\pm$ удовлетворяют уравнениям (I.27). В этих уравнениях случайное поле $\eta(z)$, описывающее гармоники в спектре флуктуаций $\delta\varepsilon$, ответственные за резонансное рассеяние вперед, входит только в комбинации с полями $\xi(z)$ и $\xi^*(z)$. Это позволяет исключить $\eta(z)$, введя эффективные случайные поля $\tilde{\xi}(z)$ и $\tilde{\xi}^*(z)$ (как это сделано, например, в (I.35)) такие, что их корреляционные свойства тождественны корреляционным свойствам величин $k^2\delta\varepsilon_2(z)/2q$ и $k^2\delta\varepsilon_2^*(z)/2q$, описывающих резонансное рассеяние назад. После этого поле $\eta(z)$ остается только в фазовых множителях матричных элементов G_{ik} (см. (I.21) и (I.24)), которые при составлении произведений (2б) взаимно компенсируются. Следовательно, средняя интенсивность поля точечного источника в случайно-стратифицированной среде формируется только за счет интерференции полей, рассеивающихся зеркально (т. е. «назад», с изменением знака q на противоположный). Поле $\eta(z)$, соответствующее рассеянию вперед, не дает вклада в ослабление интенсивности, поэтому при ее вычислении можно полагать $\eta(z) \equiv 0$. Напомним при этом, что когерентная составляющая сигнала $\langle G(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_0)\rangle$ (I.29) определяется рассеянием вперед в той же мере, что и рассеянием назад, поскольку фазовые множители типа $\exp\left[-2i\int\eta(z')dz'\right]$ в величинах $\langle G_{ik}\rangle$ не исчезают.

Для того, чтобы выполнить операцию усреднения в (4а), разложим множители $(1+\Gamma_+^0\Gamma_-^0)^{-1}$ и $(1+\Gamma_+^*\Gamma_-^*)^{-1}$ в ряды по степеням $\Gamma_+\Gamma_-$ и сгруппируем отдельно функционалы типа «плюс» и «минус». К возникающему при этом двойному ряду

$$\sum_{m,\, n=0}^{\infty}(-1)^{m+n}[(\Gamma_+^0)^m(\Gamma_+^*)^n][(\Gamma_-^0)^m(\Gamma_-^*)^n] \tag{5}$$

необходимо применить правило отбора, которое вытекает из гауссовости случайных полей $\tilde{\xi}$ и $\tilde{\xi}^*$. Оно состоит в следующем. Функционалы разного «знака» в фигурных скобках формулы (4а) каждый по отдельности содержат одинаковое число полей $\tilde{\xi}$ и $\tilde{\xi}^*$. Умножив выражение в фигурных скобках на произвольный член ряда (5) и усреднив, мы получим отличный от нуля результат только в том случае, если функционалы типа «плюс» и «минус» в (5) одновременно содержат равное число полей $\tilde{\xi}$ и $\tilde{\xi}^*$. Это возможно только при $m=n$, поэтому двойной ряд при усреднении вырождается в однократный.

Поскольку усреднение функционалов разного «знака» производится независимо, средние в (4а) распадаются на отдельные корреляторы следующих типов:

$$R_n^{(\pm)} = \langle[\Gamma_\pm^0(z)\,\Gamma_\pm^*(z)]^n\rangle\,; \tag{6а}$$

$$Q_n^{(\pm)}(s) = \langle[\Gamma_\pm^0(z)\,\Gamma_\pm^*(z)]^n\, Y_\pm(z, s)\rangle\,, \qquad n=0, 1, 2, \ldots \tag{6б}$$

С помощью уравнений (I.27а, б) для средних типа (6а) получается система конечно-разностных уравнений [3–5]

$$2i\Omega\tau R_n^{(\pm)} + n(R_{n+1}^{(\pm)} + R_{n-1}^{(\pm)} - 2R_n^{(\pm)}) = 0\,, \qquad R_0 = 1\,, \tag{7}$$

решение которых имеет вид

$$R_n^{(\pm)} \equiv R_n = \beta\int_0^\infty dt e^{-\beta t}\left(\frac{t}{1+t}\right)^n, \tag{8}$$

$$\beta = -2i\Omega\tau, \quad \operatorname{Re}\beta > 0.$$

Здесь $\tau = L_2/2q = 2q/k^4D_2$ (см. (I.13)).

Система уравнений для $Q_n^{(\pm)}(s)$ получается с помощью тех же уравнений (I.27а, б) и дифференциальных уравнений для функционалов $Y_\pm(z, s)$, которые следуют из определений (4б), (4в) и уравнений (I.27 в, г). Для коррелятора $Q_n \equiv Q_n^{(+)}(s)$ система уравнений имеет вид

$$-(n+1)^2(Q_{n+1} - Q_n) + n^2(Q_n - Q_{n-1}) + i[sL_2 - \Omega\tau(2n+1)]Q_n =$$

$$= L_2(R_n + R_{n+1}) \,, \tag{9}$$

причем роль краевых условий играют требования конечности Q_n при всех $n=0, 1, 2, \ldots$ и достаточно быстрого их убывания при $n \to \infty$, так чтобы ряд

$$P(z) = \sum_{n=0}^{\infty} Q_n z^n \tag{10}$$

сходился в замкнутом круге $|z| \leqslant 1$. Уравнение для $Q_n^{(-)}(s)$ отличается от (9) заменой $s \to -s$.

3. Выражение (4а) для фурье-образа $\tilde{K}(q, \Omega; s)$ с учетом обозначений (6а), (6б) приводится к следующему виду:

$$\tilde{K}(q, \Omega; s) = \left(\frac{2\pi}{q}\right)^2 \sum_{n=0}^{\infty} (R_n + R_{n+1})[Q_n(s) + Q_n(-s)] \,. \tag{11}$$

Пользуясь определением производящей функции (10) и формулой (8) для R_n, можно корреляционную функцию (11) преобразовать к интегральной форме:

$$\tilde{K}(q, \Omega; s) = \left(\frac{2\pi}{q}\right)^2 \frac{L_2}{\beta} e^{\beta} \int_{\beta}^{\infty} d\zeta e^{-\zeta} (2\zeta - \beta)[y(\zeta, s) + y(\zeta, -s)] \,. \tag{12}$$

Функция $y(\zeta, s)$ представляет собой решение дифференциального уравнения

$$\left[-\frac{d}{d\zeta}\zeta^2\frac{d}{d\zeta} + \zeta\frac{d}{d\zeta}\zeta + \beta\frac{d}{d\zeta}\zeta\left(\frac{d}{d\zeta} - 1\right) + isL_2 + \beta/2\right] y(\zeta, s) =$$
$$= 1 + (\zeta - \beta/2) e^{\zeta} \mathrm{Ei}(-\zeta), \tag{13}$$

удовлетворяющее условиям конечности при $\zeta = \beta$ и убывания при $\zeta \to \infty$ ($\mathrm{Ei}(-\zeta)$ — интегральная показательная функция).

Для расчета средней интенсивности (2а) уравнение (13) необходимо решить, вообще говоря, при произвольных значениях параметра β. Рассмотрим вначале случай $|\beta| \gg 1$. Поскольку в интеграле (12) при этом оказывается существенной область $\zeta \sim \beta$, будем искать решение (13) в виде

$$y(\zeta, s) = A\left(\frac{1}{\zeta} - \frac{1}{\zeta^2}\right) + \frac{B}{\zeta^3} + \ldots, \tag{14}$$

который диктуется асимптотическим разложением правой части (13) при $\zeta \gg 1$. В результате с необходимой нам точностью находим:

$$y(\zeta, s) \simeq \frac{\beta/2}{1 + isL_2 + \beta/2} \frac{1}{\zeta} \,. \tag{15}$$

Подставляя (15) в (12) и выполняя затем обратное преобразование Фурье по переменной s, получим следующий результат:

$$K(q, \Omega; z, z_0) \simeq \frac{2\pi^2}{q^2} \exp\left\{-\left[L_2^{-1}(q) + \frac{i\Omega}{2q}\right] |z - z_0|\right\}, \tag{16}$$
$$\Omega \gg 2q/L_2 \,.$$

Пусть теперь $|\beta| \ll 1$. В этом случае решение (13) можно искать в виде разложения

$$y(\zeta, s) = y_0(\zeta, s) + \beta y_1(\zeta, s) + \ldots \tag{17}$$

Здесь $y_0(\zeta, s)$ является решением уравнения (13) при $\beta=0$. Оно легко получается с помощью функции Грина дифференциального оператора в (13), которая для $\beta=0$ имеет вид

$$G_s(\zeta, \zeta') = \frac{(\zeta\zeta')^{-1/2}}{(2\varkappa)^2} \exp\left(\frac{\zeta-\zeta'}{2}\right) \int\limits_0^\infty d\mu \frac{\mu \operatorname{sh}(\pi\mu/2)}{\nu(\mu)+isL_2} K_{i\mu/2}\left(\frac{\zeta}{2}\right) K_{i\mu/2}\left(\frac{\zeta'}{2}\right), \tag{18}$$

$\nu(\mu) = (1+\mu^2)/4$ — собственное значение дифференциального оператора (13) при $\beta=0$ и $s=0$, $K_\nu(x)$ — функция Макдональда. Функция $y_0(\zeta, s)$ равна

$$y_0(\zeta, s) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(\frac{e^\zeta}{\zeta}\right)^{1/2} \int\limits_0^\infty d\mu \frac{\mu \operatorname{sh}(\pi\mu/2)}{\operatorname{ch}^2(\pi\mu/2)} \frac{\nu(\mu)}{\nu(\mu)+isL_2} K_{i\mu/2}\left(\frac{\zeta}{2}\right). \tag{19}$$

Слагаемое $y_1(\zeta, s)$ содержит логарифмическую сингулярность по β, т. е. представление (17) следует рассматривать как функциональное разложение, а не обычный ряд Тэйлора. По этой причине процедура отыскания величины $y_1(\zeta, s)$ является довольно сложной и громоздкой В то же время оказывается, что в результате двойного интегрирования по $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ в (2а) вклад второго слагаемого в правой части (17) в среднюю интенсивность всегда мал по сравнению с вкладом $y_0(\zeta, s)$. Поэтому, ограничиваясь подстановкой в (12) выражения (19) и выполняя преобразование Фурье по переменной s, получим

$$K(q, \Omega; z, z_0) \simeq i\frac{2\varkappa^2}{qL_2\Omega} \int\limits_0^\infty d\mu\, W(\mu)\, \nu^2(\mu) \exp\left[-\frac{\nu(\mu)}{L_2(q)}|z-z_0|\right], \tag{20}$$

$$\Omega \ll 2q/L_2.$$

Здесь

$$W(\mu) = \frac{\pi^3}{2} \frac{\mu \operatorname{sh}(\pi\mu/2)}{\operatorname{ch}^3(\pi\mu/2)} \tag{21}$$

— нормированная на единицу плотность вероятности распределения чисел μ, параметризующих собственные значения $\nu(\mu)$. Интегрирование по μ в формулах для корреляционных функций типа (20) имеет смысл усреднения по флуктуациям частоты осцилляторных собственных состояний одномерной неупорядоченной системы.

Из сравнения формул (16) и (20) видно, что последнее выражение оказывается доминирующим по амплитуде. Кроме того, в (16) содержится быстро осциллирующий множитель, который при интегрировании по q еще более уменьшает соответствующий вклад в интенсивность. Таким образом, средняя интенсивность сигнала в основном определяется коррелятором (20), проинтегрированным, в соответствии с (2а), по q и Ω.

Пользуясь тем, что параметр Ω содержит бесконечно малую положительную мнимую часть, для интегрирования по Ω применим формулу

$$\frac{1}{\Omega} = \frac{P}{\Omega} - i\pi\delta(\Omega), \tag{22}$$

где символ P означает главное значение интеграла. Поскольку кроме множителя Ω^{-1} никаких других зависимостей от Ω в (20) не содержится, интеграл по Ω в смысле главного значения обращается в нуль. Учитывая это обстоятельство, получим окончательное выражение для средней интенсивности:

$$\langle I(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_0)\rangle = \frac{\pi}{16} k^4 D_2 \int\limits_0^{\varkappa_m} \frac{\varkappa d\varkappa}{q^3} J_0^2(\varkappa\rho) \int\limits_0^{\infty} d\mu W(\mu)\nu^2(\mu)\exp\left[-\frac{\nu(\mu)}{L_2(q)}|z-z_0|\right]. \tag{23}$$

Здесь, как и при вычислении когерентной составляющей сигнала, мы не учитывали сильно рассеивающиеся гармоники поля с $E=q^2<0$, т. е. предполагали выполненным неравенство (I.30).

Как видно из формулы (23), средняя интенсивность экспоненциально уменьшается с ростом $|z-z_0|$. Учитывая, что в области

$$|z-z_0| \gg L_2(\varkappa_m) \equiv L_{2m} \tag{24}$$

основной вклад в интеграл (23) сосредоточен в окрестности точек $\mu=0$ и $\varkappa=0$ $(q=\varkappa_m)$, приближенно в этом случае получим

$$\begin{gathered}\langle I(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_0)\rangle \simeq 8\left(\frac{\pi}{4}\right)^{9/2} \frac{\varkappa_m L_{2m}^{3/2}}{|z-z_0|^{5/2}} \exp\left(-\frac{|z-z_0|}{4L_{2m}}\right) \times \\ \times \exp\left[-2\frac{L_{2m}(\varkappa_m\rho)^2}{|z-z_0|}\right] I_0\left[2\frac{L_{2m}(\varkappa_m\rho)^2}{|z-z_0|}\right]\end{gathered} \tag{25}$$

(I_0 — модифицированная функция Бесселя). Видно, что в области $\rho^2 \ll D_2|z-z_0|$ средняя интенсивность от поперечной координаты ρ практически не зависит, а в области

$$\rho^2 \gg D_2|z-z_0| \tag{26}$$

выражение (25) переходит в

$$\langle I(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_0)\rangle \simeq 2\left(\frac{\pi}{4}\right)^4 \frac{L_{2m}}{\rho(z-z_0)^2} \exp\left(-\frac{|z-z_0|}{4L_{2m}}\right). \tag{27}$$

Метод резонансного разложения, использованный нами для расчета средней интенсивности, позволяет вычислить также средний поток энергии $\langle\Phi(z, z_0)\rangle$ через бесконечную плоскость $z=\mathrm{const}$, создаваемый точечным монохроматическим источником в случайно-слоистой среде. Плотность потока энергии в направлении оси z (перпендикулярно слоям) имеет вид

$$\begin{gathered}S_z(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_0) = \frac{1}{(2\pi)^4} \iint d\boldsymbol{\varkappa}_1 d\boldsymbol{\varkappa}_2 \exp[i(\boldsymbol{\varkappa}_1 - \boldsymbol{\varkappa}_2)\boldsymbol{\rho}] \times \\ \times \frac{1}{i}\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z'}\right) G(q_1; z, z_0)\, G^*(q_2; z', z_0)\,|_{z'=z}.\end{gathered} \tag{28}$$

Интегрируя это выражение по $\boldsymbol{\rho}$ в бесконечных пределах и учитывая, что в матричном представлении действие дифференциального оператора в (28) сводится к умножению на матрицу $2q\hat{\sigma}_3$ (см. (I.12б)), получим

$$\langle\Phi(z, z_0)\rangle = \frac{1}{2\pi^2} \int d\boldsymbol{\varkappa} q(\varkappa) K_1(q; z-z_0); \tag{29a}$$

$$K_1(q; z-z_0) = \langle \mathrm{Sp}[\hat{\sigma}_3\hat{G}(z, z_0)\hat{G}^{+}(z_0, z)]\rangle =$$

(29б)

$$= |G_{11}|^2 - |G_{22}|^2 + |G_{12}|^2 - |G_{21}|^2.$$

Выполняя преобразование Фурье коррелятора (29б) по $z-z_0$ и производя расчеты, аналогичные тем, которые делались при вычислении коррелятора (3), получим для фурье-образа $\tilde{K}_1(q; s)$ следующую формулу:

$$\tilde{K}_1(q; s) = 2\left(\frac{2\pi}{q}\right)^2 L_2 \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta}\zeta\,[f_s(\zeta) - f_{-s}(\zeta)]. \qquad (30)$$

Функция $f_s(\zeta)$ удовлетворяет уравнению

$$\left(-\frac{d}{d\zeta}\zeta^2\frac{d}{d\zeta} + \zeta\frac{d}{d\zeta}\zeta + isL_2\right)f_s(\zeta) = -e^{\zeta}\mathrm{Ei}(-\zeta) \qquad (31)$$

с граничными условиями интегрируемости при $\zeta \simeq 0$ и убывания при $\zeta \to \infty$. С помощью функции Грина (18) уравнение (31) решается точно, и решение имеет вид

$$f_s(\zeta) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\int_0^\infty d\mu \frac{\mu\,\mathrm{sh}(\pi\mu/2)}{\mathrm{ch}^2(\pi\mu/2)}\,\frac{\zeta^{-1/2}\exp(\zeta/2)K_{i\mu/2}(\zeta/2)}{\nu(\mu) + isL_2}. \qquad (32)$$

Будучи подставленным в формулу (30) оно приводит к следующему результату:

$$\tilde{K}_1(q; s) = -is\left(\frac{4\pi L_2}{q}\right)^2 \int_0^\infty d\mu \frac{W(\mu)}{\nu^2(\mu) + (sL_2)^2}. \qquad (33)$$

Обратное преобразование Фурье выражения (33) по переменной s после подстановки в (29а) дает формулу для среднего потока энергии через плоскость $z = \mathrm{const}$:

$$\langle\Phi(z, z_0)\rangle = \mathrm{sgn}(z - z_0)8\pi \int_0^{\varkappa_m} dq \int_0^\infty d\mu\, W(\mu)\exp\left[-\nu(\mu)\frac{|z - z_0|}{L_2(q)}\right]. \qquad (34)$$

Здесь, как и в (23), отсутствует вклад гармоник поля с $q^2 < 0$, т. е. выражение (34) справедливо при выполнении неравенства (I.30). В области координат, определяемой неравенством (24), формула (34) переходит в асимптотическое выражение

$$\langle\Phi(z, z_0)\rangle \simeq \mathrm{sgn}(z - z_0)8\pi^{9/2}\varkappa_m\left(\frac{L_{2m}}{|z - z_0|}\right)^{5/2}\exp\left(-\frac{|z - z_0|}{4L_{2m}}\right). \qquad (35)$$

Из формул (27) и (35) следует, что случайно-слоистая среда обладает ярко выраженными волноводными свойствами — излучение «запирается» в направлении оси z и каналируется вдоль слоев, о чем свидетельствует цилиндрическая расходимость $\langle I(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_0)\rangle$ по продольной координате ρ. Возможность существования такого флуктуационного волновода была показана в [6]. Важно подчеркнуть, что его происхождение не связано с регулярной рефракцией, а является следствием интерференции бесконечного числа полей, случайно перерассеянных на флуктуациях диэлектрической проницаемости.

Авторы благодарны В. И. Татарскому за интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тарасов Ю. В., Фрейлихер В. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 11. С. 1387.

2. Лифшиц И. М., Гредескул С. А., Пастур Л. А. Введение в теорию неупорядоченных систем. — М.: Наука, 1982.
3. Кляцкин В. И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. — М.: Наука, 1980.
4. Kaner E. A., Chebotarev L. V. // Phys. Reports. 1987. V. 150. № 3&4. P. 179.
5. Березинский В. Л. // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. № 1. С. 125.
6. Гредескул С. А., Фрейлихер В. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 10. С. 1210.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
1 февраля 1988 г.

A POINT SOURCE FIELD IN A RANDOM STRATIFIED MEDIUM. II. POWER CHARACTERISTICS

Yu. V. Tarasov, V. D. Freulicher

Using the dyadic Green function derived in the resonance expansion technique, spatial distributions of the intensity and power fluxes are calculated for the fields produced by a point source in a random stratified medium. The dependences obtained suggest the existence of a fluctuational waveguide in the medium.

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ «РАДИОФИЗИКИ»

В работе [1] исследуется эффективность двухэлементного автокомпенсатора с корреляционными обратными связями, динамические свойства которого описываются дифференциальным уравнением вида

$$\tau\dot{W} + W = -g|U_к|^2\left(W - \frac{U_0U_к^*}{|U_к|^2}\right), \tag{1}$$

где W — комплексный вес компенсационного канала, τ, g — постоянная времени и коэффициент усиления цепи обратной связи, U_0, $U_к$ — комплексные амплитуды помехового сигнала в основном и компенсационном каналах.

Полагая амплитуды помехового сигнала в каналах обработки одинаковыми, а набег фазы меняющимся линейно:

$$U_0 = U, \quad U_к = U\exp(\dot{\varphi}t),$$

авторы [1] получили следующие выражения, описывающие весовой коэффициент и эффективность автокомпенсатора:

$$W(t) = gU^2\exp(-i\dot{\varphi}t)(G - i\dot{\varphi}\tau)^{-1}; \tag{2}$$

$$\frac{|U_0 - WU_к|}{U} = \left|\frac{1 - i\dot{\varphi}\tau}{G - i\dot{\varphi}\tau}\right| \simeq \frac{1}{G}\sqrt{1 + (\dot{\varphi}\tau)^2}, \tag{3}$$

где $G = 1 + g|U_к|^2$. При этом на основании (3) делается вывод о том, что судить о динамических свойствах автокомпенсатора по скорости его переходного процесса, т. е. по величине эффективной постоянной времени $\tau_э = \tau/G$, нельзя, а снижение эффективности автокомпенсатора определяется величиной реальной постоянной времени τ.

Следует заметить, что данный вывод носит частный характер и в общем случае требует уточнения. Для иллюстрации сказанного преобразуем выражение (2) к более наглядному виду

$$W(t) = \left(1 - \frac{1}{G}\right)\frac{1}{\sqrt{1 + (\dot{\varphi}\tau_э)^2}}\exp[-i(\dot{\varphi}t - \operatorname{arctg}\dot{\varphi}\tau_э)], \tag{4}$$

из которого следует, что полезное задающее воздействие измерителя весового коэффициента автокомпенсатора $U_0U_к^*/|U_к|^2 = \exp(-i\dot{\varphi}t)$ измеряется с ошибкой по положению, которая приводит к уменьшению модуля весового коэффициента до величины $1 - (1/G)$, и с ошибкой по скорости, которая заключается в смещении фазы ве-

(Окончание см. с. 1505)