

УДК 621.373.12:621.384.64

МЕТОД АНАЛИЗА НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ С ВНЕШНЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ*Н. И. Айзацкий*

Разработан численный метод, позволяющий без линеаризации исходных уравнений исследовать локальность неустойчивостей, возникающих в электронных системах с явно выделенной обратной связью, а также при некоторых условиях рассчитывать их линейные характеристики. Данный метод применен к исследованию устойчивости процесса ускорения модулированного электронного пучка в инжекционной секции линейного резонансного ускорителя электронов с обратной связью.

Разработан численный метод, позволяющий без линеаризации исходных уравнений исследовать локальность неустойчивостей, возникающих в электронных системах с явно выделенной обратной связью, а также при некоторых условиях рассчитывать их линейные характеристики. Данный метод применен к исследованию устойчивости процесса ускорения модулированного электронного пучка в инжекционной секции линейного резонансного ускорителя электронов с обратной связью.

В течение последнего десятилетия интенсивно проводятся исследования электронных систем с распределенными параметрами при наличии обратных связей [1-5]. Важное место в этих исследованиях занимает вопрос об определении условий, при которых динамика распределенных автогенераторов становится нестационарной. Основным методом определения областей устойчивой генерации является математическое моделирование переходных процессов с использованием пространственно-временных моделей. При этом для заданных значений внешних параметров изучается временная динамика системы, на основе анализа которой определяются характеристики установившихся режимов [1, 3-5, 8].

Широко использовавшийся ранее в теории систем с сосредоточенными параметрами метод линеаризации нелинейных уравнений, описывающих полную динамику, по отношению к малым возмущениям относительно стационарного режима с последующим анализом устойчивости линейных уравнений для систем с нефиксированным распределением поля может быть реализован лишь на ЭВМ с затратами, не меньшими (а то и большими), чем просчет переходных режимов. Лишь в частных случаях, когда можно сделать предположение о заданной пространственной структуре поля, данный подход позволяет получить количественные характеристики устойчивости [6, 7].

Достоинством метода полного моделирования динамики является то, что наряду с ответом на вопрос о возможности установления стационарного режима работы он позволяет рассчитать нелинейные характеристики развивающихся нестационарных процессов (если стационар не устанавливается). Однако при таком полномасштабном моделировании в случае возникновения сложных колебательных процессов остается неясным следующий момент: определяется ли отсутствие стационарного режима неустойчивостью стационарного состояния или изображающая точка системы в ходе своего движения не попадает в область притяжения соответствующей стационарной точки. Кроме того, для выяснения физических причин развивающихся автомодуля-

ционных неустойчивостей необходимо знать значения (или их оценки) возбуждаемых частот и инкрементов, а также их зависимости от различных параметров.

С целью ответа на данный вопрос нами был разработан численный метод, позволяющий без линеаризации исходных уравнений и проведения спектрального анализа исследовать локальность возникающих неустойчивостей, а также (при некоторых условиях) рассчитывать их линейные характеристики. Использование данного метода мы изложим применительно к исследованию устойчивости процесса ускорения модулированного электронного пучка в инжекционной секции ЛУЭ с обратной связью. Как было обнаружено, такой процесс при определенных параметрах может стать неустойчивым и в системе развивается автомодуляционная неустойчивость, приводящая к глубокой модуляции параметров пучка [9].

Рассмотрим вопрос об устойчивости стационарных состояний. Характеристики последних могут быть определены путем совместного решения уравнений, определяющих зависимость амплитуды и фазы поля на выходе ускоряющей структуры от входных значений для секции [12] и кольца обратной связи [10, 11, 13]. Процедура исследования устойчивости основана на самосогласованной нестационарной модели ускорения [13] и заключается в следующем. Предположим, что мы хотим исследовать на устойчивость стационарный режим, для которого входная амплитуда поля и фаза равны $A_{вх0}$, $\Phi_{вх0}$ соответственно. В нестационарной модели искусственно разрываем обратную связь и рассчитываем динамику системы при постоянных параметрах поля на входе в область взаимодействия и равных соответствующим значениям в исследуемом стационарном режиме: $A_{вх} = A_{вх0}$, $\Phi_{вх} = \Phi_{вх0}$. Поскольку обратная связь разорвана, то спустя некоторое время в системе устанавливается равновесие, совпадающее с исследуемым на устойчивость состоянием. После этого включается обратная связь, причем учитывается задержка сигнала в кольце обратной связи ($\Delta t = T$). При этом комплексной амплитуде поля внешнего генератора V_0 дается некоторое малое отклонение ΔV_0^* относительно стационарного значения, спадающее с течением времени к нулю ($\Delta V_0(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$). Если отклонение амплитуды поля от стационарного значения в любой точке системы при $t \rightarrow \infty$ стремится к нулю, то такой стационарный режим будем считать устойчивым, в противном случае стационарный режим является неустойчивым.

Если стационарный режим неустойчив относительно возбуждения двух составляющих, равноотстоящих по частоте от основной, то при достаточно малом начальном возмущении, когда в течение рассматриваемого времени динамика системы остается на линейной стадии, можно найти количественные характеристики неустойчивости — инкремент, частоту, соотношение между боковыми составляющими.

С помощью изложенной выше методики было проведено исследование устойчивости различных режимов ускорения в инжекторе с обратной связью при изменении времени задержки в цепи обратной связи. На рис. 1 представлены результаты расчетов устойчивости относительно малого возмущения ($a - e$) и нелинейной динамики ($(a' - e')$) — зависимость амплитуды ускоряющего поля на выходе секции, цена деления по горизонтали $\Delta t = 1$ мкс; ($a'' - e''$) — кривые, описываемые точкой с координатами $A_{вых}(t) \cos \varphi_{вых}(t)$, $A_{вых}(t) \sin \varphi_{вых}(t)$ для режима ускорения, лежащего вблизи области захвата и характеризуемого стационарным значением входной амплитуды $A_{вх0} = 95$ кВ/см (коэффициент связи направленного ответвителя $\mu = 0,5$; амплитуда поля, создаваемая сторонним генератором, $A_0 = 58$ кВ/см, набег фазы в кольце $\Delta \Phi = 0,27$, длина ускоряющей секции $L = 80$ см, фазовая скорость волн $v_\Phi = 0,96$ с, ток пучка $I = 1$ А, более детальное определение этих параметров см. в [13]). Время задержки T для приведенных графиков

* Если $\Delta V_0 = 0$, то система продолжает оставаться в стационарном режиме.

равно: а — $T=10T_0$; б — $T=50T_0$; в — $T=100T_0$; г — $T=150T_0$; д — $T=250T_0$; е — $T=350T_0$; $T_0=1/f_0$, f_0 — рабочая частота.

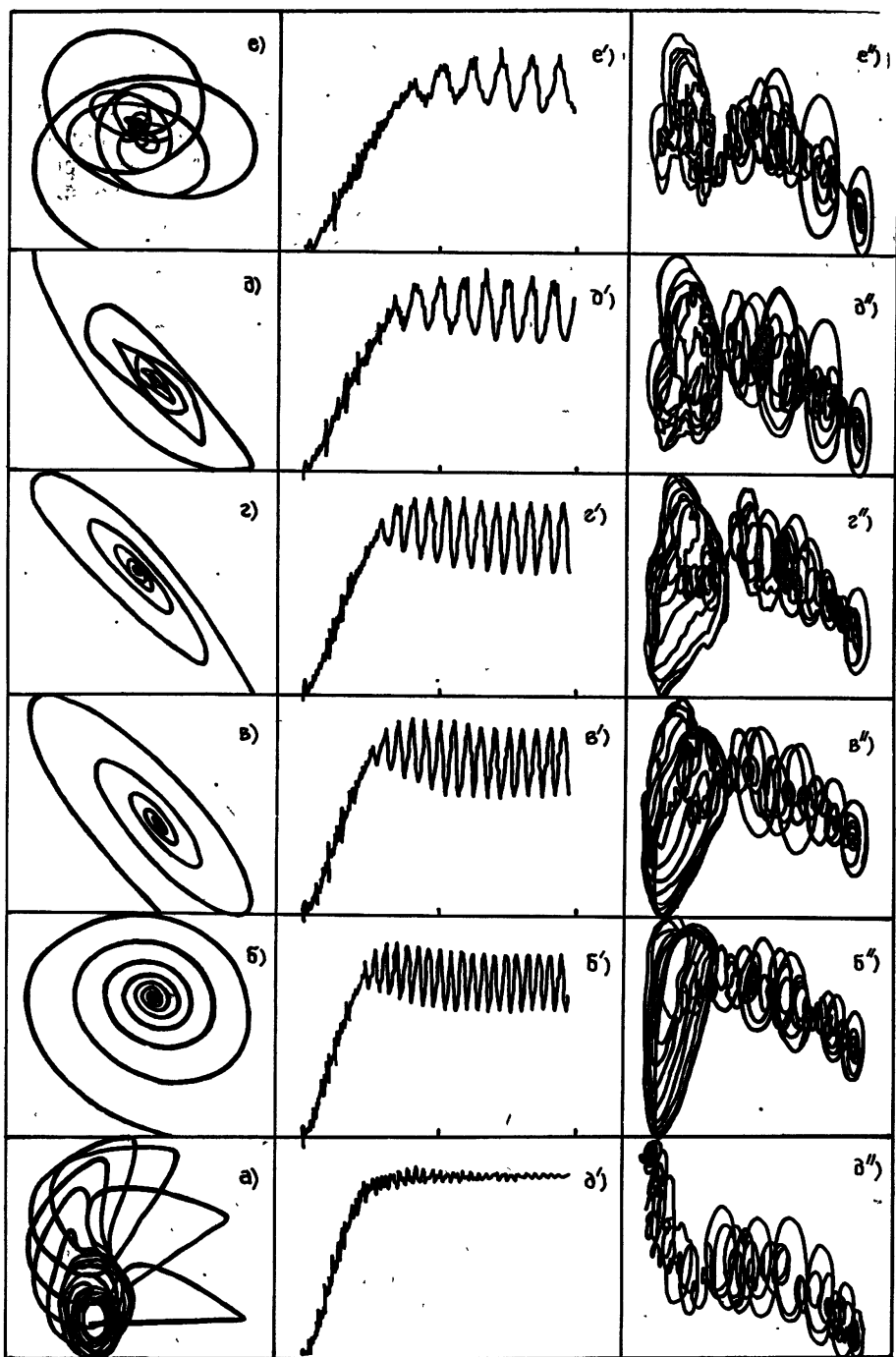


Рис. 1.

Видно, что как линейные, так и нелинейные характеристики неустойчивости в сильной степени зависят от времени задержки. При малых задержках (рис. 1а) режим ускорения устойчив. По мере увеличения T стационарное состояние становится неустойчивым относительно возбуждения двух боковых составляющих (рис. 1б, в, г), причем инкремент сначала растет (см. рис. 2), а затем, достигнув максимального

значения, начинает уменьшаться. При большой задержке, когда расстояние по частоте между собственными модами резонатора становится порядка инкремента, стационарное состояние неустойчиво относительно возбуждения нескольких частотных составляющих (рис. 1д, е), при этом нахождение количественных параметров становится затруднительным.

Непосредственное моделирование переходных процессов (рис. 1а' — е', а'' — е'') показывает, что спектральные характеристики линейной стадии неустойчивости сохраняются и в нелинейном режиме. Действительно, если на линейной стадии возбуждаются две боковые составляющие, то нелинейный установившийся режим характеризуется периодическим изменением параметров (см. рис. 1б', в', г'). Это следует из динамики «изображающей» точки, представленной на рис. 1б'', в'', г'', когда установившаяся траектория представляет замкнутую кривую. Многочастотной линейной стадии (рис. 1д, е) соответствует многочастотная нелинейная динамика (рис. 1д', д'', е', е'').

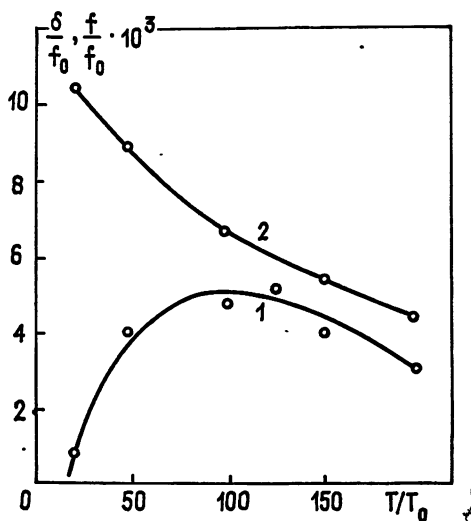


Рис. 2. Зависимости инкремента (1) и частоты (2) автомодуляционной неустойчивости от времени задержки в кольце обратной связи, рассчитанные на основе изложенной методики.

На основе вышесказанного можно сделать вывод о том, что предложенная методика действительно позволяет сделать заключение об устойчивости стационарных состояний динамической системы с распределенными параметрами при наличии обратной связи. Достоинством данного способа анализа является то, что его реализация не требует разработки новых алгоритмов в каждом конкретном случае, поскольку в качестве основы используется полная нелинейная модель системы. Кроме того, при использовании предложенного способа объем и сложность необходимых расчетов значительно меньше, чем в других подходах, в частности, при исследовании на устойчивость уравнений, линеаризованных по возмущениям относительно стационарного состояния. Действительно, в последнем случае при анализе устойчивости распределенных систем необходимо численное решение краевых задач со сложными собственными функциями, что требует разработки как соответствующих методик, так и программ для их численной реализации.

Недостаток описанного метода — возможность определения количественных характеристик неустойчивости только в одночастотном режиме. Этот недостаток может быть уменьшен путем введения новых, интегральных характеристик неустойчивости. Так, например, в многочастотном режиме можно ввести понятие о времени увеличения откл:

нений динамических параметров от стационарных значений по сравнению с начальным в N раз, где N — некоторое заданное число.

Необходимо также отметить, что класс динамических систем, который возможно исследовать на устойчивость изложенным выше методом, ограничен системами, имеющими явную обратную связь (например, ЛБВ с обратной связью и ее аналоги [^{3-5, 8, 9}]). Наличие неявных обратных связей (ЛОБ [^{1, 2}]) вносит принципиальные трудности в разработку метода, аналогичного предложенному.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 7. С. 1037.
2. Безручко Б. П., Кузнецов С. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 7. С. 1053.
3. Кислов В. Я., Мясин Е. А., Залогин Н. Н. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. № 10. С. 2160.
4. Кац В. А., Трубецков Д. И. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. № 3. С. 116.
5. Манькин И. А., Школьников В. Г. // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29. № 2. С. 307.
6. Моисеев М. А., Нусинович Г. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17. № 11. С. 1709.
7. Нусинович Г. С., Запелов В. Е. // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30. № 3. С. 563.
8. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П. // В сб.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР. 1981. С. 101.
9. Ажило В. А., Айзацкий Н. И. // ЖТФ. 1987. Т. 57. № 4. С. 796.
10. Душин Л. А., Хижняк Н. А. // УФЖ. 1957. Т. 2. № 2. С. 106.
11. Крамской Г. Д., Мюфель В. Б. // ЖТФ. 1982. Т. 52. № 3. С. 465.
12. Айзацкий Н. И., Махненко Л. А. // ЖТФ. 1982. Т. 52. № 4. С. 680.
13. Айзацкий Н. И. // ЖТФ. 1987. Т. 57. № 8. С. 1532.

Поступила в редакцию
18 января 1988 г.

METHOD FOR ANALYSIS OF INSTABILITIES OF THE DISTRIBUTED SYSTEMS WITH AN EXTERNAL FEEDBACK

N. I. Aizatskij

A numerical method has been worked out giving possibility to investigate the locality of instabilities in systems with explicitly distinguishing feedback without linearization of initial equations and in some conditions permitting to calculate their characteristics. This method was applied to investigation of the stability of the acceleration process of modulated electron beams in the injector of linear resonance accelerator with RF feedback.
