

УДК 535.5

## ОБ ОБЩИХ СВОЙСТВАХ СВЕТОИНДУЦИРОВАННЫХ АБЕРРАЦИОННЫХ ЛИНЗ

М. В. Иночкин, А. П. Сухоруков

Рассмотрены свойства оптических систем, содержащих тонкие компоненты с нелинейным преломлением, при распространении в них интенсивных световых пучков с гауссовым распределением комплексной амплитуды. Показано, что с точки зрения разнообразия картин поперечного распределения интенсивности выходящего излучения такие системы могут быть классифицированы по величине всего одного параметра, составленного из полуширины и кривизны фронта падающего гауссова пучка и элементов  $ABCD$ -матрицы оптической системы. Аналитически исследованы асимптотики очень малых и очень больших нелинейных фазовых искажений с учетом аберраций светоиндуцированных линз и дифракции.

Изменение показателя преломления вещества при распространении интенсивного светового пучка через однородную в слабом поле среду с нелинейной рефракцией приводит к неоднородному по сечению пучка сдвигу фазы поля. При дальнейшей дифракции пучка эти нелинейные фазовые искажения трансформируются в амплитудные, что обуславливает, в частности, само (де)фокусировку светового пучка в нелинейной среде [1]. Однако, если толщина нелинейной среды достаточно мала, искажения фазы пучка не успевают перейти в перераспределение амплитуды на ее длине. В этом случае перераспределение светового потока вследствие нелинейного фазового набега имеет место в дальнем поле (внешняя само (де)фокусировка). Причем для пучков высокого качества (например гауссов пучок) тонкий слой среды с нелинейным преломлением фактически работает как линза переменной оптической силы [2-4]. Такие светоиндуцированные (нелинейные) линзы могут использоваться для измерения различных параметров оптических сред [2, 5], а также для пассивного управления световыми пучками [6, 7]. Последнее особенно актуально для импульсного лазерного излучения пико- и субпикосекундного диапазона длительностей ввиду сильных флуктуаций его параметров (интенсивность, длительность импульса и т. п.) и отсутствия активных устройств управления этими параметрами с требуемым быстродействием. Расчет оптических систем с нелинейными линзами осложняется сильными аберрациями этих линз и может быть строго проведен до конца только численно. Однако ряд важных свойств таких систем, в частности их поведение при очень малых и очень больших фазовых искажениях, оказалось возможным выявить аналитически.

В настоящей работе представлены результаты аналитического исследования нелинейной оптической системы для пассивного управления светом типа изображенной на рис. 1. Интенсивный световой пучок приобретает в тонком слое нелинейной среды (НС) нелинейные искажения фазы. Амплитудно-фазовое распределение света из плоскости, отстоящей от нелинейной среды на расстояние  $z$ , переносится в выходную плоскость системы с помощью вспомогательной линзы (Л). Последняя дает возможность исследовать случай как положительных, так и отрицательных  $z$ . Пространственная фильтрация (ПФ) (в простейшем варианте — обычное диафрагмирование) выходящего пучка позволяет

реализовывать на базе такой системы устройства с разнообразными характеристиками нелинейного пропускания\*.

В этой работе поперечное распределение поля светового пучка на входе в нелинейную среду моделируется гауссовым с полушириной  $a$  и кривизной волнового фронта  $1/R$ :

$$E(r) = E_0 \exp \left[ - \left( \frac{r}{a} \right)^2 - i \frac{kr^2}{2R} \right], \quad (1)$$

здесь  $E_0$  — осевая амплитуда,  $k$  — волновое число света. При прохождении таким пучком тонкого слоя среды толщиной  $l$  с нелинейным преломлением  $\alpha+1$ -порядка по полю  $E$  нелинейное изменение показателя преломления

$$\Delta n_{\text{нл}} = n_{\alpha} |E|^{\alpha} \quad (2)$$

( $n_{\alpha}$  — коэффициент нелинейного преломления среды) приводит к появлению у пучка дополнительного фазового множителя

$$\exp(i\Delta\varphi_{\text{нл}}) = \exp \left\{ i\varphi \exp \left[ -\alpha \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] \right\}, \quad (3)$$

в котором нелинейный набег фазы на оси пучка

$$\varphi = kln_{\alpha} |E_0|^{\alpha}. \quad (4)$$

Разлагая в (3) нижнюю экспоненту в ряд Тэйлора, получим [8]

$$\exp(i\Delta\varphi_{\text{нл}}) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(i\varphi)^m}{m!} \exp \left[ -m\alpha \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right]. \quad (5)$$

Следовательно, поперечное распределение поля сразу за НС

$$E(r) = E_0 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(i\varphi)^m}{m!} \exp \left( -\frac{1+m\alpha}{a^2} r^2 - i \frac{kr^2}{2R} \right). \quad (6)$$

Таким образом, поле после нелинейной среды представимо в виде совокупности гауссовых пучков с одинаковой кривизной фронта и разными ширинами. Для каждого из этих пучков законы распространения через произвольные оптические системы хорошо известны (выражаются правилом  $ABCD$ -матрицы [9]). Применяя это правило к набору гауссовых пучков на входе в оптическую систему, описываемую в параксиальном приближении матрицей  $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ , на ее выходе получим с точностью до полного набег фазы в системе поле в виде

$$E(r) = i \frac{ka^2}{2B} E_0 \exp \left( -i \frac{kD}{2B} r^2 \right) \mathcal{G}(r), \quad (7)$$

где вся нелинейная часть содержится в

$$\mathcal{G}(r) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(i\varphi)^m}{m!} \frac{\exp \left[ - (kar/2B)^2 / (1+m\alpha+i\beta) \right]}{1+m\alpha+i\beta}. \quad (8)$$

Формулы (7), (8) описывают распространение гауссова пучка с нели-

\* В общем случае для преобразования нелинейных фазовых искажений пучка в перераспределение его интенсивности можно использовать и более сложные многолинзовые оптические системы. Однако, как будет видно из дальнейшего, с точки зрения разнообразия характеристик нелинейного пропускания такие сложные системы не дают ничего нового по сравнению с рассмотренным здесь случаем.

нейной фазовой aberrацией через произвольные оптические системы в паракиальном приближении. Из них видно, что несмотря на довольно большое число входных параметров ( $a, R, A, B, C, D$ ) при заданном механизме нелинейного преломления вся существенная, с точки зрения разнообразия картин поперечного распределения выходящего излучения, геометрия эксперимента определяется только одним параметром

$$\beta = -\frac{ka^2}{2} \left( \frac{1}{R} + \frac{A}{B} \right). \quad (9)$$

В частности, если преобразование фазовых aberrаций в амплитудное перераспределение происходит в свободном пространстве толщиной  $z$ ,  $ABCD$ -матрица имеет вид  $\begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  [9] и параметр

$$\beta = \frac{z'}{z_0} - \frac{z_0}{z} \left[ 1 + \left( \frac{z'}{z_0} \right)^2 \right], \quad (10)$$

где расстояния до плоскости наблюдения  $z$  и до перетяжки падающего пучка  $z'$  положительны, когда они отсчитываются от нелинейной среды по ходу светового луча. Естественным масштабом для них служит конфокальный параметр пучка  $z_0 = ka_0^2/2$  ( $a_0$  — полуширина пучка в перетяжке). Для поля в дальней зоне выражение для параметра настройки  $\beta$  упрощается:  $\beta = z'/z_0$ . Таким образом, наблюдаемая в фокусе вспомогательной линзы  $L$  характерная картина, или, точнее, смена картин поперечного распределения света при изменении величины нелинейного прогиба волнового фронта  $\varphi$ , определяется только тем, насколько удалена нелинейная среда из перетяжки пучка.

Определим теперь, при каких значениях  $\beta$  распределение интенсивности выходящего пучка будет наиболее и наименее чувствительно к малым нелинейным искажениям фазы пучка в НС. Для этого продифференцируем осевую интенсивность  $I_{oc} = |E(0)|^2$  из (7), (8) по  $\varphi$  при  $\varphi \rightarrow 0$  и получим, что ее относительное изменение  $S$ , которым удобно характеризовать чувствительность системы, равно

$$S = \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{I_{oc}(\varphi)}{I_{oc}(0)} \right)_{\varphi=0} = -\frac{2\alpha\beta}{(1+\alpha)^2 + \beta^2}. \quad (11)$$

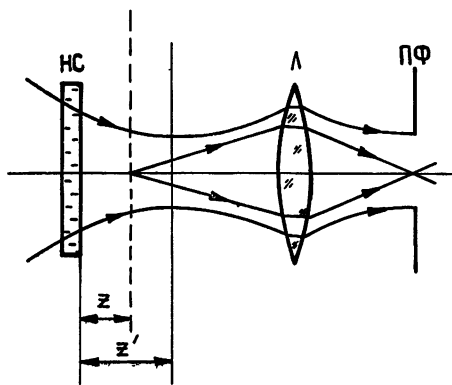


Рис. 1.

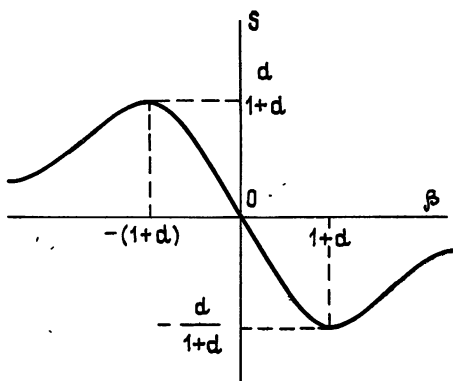


Рис. 2.

Отсюда следует, что чувствительность системы ухудшается при очень больших и очень малых по модулю значениях параметра  $\beta$ , а экстремумы чувствительности достигаются при  $|\beta|$ , в точности равном порядку нелинейности преломления НС (рис. 2):

$$|\beta_{\max}| = \alpha + 1, \quad (12)$$

Заметим, что значительное повышение чувствительности выходной интенсивности к нелинейным искажениям фазы в схеме рис. 1 при смещении нелинейной среды из перетяжки действительно наблюдалось экспериментально [10]. Этот эффект, как теперь ясно, обусловлен как дифракцией, так и наличием аббераций пучка, поскольку в безабберационном приближении (при учете только дифракции) величина  $S$  равна [11]

$$S = -2\beta/(1 + \beta^2) \quad (13)$$

и достигает экстремумов при  $|\beta| = 1$ , которое в отличие от (12) не зависит от порядка нелинейного преломления. Это обстоятельство (наличие оптимальных настроек системы) необходимо учитывать при метрологическом использовании нелинейных линз [2, 5], а также в применениях этих линз для внутрирезонаторного управления динамикой генерации лазеров [7]. В частности, выражение (12) позволяет по экспериментально измеренному значению  $\beta_{\max}$  определять эффективное значение  $\alpha$  в (2) и получать, таким образом, дополнительную информацию о механизме нелинейного преломления среды.

Рассмотрим теперь асимптотику больших величин нелинейных прогибов волнового фронта, реализующихся в средах с гигантской нелинейностью преломления [12]. Для этого перейдем в (8) к безразмерной координате

$$\rho = \left( \frac{ka}{2B} r \right)^2 \quad (14)$$

и просуммируем ряд (8) при  $\sqrt{|\varphi|} \gg 1$  и  $\rho \ll |c|^3/\alpha^2|\varphi|$  (см. Приложение):

$$\mathcal{G}(\rho) = \left[ \frac{c + |\alpha\varphi| - i\alpha\varphi e^{\alpha\rho/c^2}}{c^2} \right] \exp \left( -\frac{c + |\alpha\varphi|}{c^2} \rho + i\varphi e^{\alpha\rho/c^2} \right), \quad (15)$$

с комплексным  $c = |\alpha\varphi| + i\beta$ . Выражение (15) дает возможность более детально исследовать, по крайней мере, центральную часть абберационной кольцевой структуры прошедшего нелинейную среду пучка по сравнению с простыми, но не учитывающими дифракцию и амплитудные соотношения геометрооптическими построениями [12]. В частности, из (15) следует, что радиус  $n$ -го кольца (светлого для  $\varphi\beta > 0$  и темного для  $\varphi\beta < 0$ ) определяется выражением

$$r_n = \frac{a_n}{2\alpha} \sqrt{\frac{\pi}{|\varphi|} (2n-1) \frac{(\alpha\varphi)^2 + \beta^2}{\sqrt{(1+\beta^2)|\beta|}}}, \quad (16)$$

в котором полуширина пучка в плоскости наблюдения в отсутствие нелинейных аббераций  $a_n$  определяется через полуширину в перетяжке

$a_0$  посредством  $a_n = \frac{2|\beta|}{ka} \sqrt{1 + \beta^2} = a_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z-z'}{z_0} \right)^2}$ . Видно, что

кольца сгущаются к периферии пучка, причем относительный радиус колец сильно зависит от величины параметра  $\beta$ . Для больших  $|\beta|$  при возрастании нелинейного набега фазы  $\varphi$  кольца сначала сжимаются, затем достигают минимума  $r_n^{\min} \sim \frac{a_n}{\alpha} \sqrt{(2n-1)}$  при  $|\varphi| = |\beta|/(\alpha\sqrt{3})$

и расширяются при дальнейшем увеличении  $|\varphi|$ , как  $r_n \sim \frac{a_n}{2\alpha} \sqrt{(2n-1) \left| \frac{\alpha\varphi}{\beta} \right|^3}$ . Минимальный радиус колец при этом почти не

зависит от настройки системы, что можно использовать для экспериментального определения порядка нелинейности среды  $\alpha$ . Для малых  $|\beta|$  ( $|\beta| \ll |\alpha\varphi|$ ) радиус колец сильно возрастает с уменьшением  $|\beta|$  и увеличением  $|\alpha\varphi|$ . Контраст абберационной кольцевой картины

при этом нарастает по направлению к периферии пучка с инкрементом по  $\rho$ :

$$\Gamma = \alpha \frac{(\alpha\varphi)^2 - \beta^2}{[(\alpha\varphi)^2 + \beta^2]^2}. \quad (17)$$

Рассмотрим теперь, что происходит при увеличении нелинейного набега фазы  $\varphi$  с центральным «керна» прошедшего пучка. Из (15) следует, что при  $|\varphi| \leq \sqrt{|\beta|}$  поперечное распределение интенсивности пучка остается гауссовым, но фазовые искажения, частично трансформируясь в перераспределение амплитуды, приводят к зависимости полуширины гауссова профиля пучка от  $\varphi$ :

$$a_{нл} = a_l \frac{(\alpha\varphi)^2 + \beta^2}{\sqrt{(1+\beta^2)(2|\alpha\varphi|^3 + \beta^2 - 2\alpha\varphi\beta|\alpha\varphi|)}}. \quad (18)$$

В области  $\sqrt{|\beta|} \leq |\varphi| \leq |\beta|$  фазовые aberrации, превращаясь в амплитудные, искажают «керна» наиболее сильно. Напомним, что при  $|\varphi| \sim |\beta|$  aberrационные самофокусирующие кольца подходят к центру пучка на минимальное расстояние. В результате в этой области параметров профиль пучка перестает быть гауссовым. Наконец, при  $|\varphi| \geq |\beta|$  размер колец, как видно из сравнения (18) с (16), начинает расти с  $|\varphi|$  много быстрее, чем размер центрального пятна, и распределение света в «керна» снова стремится к гауссову, причем нелинейная полуширина его определяется все тем же выражением (18). Как следует из последнего выражения, нелинейная расфокусировка пучка имеет место при  $\beta \cdot \varphi > 0$ . При  $\beta \cdot \varphi < 0$  пучок испытывает нелинейную подфокусировку при возрастании  $|\varphi|$  до некоторого предельного значения, затем нелинейный фокус пучка проходит через плоскость наблюдения, и пучок снова расфокусируется при дальнейшем увеличении  $|\varphi|$ .

Тот факт, что распределение интенсивности выходящего пучка здесь зависит не от знаков  $\beta$  и  $\varphi$  в отдельности, а от знака их произведения, носит не случайный характер. Как видно из (8), при одновременной замене знаков  $\beta$  и  $\varphi$  мы приходим к комплексно-сопряженному полю  $\mathcal{E}$ . В частности, для системы на рис. 1 для одной и той же нелинейной среды возможна как нелинейная расфокусировка, так и нелинейная подфокусировка пучка в плоскость наблюдения в зависимости от взаиморасположения нелинейной среды НС и линзы Л.

Описанное свойство позволяет объяснить наблюдавшуюся экспериментально симметрию в распределении интенсивности углового спектра пикосекундных световых импульсов, прошедших среды с нелинейным преломлением разного знака [13].

В заключение обсудим асимптотическое поведение «керна» пучка при  $|\varphi| \gg |\beta|$ . Как следует из (15), в этом случае

$$g(r) \approx e^{i\varphi} \left( \frac{2}{|\alpha\varphi|} - \frac{i}{\alpha\varphi} \right) \exp \left[ - \left( \frac{2}{|\alpha\varphi|} - \frac{i}{\alpha\varphi} \right) \left( \frac{r}{a_n} \right)^2 (1 + \beta^2) \right]. \quad (19)$$

Видно, что вся «абerrированная» часть пучка с большой расходимостью выносится в «крылья» поперечного распределения. Это приводит к гауссову распределению поля в «керна» с нелинейной полушириной  $a_{нл} \sim \sqrt{|\alpha\varphi|}$  и радиусом кривизны фронта  $R_{нл} \sim \alpha\varphi$ . Множитель  $\exp(i\varphi)$  здесь описывает фазовую самомодуляцию света. С возрастанием  $|\varphi|$  имеет место монотонная нелинейная расфокусировка пучка, которую, как известно [6], можно использовать для целей адаптивного ограничения световой мощности.

Согласно (19) максимальный динамический диапазон такого рода устройств достигается при использовании в них сред с кубичной по полю нелинейностью преломления ( $\alpha=2$ ,  $\varphi \sim |E_0|^2$ ). Для них центральный керн прошедшего пучка при больших  $|\varphi|$  имеет гауссово распределение комплексной амплитуды, причем полная мощность керна не

зависит от входной интенсивности. Это может представлять практический интерес как способ получения гауссовых пучков со стабильной (не зависящей от флуктуаций входной интенсивности) мощностью. Отмеченный эффект, как несложно убедиться, в безабберационном приближении отсутствует. Для нелинейности порядка выше третьего более сильная зависимость  $\varphi$  от  $E_0$  в (19) приводит к деградации «керна» при больших интенсивностях.

Таким образом, проведенное в настоящей работе предварительное аналитическое исследование оптических систем с нелинейными абберационными «линзами» позволило объяснить ряд экспериментально наблюдавшихся закономерностей и предсказать новые, ранее неизвестные свойства таких систем. В заключение авторы благодарят Г. Б. Альтшулера за полезные обсуждения результатов настоящей работы.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Для суммирования ряда (8) заметим, что, избавляясь от множителя перед экспонентой с помощью интегрирования по  $\rho$ ,

$$\int_{\rho}^{\infty} \mathcal{G}(\rho') d\rho' = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(i\varphi)^m}{m!} \exp\left[-\frac{\rho}{1+m\alpha+i\beta}\right], \quad (\text{П.1})$$

получим распределение предэкспоненциальных коэффициентов ряда пуассоновского типа. Как известно, при больших значениях параметра распределение Пуассона асимптотически переходит в гауссово. Аналогично при произвольных комплексных  $\gamma$  получим при  $\sqrt{|\gamma|} \gg 1$  распределение по  $m$  вида

$$\frac{\gamma^m}{m!} \approx \exp\left[-\frac{(m-|\gamma|)^2}{2|\gamma|} + |\gamma| + m \ln\left(\frac{\gamma}{|\gamma|}\right)\right] (\sqrt{2\pi|\gamma|})^{-1}. \quad (\text{П.2})$$

Применяя соотношение (П.2) к (П.1), видим, что при  $\sqrt{|\varphi|} \gg 1$  показатели экспонент в (П.1) могут быть разложены в ряд Тэйлора по параметру  $x_m = m - |\varphi|$  в точке  $x_m \approx 0$ :

$$(1+m\alpha+i\beta)^{-1} \approx \frac{1}{c} \left[1 - \frac{\alpha x_m}{c} + \left(\frac{\alpha x_m}{c}\right)^2 - \dots\right], \quad c = 1 + |\alpha\varphi| + i\beta,$$

причем в силу оценки  $\left|\frac{\alpha x_m}{c}\right| \leq \left|\frac{\alpha\sqrt{\varphi}}{\alpha\varphi}\right| \ll 1$  при  $\rho \leq \left|\frac{c^3}{\varphi}\right|$  можно ограничиться первыми двумя членами этого разложения. Отсюда следует

$$\begin{aligned} \int_{\rho}^{\infty} \mathcal{G}d\rho' &\approx \exp\left\{\frac{|\varphi|}{2} \left[1 + \ln\left(\frac{i\varphi}{|\varphi|}\right)\right] - \frac{\rho}{c}\right\} (\sqrt{2\pi|\varphi|})^{-1} \sum_{m=0}^{\infty} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{x_m^2}{2|\varphi|} + x_m \left[\ln\left(\frac{i\varphi}{|\varphi|}\right)\right] + \frac{\alpha\rho}{c^2}\right\}. \end{aligned}$$

Применяя еще раз (П.2) при  $\sqrt{|\varphi e^{\alpha\rho/c^2}|} \gg 1$ , окончательно получим

$$\begin{aligned} \int_{\rho}^{\infty} \mathcal{G}d\rho' &\approx \exp\left[-\rho\left(\frac{c+|\alpha\varphi|}{c^2}\right)\right] \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(i\varphi e^{\alpha\rho/c^2})^m}{m!} = \\ &= \exp\left(-\rho\frac{c+|\alpha\varphi|}{c^2} + i\varphi e^{\alpha\rho/c^2}\right). \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

Дифференцирование (П.3) по  $\rho$  и дает формулу (15).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В. // УФН. 1967. Т. 93. Вып. 1. С. 19.
2. Leite R. C. C., Moore R. S., Whinnery J. R. // Appl. Phys. Lett. 1964. V. 5. № 3. P. 141.
3. Каплан А. Е. // Изв. вузов, Радиофизика. 1969. Т. 12. № 6. С. 869.
4. Борщ А. А., Бродин М. С., Волков В. И., Крупа Н. Н. // ЖТФ. 1978. Т. 48. Вып. 11. С. 236.
5. Борщ А. А., Бродин М. С., Волков В. И., Крупа Н. Н. // УФЖ. 1978. Т. 23. № 12. С. 977.
6. Leite R. C. C., Porto S. P. S., Damen T. C. // Appl. Phys. Lett. 1967. V. 10. № 3. P. 100.
7. Marsony M. C., Martinez D. E., Diodati F. P. // Opt. Lett. 1985. V. 10. № 8. P. 402.
8. Wear D., Wheret B. S., Miller D. A. B., Smith S. D. // Opt. Lett. 1979. V. 4. № 10. P. 331.
9. Джеррард А., Берч Дж. М. Введение в матричную оптику. — М.: Мир, 1978.
10. Hill J. R., Parry G., Miller A. // Opt. Commun. 1982. V. 43. № 2. P. 151.
11. Альтшулер Г. Б., Борщ А. А., Бродин М. С., Иночкин М. В. // Квантовая электроника. 1987. Т. 14. № 12. С. 2520.
12. Аракелян С. М., Чилингарян Ю. С. Нелинейная оптика жидких кристаллов. — М.: Наука, 1984. — 360 с.
13. Альтшулер Г. Б., Иночкин М. В. // Опт. и спектр. 1987. Т. 63. № 5. С. 1163.

Московский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
9 марта 1988 г.

### ABOUT GENERAL PROPERTIES OF LIGHT INDUCED ABERRATIONAL LENSES

*M. V. Inochkin, A. P. Sukhorukov*

The paper deals with the properties of optical systems containing thin components with nonlinear refraction under the propagation of intensive Gauss light beams through them. From the point of output beam spatial pattern variants these systems may be classified under the value of some parameter, included the radius, wave front curvature of input beam and *ABCD*-matrix elements of optical system. Very large and very small nonlinear phase distortions asymptotically with account of aberrations of light-induced lenses and diffraction has been investigated analytically.

### Аннотации депонированных статей

УДК 535.317.1

#### ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИК ИЗОБРАЖЕНИЯ В НЕЛИНЕЙНОМ КРИСТАЛЛЕ С НАКАЧКОЙ ОТ ТЕПЛОВОГО ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ

*В. И. Троллин, В. И. Строганов*

Описана установка и экспериментальные результаты по переводу теплового изображения из инфракрасной области спектра в видимую в нелинейном кристалле иодата лития при использовании нелазерной тепловой накачки. Впервые получено преобразование в схеме с разделенными пучками излучения от объекта и накачки. Преобразованное изображение наблюдалось визуально и регистрировалось на фотопленке.

Статья депонирована в ВИНТИ,  
рег. № 5661-В89. Деп. от 30 августа 1989 г.