

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

УДК 621.396.967

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕТОДА СПЕКТРАЛЬНОГО
ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКОВ В АНТЕННОЙ
РЕШЕТКЕ С ЛИНЕЙНЫМ ПРЕДСКАЗАНИЕМ**

А. Б. Гершман

При измерении угловых координат источников излучения в антенных решетках (АР) используется нелинейный метод спектрального оценивания на основе линейного предсказания (ЛП), позволяющий достигать повышенной разрешающей способности (эффекта сверхразрешения) по сравнению с традиционным линейным методом [1-3]. Вопрос о статистических характеристиках и свойствах данного нелинейного метода в условиях конечного времени оценивания корреляционной матрицы (конечного объема обучающей выборки) аналитически не исследовался.

В данной работе в условиях конечного объема обучающей выборки получены выражения для среднего значения и дисперсии оценки пространственного спектра источников по методу ЛП. Проведено сравнение статистических свойств данного метода и двух других нелинейных процедур со сверхразрешением.

1. Метод ЛП сводится к формированию оценки пространственного спектра вида [1, 2]

$$\hat{\eta}_i(\theta) = |S^+(\theta)\hat{M}^{-1}e_i|^{-2}, \quad (1)$$

где θ — текущая угловая координата, $S(\theta)$ — вектор обзора размерности N , \hat{M} — оценка корреляционной матрицы $M = \langle \hat{M} \rangle$ размерности $N \times N$, полученная по конечному числу K обучающих выборок, e_i — вектор размерности N с i -м элементом, равным единице, и остальными, равными нулю, i — порядковый номер элемента АР, выходной сигнал которого подвергается предсказанию, N — размерность обучающих выборок (число элементов АР); $\langle \rangle$ и $\langle \rangle$ — соответственно знаки эрмитова сопряжения и статистического усреднения.

О направлениях прихода и мощностях источников можно судить как по пикам спектральной оценки (1), так и по минимумам (нулям) обращенной оценки $\hat{\beta}_i(\theta) = \hat{\eta}_i^{-1}(\theta)$. Считая, что между различными обучающими выборками отсутствует статистическая зависимость, возьмем в качестве \hat{M} максимально правдоподобную оценку корреляционной матрицы [4]

$$\hat{M} = \frac{1}{K} \sum_{l=1}^K X_l X_l^+, \quad (2)$$

где X_l — вектор обучающей выборки в l -й момент времени. Введем эрмитовы матрицы

$$\varepsilon = \hat{M} - M, \quad \gamma = \hat{M}^{-1} - M^{-1}. \quad (3)$$

Используя тождество $\hat{M}\hat{M}^{-1} = E$ (E — единичная матрица размерности $N \times N$), для достаточно больших значений K (см. соотношения (15) в [5]) можно получить следующую формулу:

$$\langle \gamma L \gamma \rangle = \frac{1}{K} \text{Sp} (LM^{-1})M^{-1}, \quad (4)$$

где L — произвольная эрмитова матрица размерности $N \times N$. Учитывая (4) и тождество $\text{Sp}(UV+L) = V^+LU$ (здесь U и V — произвольные векторы размерности N), получим в порядке малости K^{-1} асимптотические выражения для среднего и дисперсии обращенной спектральной оценки $\hat{\beta}_i(\theta)$:

$$\langle \hat{\beta}_i(\theta) \rangle = \beta_i(\theta) + \alpha(\theta)(M^{-1})_{ii}/K,$$

$$\sigma_i^2(\theta) = \langle [\hat{\beta}_i(\theta) - \langle \hat{\beta}_i(\theta) \rangle]^2 \rangle = 2[\beta_i^2(\theta) + \beta_i(\theta)\alpha(\theta)(M^{-1})_{ii}]/K,$$

где $\beta_i(\theta) = |S^+(\theta)M^{-1}e_i|^2$, $\alpha(\theta) = S^+(\theta)M^{-1}S(\theta)$.

2. Сравним выражения (5) с полученными в [5] формулами для статистических характеристик нелинейных спектральных оценок, соответствующих методам Кейпона и теплового шума (ТШ) [3, 6, 7]. Эти формулы имеют следующий вид:

$$\langle \hat{\alpha}(\theta) \rangle = \alpha(\theta), \quad \langle \hat{\xi}(\theta) \rangle = \xi(\theta) + \alpha(\theta) \text{Sp}(M^{-1})/K, \quad (6)$$

$$\sigma_\alpha^2(\theta) = \langle (\hat{\alpha}(\theta) - \langle \hat{\alpha}(\theta) \rangle)^2 \rangle = \alpha^2(\theta)/K,$$

$$\sigma_\xi^2(\theta) = \langle (\hat{\xi}(\theta) - \langle \hat{\xi}(\theta) \rangle)^2 \rangle = 2[\xi^2(\theta) + \alpha(\theta)\mu(\theta)]/K.$$

Здесь $\hat{\alpha}(\theta) = S^+(\theta)\hat{M}^{-1}S(\theta)$ — обращенная спектральная оценка, соответствующая методу Кейпона, $\hat{\xi}(\theta) = S^+(\theta)\hat{M}^{-2}S(\theta)$ — обращенная оценка, соответствующая методу ТШ, $\xi(\theta) = S^+(\theta)M^{-2}S(\theta)$, $\mu(\theta) = S^+(\theta)M^{-3}S(\theta)$. Отметим, что из сравнения формул (5) и (6) следует, что при конечном числе K оценки ЛП и ТШ являются смещенными, а оценка Кейпона — несмещенной.

Введем безразмерные величины, характеризующие статистическую устойчивость рассматриваемых спектральных оценок:

$$D_i(\theta) = \sigma_i^2(\theta)/\langle \hat{\beta}_i(\theta) \rangle^2 = 2\left[1 + \frac{\alpha(\theta)}{\beta_i(\theta)}(M^{-1})_{ii}\right]/K,$$

$$D_\alpha(\theta) = \sigma_\alpha^2(\theta)/\langle \hat{\alpha}(\theta) \rangle^2 = 1/K,$$

(7)

$$D_\xi(\theta) = \sigma_\xi^2(\theta)/\langle \hat{\xi}(\theta) \rangle^2 = 2[1 + \alpha(\theta)\mu(\theta)/\xi^2(\theta)]/K.$$

Согласно (7), $D_\alpha(\theta) < 0,5 D_i(\theta)$ и $D_\alpha(\theta) < 0,5 D_\xi(\theta)$. Таким образом, даже из наиболее общей формы записи величин (7) видно, что оценки ЛП и ТШ являются статистически менее устойчивыми, чем оценка Кейпона.

Для выяснения более конкретных соотношений между величинами D_i , D_α и D_ξ ограничимся рассмотрением случая одного точечного источника, находящегося в дальней зоне, по мощности в элементе АР существенно превышающего мощность собственного шума, и линейной, эквидистантной решетки, состоящей из большого числа ($N \gg 1$) изотропных элементов. В направлении θ , отстоящем от направления на источник более чем на ширину луча АР по половинной мощности, имеем $\beta_i(\theta) \approx 1$, $\alpha(\theta) \approx \xi(\theta) \approx \mu(\theta) \approx N$. При этом величины D_i , D_α и D_ξ не зависят от параметра θ и выполняются следующие соотношения:

$$D_i \approx 2ND_\alpha, \quad D_i \approx 0,5ND_\xi.$$

Следовательно, справедливо $D_i \gg D_\alpha$, $D_i \gg D_\xi$. В направлении θ , совпадающем с направлением на источник, будем иметь $\beta_i(\theta) \approx (\nu N)^{-2}$, $\alpha(\theta) \approx \nu^{-1}$, $\xi(\theta) \approx (\nu^2 N)^{-1}$, $\mu(\theta) \approx (\nu^3 N^2)^{-1}$. Здесь ν — отношение мощности источника к мощности собственного шума в элементе АР ($\nu \gg 1$). Следовательно,

$$D_i \approx 2\nu N^2 D_\alpha, \quad D_i \approx 0,5\nu N^2 D_\xi$$

и снова имеем $D_i \gg D_\alpha$, $D_i \gg D_\xi$. Таким образом, в условиях конечного объема обучающей выборки, спектральная оценка ЛП существенно менее устойчива, чем оценки ТШ и Кейпона. Эта особенность обусловлена тем, что спектральную оценку ТШ можно рассматривать как сумму (по порядковому номеру i элемента предсказания) спектральных оценок ЛП [8]. В практических ситуациях данный факт, очевидно, может проявляться как в более сильных флуктуациях максимумов (1), соответствующих истинным направлениям прихода источников, так и в возникновении в спектральной оценке ЛП более интенсивных ложных пиков, угловые координаты которых могут быть ошибочно приняты за истинные угловые координаты источников.

Для иллюстрации сделанных выше выводов было проведено численное моделирование линейной, эквидистантной, десятиэлементной АР с межэлементным расстоянием, равным половине длины волны. Мощность точечного источника ν полагалась равной 10 дБ. На рисунках приведены полученные путем моделирования оценки пространственного спектра, соответствующие методам Кейпона (рис. 1), ТШ (рис. 2) и методу ЛП при $i = 1$ (рис. 3). Сплошными линиями изображены спектральные оценки при $K = 100$, штриховыми — при $K = \infty$. Угловая координата источника помечена стрелкой. Из рис. 1-3 видно, что спектральная оценка ЛП имеет достаточно интенсивные лож-

ные детали, а максимум, соответствующий источнику,—существенное смещение по угловой координате относительно истинного направления прихода. В спектральных оценках Кейпона и ТШ ложные детали практически отсутствуют, а максимумы более точно соответствуют направлению на источник.

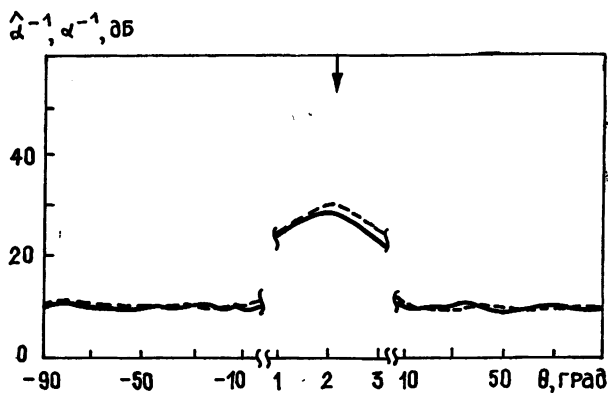


Рис. 1.

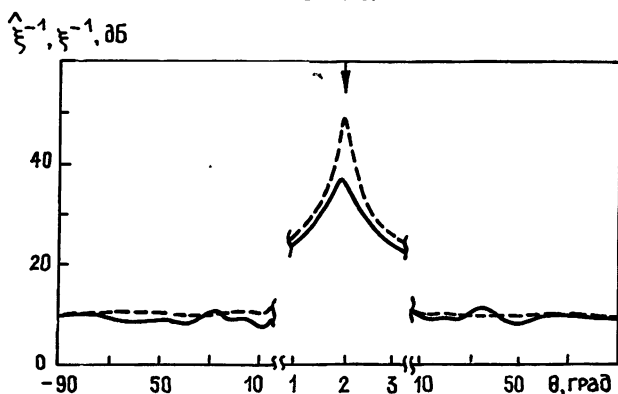


Рис. 2.

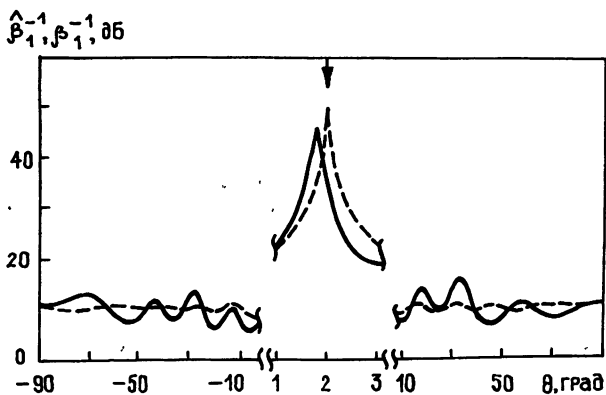


Рис. 3.

Результаты моделирования подтверждают вывод о меньшей статистической устойчивости спектральной оценки ЛП по сравнению с оценками Кейпона и ТШ в условиях конечного объема обучающей выборки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джонсон Д. Х. // ТИИЭР. 1982. Т. 70. № 9. С. 126.
2. Cox Н., Zeskind R. M., Owen M. M. // IEEE Trans. ASSP. 1988. V. 36. № 1. P. 10.
3. Гейбриэл У. Ф. // ТИИЭР. 1980. Т. 68. № 6. С. 19.
4. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1981.

5. Гершман А. Б., Ермолаев В. Т., Флакман А. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 11. С. 1374.
 6. Кейпон Дж. // ТИИЭР. 1969. Т. 57. № 8. С. 69.
 7. Гершман А. Б., Ермолаев В. Т., Флакман А. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 8. С. 941.
 8. Гершман А. Б., Ермолаев В. Т. // Радиотехника. 1988. № 11. С. 39.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
19 мая 1988 г.

УДК 551.501:629.195.1

ПОДАВЛЕНИЕ ОТРИЦАТЕЛЬНОГО ЛЕПЕСТКА КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ДИАГРАММЫ АНТЕННЫ ТИПА КРЕСТ МИЛЛСА

Д. В. Шанников

В работе [1] была рассмотрена возможность использования корреляционной антенны типа крест Миллса для исследования распределения радиояркой температуры поверхности Земли. Такая антенна обеспечивает высокую угловую разрешающую способность при малой суммарной площади апертуры антенны. Особенностью корреляционных антенн является наличие протяженного отрицательного бокового лепестка в их диаграмме направленности. Это приводит к ограничению применимости таких антенн из-за невозможности прямого определения абсолютных значений радиояркости. Известными способами преодоления этого ограничения являются либо применение отдельной аддитивной антенны, либо периодическое использование аддитивного режима для одного из плеч креста [2, 3].

В системах дистанционного зондирования желательнее использовать более простые способы. К одному из них относится добавление части принятого сигнала одним плечом к сигналу другого плеча непосредственно в высокочастотной части антенны.

1. Основные соотношения. Рассмотрим антенную систему, состоящую из двух пересекающихся линейных антенн, одна из которых сплошная, а вторая имеет разрыв (рис. 1). Часть сигнала, принятого сплошной антенной A_1 , в соответствующей фазе добавляется к сигналу антенны A_2 , компенсируя тем самым наличие разрыва в ней. Таким образом, антенна A_1 играет роль как основной антенны креста, так и дополнительной аддитивной антенны.

В исследуемой антенне корреляционная диаграмма образуется следующим образом. Сигналы на выходах антенн A_1 и A_2 соответственно равны

$$u_1 = \sqrt{S_1} F_{1\alpha}(\alpha) F_{1\beta}(\beta), \quad u_2 = \sqrt{S_2} F_{2\alpha}(\alpha) F_{2\beta}(\beta) + a \sqrt{S_1} F_{1\alpha}(\alpha) F_{1\beta}(\beta), \quad (1)$$

где $F_{1\alpha}(\alpha)$, $F_{1\beta}(\beta)$, $F_{2\alpha}(\alpha)$, $F_{2\beta}(\beta)$ — диаграммы первой и второй антенн во взаимно-перпендикулярных плоскостях, a — доля сигнала, ответвляемая от первой антенны в тракт второй, S_1 и S_2 — эффективные площади антенн.

В крестообразной антенне фазовые центры антенн совпадают. Это приводит к простому выражению для произведения сигналов u_1 и u_2 , которое определяет корреляционную диаграмму

$$u = 2\sqrt{S_1 S_2} F_{1\alpha}(\alpha) F_{1\beta}(\beta) [F_{2\alpha}(\alpha) F_{2\beta}(\beta) + \xi F_{1\alpha}(\alpha) F_{1\beta}(\beta)], \quad \xi = a \sqrt{S_1 / S_2}. \quad (2)$$

Диаграмму второй антенны можно представить как разность диаграмм сплошной апертуры и разрыва:

$$F_{2\alpha}(\alpha) F_{2\beta}(\beta) = F_{2\alpha}(\alpha) [F_{2\beta}^I(\beta) - \gamma F_{2\beta}^{II}(\beta)], \quad (3)$$

коэффициент γ определяется величиной разрыва.

Таким образом, корреляционная диаграмма состоит из двух слагаемых:

$$u = 2\sqrt{S_1 S_2} F_{1\alpha}(\alpha) F_{1\beta}(\beta) F_{2\alpha}(\alpha) F_{2\beta}^I(\beta) + \quad (4)$$

$$+ 2\xi \sqrt{S_1 S_2} F_{1\alpha}(\alpha) F_{1\beta}(\beta) \left[F_{1\alpha}(\alpha) F_{1\beta}(\beta) - \frac{\gamma}{\xi} F_{2\alpha}(\alpha) F_{2\beta}^{II}(\beta) \right],$$

где первое соответствует идеальной диаграмме крестообразной антенны, а второе представляет собой добавку, которую подбором γ/ξ можно минимизировать.

Учитывая возможность получения малого уровня боковых лепестков для сплошного полотна (диаграмма $F_{1\alpha}(\alpha)$) и практическое совпадение диаграмм $F_{1\beta}(\beta)$,