ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том 32, № 10 РАДИОФИЗИКА 1989

УДК 537.87

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НЕСТАЦИОНАРНЫХ И НЕОДНОРОДНЫХ МАГНИТНЫХ СРЕДАХ

В. В. Колесов

Метод возмущений для вычисления характеристик излучения, возникающего вследствие (слабого) изменения свойств среды во времени и пространстве, обобщен на случай магнитных сред. Рассмотрен вопрос об учете частотной дисперсии Вычислены поляризационные, спектральные и угловые характеристики излучения, испускаемого токовым и «истинным» неподвижными магнитными диполями при переходном рассеянии или на движущейся границе раздела сред Проведено сравнение с известными результатами для переходного рассеяния. С помощью метода возмущений вычисляются характеристики излучения, генерируемого в поле постоянного линейного тока, текущего А) по прямой линии, Б) по винтовой линии (при изменении магнитной проницаемости). Переменная составляющая проницаемости описывает бегущую волну проницаемости или движущуюся размытую границу раздела сред. Показано, что поляризация излучения, возникающего при малом изменении проницаемости среды, является линейной при условии достаточной трансляционной инвариантности задачи.

Электромагнитные волны могут генерироваться не только источниками переменного поля, состояние которых меняется во времени, но и источниками постоянного поля. Это происходит, когда поле пронизывает среду, свойства которой зависят от времени. Значительное число работ по излучению в нестационарных средах (см., например, монографию [1] и обзор [2]) посвящено в основном рассмотрению диэлектрических сред. Лишь в [1] исследовалось переходное излучение магнитных диполей и переходное рассеяние волны магнитной проницаемости (МП) на магнитных диполях. Там же (и независимо в [3]) излучение равномерно движущегося заряда в резконестационарной среде рассчитано для случая синхронного скачка и диэлектрической, и магнитной проницаемостей. Кроме того, в [4] методом сшивки полей определялась энергия излучения линейных токов на скачке МП. В [4] показано, что постоянные токи должны испускать электромагнитные волны даже в изотропных нестационарных магнетиках. В то же время неподвижные заряды, создающие постоянное электрическое поле, излучают только при изменении анизотропных свойств диэлектрической проницаемости (ДП) [5, 6].* Рассмотрев условия сшивки полей на временном скачке проницаемости среды [7], можно показать, что это обстоятельство объясняется разной структурой постоянного электрического и постоянного магнитного поля. Магнитное поле постоянных токов поперечно, в то время как электрическое поле неподвижных зарядов имеет поперечную компоненту только в анизотропной среде.

Зависимость проницаемости среды от времени, как правило, бывает слабой. В [8] был предложен метод возмущений, позволяющий вычислять характеристики излучения, возникающего благодаря наличию у ДП немагнитной среды малой добавки, зависящей от координат и времени.

Чтобы обобщить метод возмущений на случай магнитных сред, достаточно рассмотреть две системы уравнений Максвелла: одну для

* В настоящей работе рассматривается излучение только поперечных волн.

среды с МП, $\mu=1$, ДП $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon_1(\boldsymbol{r},t)$, $\varepsilon_1\ll\varepsilon_0$ (см. [8]), другую — для среды с ДП, $\varepsilon=1$, МП $\mu=\mu_0+\mu_1(\boldsymbol{r},t)$, $\mu_1\ll\mu_0$, и оставить в уравнениях только члены, линейные по ε_1 или μ_1 соответственно. Легко убедиться, что вторая система получается из первой формальной заменой $\boldsymbol{E}\to-\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{H}\to\boldsymbol{E}$, $\varepsilon\to\mu$. Существенно, что выражение для вектора Пойнтинга инвариантно относительно этой замены.

Сделав указанную замену в соответствующей формуле [8], получим выражение для спектрального и углового распределения энергии волн, излучаемых в магнетике ($\varepsilon=1$) с МП вида $\mu=\mu_0+\mu_1(\boldsymbol{r},t)$:

$$W_{\boldsymbol{k},\lambda}d^3\boldsymbol{k}=\frac{(2\pi)^4\omega^2}{4\mu_0(\omega)}\left|\int d^3\boldsymbol{k}_1 d\omega_1\mu_1(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_1,\ \omega-\omega_1)(\boldsymbol{e}_{\text{м}}^{\lambda}\boldsymbol{H}^j(\boldsymbol{k}_1,\ \omega_1))\right|^2 d^3\boldsymbol{k},\qquad \lambda=1,2. \tag{1}$$

Здесь $\mu_1(\boldsymbol{k},\omega)$ — фурье-образ переменной части МП; $\boldsymbol{H}^j(\boldsymbol{k},\omega)$ — фурье-образ заданного распределения токов в среде с $\mu=\mu_0$. Орт $\boldsymbol{e}_{\text{м}}^{\lambda}$ указывает направление магнитного поля в излученной волне. Он связан с ортом поляризации электрического поля $\boldsymbol{e}^{\lambda}$ соотношением $\boldsymbol{e}_{\text{м}}^{\lambda}=[\boldsymbol{k}\boldsymbol{e}^{\lambda}]/k$.

В (1) учтена возможная частотная дисперсия постоянной части МП μ_0. При этом в [8] ε_0 считалась не зависящей от ω. И вопрос об учете частотной дисперсии при анализе излучения в нестационарных средах был рассмотрен лишь для случая мгновенного скачка ДП ([1], с. 144) и переходного рассеяния ([1], § 4.3). На сложность учета частотной дисперсии в нестационарной среде указывают и выводы работы [9].

Для применимости метода возмущений, как это следует из рассуждений [8], необходимо, чтобы наличие возмущения ε_0 (или μ_0) не влияло на распространение волн в среде. Несложно показать, что при распространении в среде монохроматической волны добавка к ее полю, обусловленная ε_1 (или μ_1), будет мала, если

$$\varepsilon_1(\boldsymbol{r},t)\ll\varepsilon_0(\omega)\quad\text{или}\quad\mu_1(\boldsymbol{r},t)\ll\mu_0(\omega). \tag{2}$$

В этом случае можно пользоваться (1) (и соответствующей формулой в [8]), заменив $\mu_0\to\mu_0(\omega)$ (или $\varepsilon_0\to\varepsilon_0(\omega)$). Надо сказать, что в работах [2, 10, 11] частотная дисперсия ε_0 уже учитывалась таким способом. Приведенные рассуждения являются обоснованием такого учета частотной дисперсии.

Условием применимости (1) помимо (2) является также малость добавки в гамильтониане поля, обусловленной μ_1 (см. [8]). С учетом частотной дисперсии соответствующий критерий принимает вид

$$\int dV\left[\int_{-\infty}^{\infty} d\omega\mu_0(\omega)H_\omega e^{i\omega t}\right]H(\boldsymbol{r},t)\gg\int dV\mu_1[H(\boldsymbol{r},t)]^2. \tag{3}$$

В настоящей работе с помощью (1) рассчитывается спектральное и угловое распределение излучения и анализируется поляризация излучения, формирующегося в постоянном магнитном поле: 1) неподвижного магнитного диполя двух типов — токового диполя и диполя, образованного магнитными зарядами, 2) постоянного тока, текущего по неподвижному тонкому проводу, имеющему форму прямой линии или винтовой линии. Излучение генерируется благодаря наличию в МП среды малой (в смысле (2), (3)) составляющей, описывающей А) волну МП (переходное рассеяние), Б) движущуюся размытую границу раздела сред.

Заметим, что резконестационарная среда является частным случаем среды Б). Действительно, движение границы раздела с бесконечной скоростью фактически означает скачок МП одновременно во всей среде.

Волна МП описывается выражением $\mu_1(\boldsymbol{r},t)=\Delta\mu\cos(\omega_0 t-\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{r})$, фурье-образ которого имеет вид

$$\mu_1(\boldsymbol{k},\omega)=(1/2)\Delta\mu[\delta(\omega-\omega_0)\delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)+\delta(\omega+\omega_0)\delta(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}_0)], \tag{4a}$$

Движущаяся со скоростью u размытая граница раздела между средами с МП, равными μ_0 и $\mu_0+\Delta\mu$, может быть описана выражением $\mu_1(\boldsymbol{r},t)=\Delta\mu[1+\operatorname{th}(\alpha(\boldsymbol{ur})/u-ut)]$, где $1/\alpha$ — характерная ширина зоны размытия границы. Фурье-образ этого выражения имеет вид

$$\mu_1(\boldsymbol{k},\omega)=\frac{i}{2}\Delta\mu\frac{\delta(\boldsymbol{k}-\omega\boldsymbol{u}/u^2)}{\alpha u\operatorname{sh}(\pi\omega/\alpha u)}. \tag{4б}$$

1. **Излучение магнитных диполей.** Магнитные диполи бывают двух типов. Физическим прообразом так называемого токового диполя служит бесконечно малый виток с (бесконечно большим) током. Фурье-образ напряженности магнитного поля неподвижного токового диполя с моментом $\boldsymbol{m}$ имеет вид ([1], с. 161)

$$\boldsymbol{H}^j(\boldsymbol{k},\omega)=\left(\boldsymbol{m}-\frac{\boldsymbol{k}(\boldsymbol{km})}{k^2}\right)\frac{\delta(\omega)}{2\pi^3}. \tag{5}$$

Поле токового диполя поперечно. В то же время так называемый «истинный» [1] диполь, составленный из двух магнитных зарядов, создает продольное поле

$$\boldsymbol{H}^g(\boldsymbol{k},\omega)=-\frac{\boldsymbol{k}(\boldsymbol{km})}{\mu k^2}\frac{\delta(\omega)}{2\pi^3}. \tag{6}$$

Прообразом «истинного» диполя служит вытянутый ферромагнитный стерженек малых размеров, намагниченный вдоль продольной оси. В соответствии с изложенным выше излучение «истинного» диполя в среде с возмущением $\mu_1(\boldsymbol{r},t)$ идентично излучению электрического диполя в среде с такой же зависимостью $\varepsilon_1(\boldsymbol{r},t)$. В частности, в среде, МП которой зависит только от времени, «истинный» магнитный диполь не излучает.

Подставляя поле (5) или (6), а также (4а) в формулу (1), получим, что при переходном рассеянии на неподвижных диполях излучаются волны, частота которых совпадает с частотой ω_0 падающей волны проницаемости. Этот вывод, очевидно, справедлив для переходного рассеяния на любых источниках постоянного поля.

Поляризация излучения токового диполя определяется единичным ортом:

$$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{n}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}_0)/|\boldsymbol{n}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}_0)|,\qquad \boldsymbol{n}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}_0)=(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)^2[\boldsymbol{mk}]+(\boldsymbol{m},\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)[\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{k}]. \tag{7}$$

Излучаемые волны поляризованы линейно, поскольку направление вектора напряженности электрического поля в излученной волне однозначно определяется волновым вектором $\boldsymbol{k}$.

Угловое распределение интенсивности излучения токового диполя в среде А описывается выражением *

$$\frac{W(\boldsymbol{k}/k)}{T}d\Omega=\frac{\Delta\mu^2\omega_0^4\sqrt{\mu_0(\omega_0)}}{8\pi c^3}\frac{1}{k^2}\left\{[\boldsymbol{km}]+[\boldsymbol{kk}_0]\frac{(\boldsymbol{m},\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)}{(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)^2}\right\}^2d\Omega. \tag{8}$$

Выражение (8) отличается от соответствующего выражения (4.120) в [1] знаком между слагаемыми в фигурных скобках. Если $k_0\gg k=(\omega_0/c)\sqrt{\mu_0(\omega_0)}$, т. е. длина волны МП мала, (8) переходит в

$$\frac{W(\boldsymbol{k}/k)}{T}d\Omega=\frac{\Delta\mu^2\omega_0^4\sqrt{\mu_0(\omega_0)}}{8\pi c^3}\frac{1}{k^2}\left[\boldsymbol{k},\boldsymbol{m}-\frac{\boldsymbol{k}_0(\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{m})}{k_0^2}\right]^2d\Omega,\qquad k\ll k_0. \tag{9}$$

Описываемое (9) угловое распределение излучения имеет дипольный

* Поскольку в рассматриваемой модели излучение происходит неограниченно долго, то получаемая из (1) энергия оказывается бесконечной. Физический смысл имеет энергия, излучаемая в единицу времени — W/T (см. [12], с. 222).

характер, причем магнитный момент диполя-излучателя представляет собой перпендикулярную $\boldsymbol{k}_0$ составляющую $\boldsymbol{m}$: $\boldsymbol{m}^{\mathrm{tr}}_{\boldsymbol{k}_0} \equiv \boldsymbol{m} - \boldsymbol{k}_0(\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{m})/k_0^2$.

Чтобы объяснить этот факт, разобьем мысленно среду на ячейки, в которых поле можно считать постоянным и размер их в направлении $\boldsymbol{k}_0$ много меньше длины волны МП. Объемы ячеек одинаковы. Каждая такая ячейка обладает магнитным дипольным моментом, переменная во времени составляющая которого пропорциональна $\Delta\mu \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})\cos(\omega_0 t + \varphi(\boldsymbol{r}))$ ($\boldsymbol{r}$ — радиус-вектор ячейки). Полная картина излучения складывается в результате интерференции волн, излучаемых всеми ячейками.

В силу линейности уравнений Максвелла поле излучения диполя с моментом $\boldsymbol{m}$ равно сумме полей излучения диполей с $\boldsymbol{m}^{\mathrm{tr}}_{\boldsymbol{k}_0}$ и $\boldsymbol{m}^{l}_{\boldsymbol{k}_0} \equiv \boldsymbol{k}_0(\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{m})/k_0^2$. Если $k_0 \gg k = (\omega_0/c)\sqrt{\mu_0(\omega_0)}$, то фаза φ момента ячейки меняется вдоль $\boldsymbol{k}_0$ значительно быстрее поля $\boldsymbol{H}_l$, создаваемого диполем $\boldsymbol{m}^{l}_{\boldsymbol{k}_0}$, ориентированным по $\boldsymbol{k}_0$. Иными словами, в ячейках, фазы которых отличаются на π и моменты поэтому колеблются в противофазе, поля $\boldsymbol{H}_l$, а следовательно, и амплитудные значения моментов будут одинаковы. Излучение таких ячеек будет «гасить» друг друга. Поэтому диполь, расположенный вдоль $\boldsymbol{k}_0$, в пределе $k_0 \gg k$ не излучает, как это и следует из (9) (и не следует из формулы (4.120) [1]).

Справедливость приведенных рассуждений обусловлена тем, что быстрота изменения поля вдоль момента создающего его диполя всюду конечна. Напротив, производная напряженности поля по перпендикулярному направлению в точке диполя бесконечна *. Поэтому даже при малых $2\pi/k_0$ ячейки вблизи источника, в которых фаза $\varphi(\boldsymbol{r})$ колебаний намагниченности отличается на π, находятся в точках с разными значениями $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ и не могут полностью погасить излучение друг друга.

Итак, в пределе $k_0 \gg k$ излучает фактически область вблизи диполя, намагниченность которой направлена по $\boldsymbol{m}^{\mathrm{tr}}_{\boldsymbol{k}_0}$. При $k \gg k_0$

$$\frac{W(\boldsymbol{k}/k)}{T}\,d\Omega = \frac{\Delta\mu^2\sqrt{\mu_0(\omega_0)}}{8\pi c^3}\,\omega_0^4\,\frac{[\boldsymbol{k}\boldsymbol{m}]^2}{k^2}\,d\Omega, \qquad |\boldsymbol{k}| \gg |\boldsymbol{k}_0|. \tag{10}$$

В этом случае фаза ячеек-излучателей во всех точках поля примерно одинакова.

Для излучения токового диполя на движущейся границе раздела (среда Б), подставляя (5) и (4б) в (1), получим, что волны поляризованы так же, как и при переходном рассеянии:

$$\begin{gathered} \boldsymbol{e} = \boldsymbol{n}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{u})/|\boldsymbol{n}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{u})|, \\ \boldsymbol{n}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{u}) = (\boldsymbol{k} - \omega\boldsymbol{u}/u^2)^2[\boldsymbol{m}\boldsymbol{k}] + (\boldsymbol{m}, \boldsymbol{k} - \omega\boldsymbol{u}/u^2)[\omega\boldsymbol{u}/u^2\ \boldsymbol{k}]. \end{gathered} \tag{11}$$

Если в (11) пренебречь дисперсией и положить $k = (\omega/c)\sqrt{\mu_0}$, то $\boldsymbol{e}$ не зависит от частоты излучаемой волны. Спектральное и угловое распределение энергии излучения токового диполя на движущейся границе имеет вид

$$\begin{gathered} W\left(\omega, \frac{\boldsymbol{k}}{k}\right)d\omega\, d\Omega = \frac{\Delta\mu^2\omega^2\sqrt{\mu_0(\omega)}}{4\pi^2c^3}\left[\frac{\pi\omega/au}{\operatorname{sh}(\pi\omega/au)}\right]^2\left\{\left[\frac{\boldsymbol{k}}{k}, \boldsymbol{m}\right] + \frac{c}{u\sqrt{\mu_0(\omega)}}\left[\frac{\boldsymbol{k}}{k}, \frac{\boldsymbol{u}}{u}\right]\times \right. \\ \left. \times\frac{(\boldsymbol{k} - \omega\boldsymbol{u}/u^2, \boldsymbol{m})^2}{(\boldsymbol{k} - \omega\boldsymbol{u}/u^2)^2}\right\}^2 d\omega\, d\Omega. \end{gathered} \tag{12}$$

---

* Сказанное становится очевидным при рассмотрении силовых линий поля токового диполя. В точке диполя их густота бесконечна, а направлены они по $\boldsymbol{m}$. Заметим, что, поскольку $\operatorname{div}\boldsymbol{H} = 0$, производная параллельной $\boldsymbol{m}$ компоненты $\boldsymbol{H}$ по соответствующей координате в точке диполя равна нулю.

Угловое распределение в (12), если пренебречь частотной дисперсией μ_0, совершенно аналогично (8). Роль $\boldsymbol{k}_0$ играет теперь $\omega \boldsymbol{u}/u^2$. Асимптотики выражения в фигурных скобках в (12) при $\omega/u \gg k$, т.е. $u \ll c/\sqrt{\mu_0(\omega)}$, и при $u \gg c/\sqrt{\mu_0(\omega)}$ также получаются из (9) и (10), соответственно, путем замены $\boldsymbol{k}_0$ на $\omega \boldsymbol{u}/u^2$. Однако при $u \to 0$ излучение на движущейся границе исчезает (благодаря множителю в квадратных скобках в (12)), в то время как интенсивность переходного рассеяния в аналогичной ситуации конечна. При $u \to \infty$ (12) дает интенсивность излучения токового диполя в резконестационарной однородной среде. Получаемое при этом выражение согласуется с точным значением, полученным в [4].

Излучение «истинного» диполя в соответствующем слабонестационарном и (или) слабонеоднородном магнетике должно отличаться от излучения электрического диполя в среде с аналогичным возмущением ДП только направлением поляризации. В магнитном случае вектор $\boldsymbol{H}$ в излученной волне ориентирован так же, как вектор $\boldsymbol{E}$ в электрическом случае. Направление поляризации излучения «истинного» магнитного диполя (т.е. направление напряженности электрического поля в излученной волне) оказывается перпендикулярным $\boldsymbol{k}_0$ в случае переходного рассеяния или $\boldsymbol{u}$ — в случае движущейся границы.

Интенсивность переходного рассеяния на «истинном» диполе описывается выражением, получающимся в результате подстановки (4а) и (6) в (1):

$$\frac{W(\boldsymbol{k})}{T} d\Omega = \frac{\Delta\mu^2}{8\pi c[\mu_0(0)]^2 \sqrt{\mu_0(\omega_0)}} [\boldsymbol{k}, \boldsymbol{k}_0]^2 \frac{(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)^4}{(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)^4} d\Omega, \tag{13}$$

которое согласуется с выражением (4.102) [1] для интенсивности переходного рассеяния на электрических диполях.

Выражение для энергии излучения «истинного» магнитного диполя на движущейся границе получается при подстановке в (1) выражений (4б) и (6):

$$W(\boldsymbol{k}) d\omega d\Omega = \frac{\Delta\mu^2\omega^2}{4\pi^2 c[\mu_0(0)]^2 \sqrt{\mu_0(\omega)}} \frac{1}{u^4} \left[\frac{\pi\omega/au}{\operatorname{sh}(\pi\omega/au)}\right]^2 \times$$
$$\times [\boldsymbol{k}\boldsymbol{u}]^2 \frac{(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{k}-\omega\boldsymbol{u}/u^2)^2}{(\boldsymbol{k}-\omega\boldsymbol{u}/u^4)^4} d\omega d\Omega. \tag{14}$$

При $u \to \infty$, что соответствует переходу к рассмотрению излучения в резконестационарной среде, $W(\boldsymbol{k}) \sim u^{-2} \to 0$ (ср. с (12)), т.е. «истинный» диполь на скачке МП не излучает. Причина отсутствия излучения заключается в продольности поля, создаваемого «истинным» диполем.

Аналогичная задача об излучении электрического диполя на движущейся границе раздела диэлектриков ранее не рассматривалась. Чтобы получить спектральное и угловое распределение излучаемой в этом случае энергии, достаточно вместо $\Delta\mu$, $\mu_0(\omega)$, $\boldsymbol{m}$ подставить в (14) соответствующие значения разности ДП граничащих сред, ДП невозмущенной среды и величину электрического дипольного момента.

2. Излучение прямолинейного тока. Фурье-образ напряженности магнитного поля, создаваемого бесконечным прямолинейным проводником с током, имеет вид

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{k}, \omega) = (iI\delta(k_z)/\pi c k^2)[\boldsymbol{k}\boldsymbol{e}_z]\delta(\omega). \tag{15}$$

(ось z направлена по проводнику). Энергия излученных волн с волновым вектором $\boldsymbol{k}$, в которых напряженность магнитного поля направлена по $\boldsymbol{e}_м$, описывается выражением

$$\frac{W_k}{lL}d\omega d\Omega = \frac{\Delta\mu^2 I^2\omega^5\mu_0(\omega)}{4c^6}\delta(\omega-\omega_0)[e_{\text{м}}, k-k_0]^2\frac{\delta(\cos\theta-k_{0z}/k)}{(k-k_0)^4}d\omega d\Omega \quad (16а)$$

при переходном рассеянии (среда А) и

$$\frac{W_k}{L}d\omega d\Omega = \frac{\Delta\mu^2 I^2}{2\pi c^2\mu_0(\omega)}\frac{1}{\omega}\left[\frac{\pi\omega/au}{\operatorname{sh}(\pi\omega/au)}\right]^2\left[e_{\text{м}}, k-\frac{\omega u}{u^2}\right]^2\frac{\delta(\cos\theta-\omega u_z/ku^2)}{(k-\omega u/u^2)^4}d\omega d\Omega \quad (16б)$$

— для излучения на движущейся границе. Рассматривается излучение с единицы длины проводника W/L; $\theta\equiv(\widehat{k,e_z})$. Так же как и в разд. 1, определяемые δ-функциями угловые распределения интенсивности в случаях А и Б аналогичны, но в (16б) угловое распределение зависит от частоты из-за частотной дисперсии $\mu_0(\omega)$.

Излучение прямолинейного тока распределено по конусу с осью z, косинус угла раствора которого равен $k_{0z}c/\omega_0\sqrt{\mu_0(\omega_0)}$ в случае А и $u_zc/u^2\sqrt{\mu_0(\omega)}$ — в случае Б. Возможность генерации связана со значением скорости точки пересечения фронта волны МП (А) или границы (Б) с проводником. Если эта скорость меньше фазовой скорости света в (невозмущенной) среде, то излучение не испускается (косинус угла раствора конуса больше единицы). В этом отношении рассматриваемое излучение сходно с излучением Вавилова—Черенкова, а также с излучением заряженной нити в диэлектриках с аналогичным возмущением свойств [13, 14].

Из (16а), (16б) следует, что энергия излучения вперед, а с ней и полная энергия излучения при $\omega_0/k_0=c/\sqrt{\mu_0(\omega_0)}$ (А) и $u=c/\sqrt{\mu_0(\omega)}$ (Б) обращается в бесконечность. Так же как и в [13, 14], эта расходимость обусловлена синфазностью всех испускаемых волн, а также медленным спаданием поля источников на бесконечности ($H_k\to\infty$ при $k\to 0$), что приводит к эффективному участию в генерации бесконечно большого объема поля.

Спектр (16б) излучения прямолинейного тока имеет такой же вид, как и спектр излучения прямолинейной заряженной нити [14]. В [14] объяснено и наличие в спектре инфракрасной расходимости (при $\omega\to 0$ $W_\omega\sim\omega^{-1}\to\infty$).

Чтобы получить интенсивность излучения, испускаемого при одновременном скачке МП во всей среде, надо в (16б) перейти к пределу $u\to\infty$. Получается при этом выражение, которое согласуется с точным [4].

3. Излучение тока, текущего по винтовой линии. Плотность постоянного тока силы I, текущего по бесконечному тонкому проводу в форме винтовой линии с шагом h и радиусом R, можно записать в виде

$$j(r,t) = \frac{I}{1+(h/2\pi R)^2}\delta\left(x-R\cos\frac{2\pi z}{h}\right)\delta\left(y-R\sin\frac{2\pi z}{h}\right)\times$$
$$\times\{e_y\cos(2\pi z/h)-e_x\sin(2\pi z/h)+e_z h/2\pi R\} \quad (17)$$

(ось винтовой линии направлена по z; x, y, z — декартовы координаты). Фурье-образ (17) может быть выражен через функции Бесселя с целым индексом $J_n(z)$:

$$j(k,\omega) = \frac{\delta(\omega)}{8\pi^2}\frac{I}{\sqrt{1+(h/2\pi R)^2}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(k_rR)\exp[-in(\varphi_0+\pi/2)]\times$$
$$\times\left\{\frac{h}{\pi R}\delta\left(k_z-\frac{2\pi n}{h}\right)e_z+\left[\delta\left(k_z-2\pi\frac{n+1}{h}\right)+\delta\left(k_z-2\pi\frac{n-1}{h}\right)\right]e_y+\right.$$

$$+i\left[\delta\left(k_z-2\pi\frac{n+1}{h}\right)-\delta\left(k_z-2\pi\frac{n-1}{h}\right)\right]e_x\Bigg\}, \quad \operatorname{tg}\varphi_0\equiv\frac{k_y}{k_x}, \quad k_r\equiv\sqrt{k_x^2+k_y^2}. \tag{18}$$

Ток с плотностью $j(\boldsymbol{k},\omega)$ создает магнитное поле, фурье-образ напряженности которого определяется выражением

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{k},\omega)=(4\pi i/ck^2)\,[\boldsymbol{k},\boldsymbol{j}(\boldsymbol{k},\omega)]. \tag{19}$$

Для сокращения последующих формул учтем, что фурье-образы $\mu_1(\boldsymbol{r},t)$ (4а) и (4б) можно записать в виде

$$\mu_1(\boldsymbol{k},\omega)=\Delta\mu f(\omega)\,\delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q}), \tag{20}$$

где в случае переходного рассеяния (среда А) $f(\omega)=(1/2)\delta(\omega-\omega_0)$ (при рассматриваемом ниже рассеянии в постоянном поле слагаемое в (4а), пропорциональное $\delta(\omega+\omega_0)$, не играет роли), $\boldsymbol{q}=\boldsymbol{k}_0$; а в случае движущейся границы (среда Б) $f(\omega)=(i/2\alpha u)\operatorname{sh}^{-1}(\pi\omega/\alpha u)$ и $\boldsymbol{q}=\omega\boldsymbol{u}/u^2$.

Подставляя (18) в (19), а (19) и (20) в (1), получим выражение для спектрального и углового распределения энергии, излучаемой с единицы длины нити, в средах с МП вида (20):

$$\frac{W_{\boldsymbol{k},\lambda}}{L}d\omega d\Omega=\frac{\pi\Delta\mu^2\omega^4\sqrt{\mu_0(\omega)}}{2c^5}I^2\frac{h/2\pi R}{(1+(h/2\pi R)^2)^{3/2}}|f(\omega)|^2\times$$
$$\times d\omega d\Omega\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\delta(k'_z-2\pi n/h)}{k'^4}\left\{\left(\frac{h}{\pi R}\right)^2\frac{k'^4\alpha_z^2-k_z'^2(e_z[\alpha k'])^2}{k_r'^4}J_n^2(k'_rR)+\right. \tag{21}$$
$$\left.+\frac{2(e_z[\alpha k'])^2}{k_r'^2}\left(J_{n-1}^2(k'_rR)+J_{n+1}^2(k'_rR)\right)\right\}.$$

Здесь введены обозначения $\boldsymbol{k}'\equiv\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q}$, $\boldsymbol{\alpha}\equiv[\boldsymbol{e}_{\text{м}}^{\lambda},\boldsymbol{k}']$. Если $R/h\to 0$, то (21) переходит в соответствующее выражение для прямолинейного тока, согласующееся с (16а), (16б).

В волне с волновым вектором $\boldsymbol{k}$ напряженность магнитного поля направлена определенным образом, а именно: она лежит в плоскости $\boldsymbol{k}$ и $[\boldsymbol{k}',\boldsymbol{j}(\boldsymbol{k}',\omega)]$. Таким образом, излучение линейно поляризовано. Однако для удобства спектральное распределение интенсивности ниже будет рассматриваться по отдельности для π-компоненты, у которой $\boldsymbol{e}_{\text{м}}\equiv\boldsymbol{e}_{\text{м}}^{\pi}\,\|\,[\boldsymbol{k}\boldsymbol{e}_z]$, и для σ-компоненты, у которой $\boldsymbol{e}_{\text{м}}\equiv\boldsymbol{e}_{\text{м}}^{\sigma}\,\|\,[\boldsymbol{k}[\boldsymbol{k}\boldsymbol{e}_z]]$.

Возможные направления излучения волн данной частоты, равно как и спектр, излучаемый в фиксированном направлении, определяются δ-функцией в (21). Эта функция имеет тот же аргумент; что и в аналогичных задачах [10, 11] для диэлектриков. Так же как и в [10, 11], при прохождении движущейся границей винтообразного проводника с током излучение формируется на частотах, кратных частоте движения точки пересечения границы и проводника Ω. Частоты, воспринимаемые в системе отсчета, в которой проводник покоится, сдвинуты в соответствии с эффектом Допплера:

$$\omega_n=n\Omega\,|1-u\sqrt{\mu_0(\omega)}\cos\theta/c\cos\theta_0|^{-1}, \qquad \theta_0\equiv(\widehat{\boldsymbol{q},\boldsymbol{e}_z}), \qquad n=1,2,\ldots \tag{22}$$

Слагаемое с $n=0$ в (21) отлично от нуля при $u\cos\theta_0\gg c/\sqrt{\mu_0(\omega)}$ и соответствует излучению черенковского типа. Оно не исчезает при переходе $R/h\to 0$ и описывает непрерывный спектр, распределенный по конусу: $\cos\theta=c\cos\theta_0/u\sqrt{\mu_0(\omega)}$. При $u/\cos\theta_0<c/\sqrt{\mu_0(\omega)}$ излучаемый спектр имеет полосатый характер вплоть до частот, соответствующих длине волны $\lambda=2h$. При бо́льших частотах доплеровский сдвиг часто-

ты соседних гармоник (излучаемых: одна — вдоль оси z, другая — против) перекрывает интервал между ними и спектр непрерывен [10].

Излучение определенной частоты распределено по совокупности круговых конусов * с осью, совпадающей с осью z, и углами раствора θ_n:

$$\cos\theta_n = n\lambda/h + c\cos\theta_0/u\sqrt{\mu_0(\omega)} \qquad (23)$$

(λ — длина волны излучения). Условие (23) может быть записано в виде $k_z = q_z + 2\pi n/h$ и связано, очевидно, с симметрией задачи относительно трансляций на h вдоль оси z.

Условие $|\cos\theta_n| \leqslant 1$ определяет номера гармоник, дающих вклад в излучение:

$$-c\cos\theta_0/u\sqrt{\mu_0(\omega)} - 1 \leqslant n\lambda/h \leqslant -c\cos\theta_0/u\sqrt{\mu_0(\omega)} + 1. \qquad (24)$$

При переходном рассеянии из (24) следует, в частности, невозможность рассеяния волн низкой частоты при определенных $\boldsymbol{k}_0$ (аналогично [11]).

Подчеркнем, что в общем случае излучение определенной частоты распределено по круговым конусам неравномерно ввиду отсутствия аксиальной симметрии. В дальнейшем ограничимся рассмотрением симметричного случая, когда $\boldsymbol{q}$ направлен вдоль z: $\boldsymbol{q} = q\boldsymbol{e}_z$. При этом для спектра π-компоненты, подставив в (21) $e_{\text{м}}^{\pi} = [\boldsymbol{k}\boldsymbol{e}_z]/|[\boldsymbol{k}\boldsymbol{e}_z]|$ и проинтегрировав по углам, получим выражение

$$\frac{W^{\pi}(\omega)}{L}d\omega = \frac{4\pi^6 l^2\Delta\mu^2}{c^2}\frac{\omega}{\mu_0(\omega)}|f(\omega)|^2\frac{(h/2\pi R)^3}{(1+(h/2\pi R)^2)^{3/2}}d\omega \times$$
$$\times\sum_{n=N_1}^{N_2}\frac{J_n^2(2\pi R\sqrt{\lambda^{-2}-(n/h+B/\lambda)^2})}{1-(B+n\lambda/h)^2}, \qquad \lambda \equiv \frac{2\pi c}{\omega\sqrt{\mu_0(\omega)}}, \qquad (25)$$

где введено обозначение $B \equiv c/u\sqrt{\mu_0(\omega)}$ и в соответствии с (24) $N_1 = -[(1+B)h/\lambda]$, $N_2 = [(1-B)h/\lambda]$ (здесь квадратные скобки означают взятие целой части числа). При $R/h \to 0$ (25) переходит в формулу для энергии излучения прямолинейного тока. То, что прямолинейным током испускаются только волны π-компоненты, видно и непосредственно из (16а), (16б).

Как показывает анализ, гармоника n_1, для которой знаменатель в (25) обращается в нуль: $B + n_1\lambda/h = \pm 1$ (при этом $\cos\theta = \pm 1$), дает вклад в сумму, пропорциональный $(\pi R/\lambda)^{2n_1}((n_1)!)^{-1}(1-(B+n_1\times\times\lambda/h)^2)^{|n_1|-1}$. В бесконечность эта величина обращается только при $n_1 = 0$, т. е. при $u = c/\sqrt{\mu_0(\omega)}$. Природа этой расходимости указана в разд. 2.

Спектр σ-компоненты получим, подставив в (21) $e_{\text{м}}^{\sigma} = [\boldsymbol{k}[\boldsymbol{k}\boldsymbol{e}_z]]\times\times(k^2\sin\theta)^{-1}$ и проинтегрировав по углам:

$$\frac{W^{\sigma}(\omega)}{L}d\omega = \frac{\pi^6 l^2\Delta\mu^2}{c^2}\frac{\omega}{\mu_0(\omega)}\frac{h/2\pi R}{(1+(h/2\pi R)^2)^{3/2}}|f(\omega)|^2 d\omega \times$$
$$\times\sum_{n=N_1}^{N_2}\left[\frac{1-B(B+n\lambda/h)}{1-B(B+2n\lambda/h)}\right]^2\{J_{n-1}^2(2\pi R\sqrt{\lambda^{-2}-(n/h+B/\lambda)^2})+$$
$$+J_{n+1}^2(2\pi R\sqrt{\lambda^{-2}-(n/h+B/\lambda)^2})\}. \qquad (26)$$

---

* Как уже отмечалось, в рассматриваемом приближении считается, что наличие $\mu_1(\boldsymbol{r}, t)$ не сказывается на распространении излученных волн. Поэтому, в частности, «черенковское» условие $\cos\theta = c_{\Phi}/v$ дает одинаковые значения θ по обе стороны от границы.

При $h/R \to \infty$ $W^\sigma/L \to 0$ в отличие от W^π/L. При $1 - B(B + 2n\lambda/h) = 0$, как показывает анализ (26), $W^\sigma(\omega)/L$ обращается в нуль.

Различие в поведении при $h/R \to \infty$, а также в отношении расходимости показывает, что излучение π-компоненты связано с прямолинейной z-составляющей тока, а σ-компонента излучается «поперечной» составляющей тока, направленной в плоскости xy.

Спектральная функция $f(\omega)$ в (25), (26) дается выражением $(1/2)\delta(\omega - \omega_0)$ в случае переходного рассеяния, и $(i/2au)\,\mathrm{sh}^{-1}(\pi\omega/au)$ — для движущейся границы. Но в среде Б зависимость энергии от частоты имеется и в сумме в (25), (26). Сходство этих сумм с выражением работы [10] дает основания полагать, что и в рассматриваемом случае спектр должен иметь максимум, сдвигающийся при $u \to c/\sqrt{\mu_0}$ на высокие частоты благодаря эффекту Допплера.

4. О поляризации излучения, возникающего в слабонестационарных и (или) слабонеоднородных средах. Во всех рассмотренных случаях поляризация излучения оказывалась линейной. Иными словами, в излучаемой волне с определенным $\boldsymbol{k}$ (и, следовательно, определенным ω) направление $\boldsymbol{E}$ (и $\boldsymbol{H}$) было фиксировано. Этим же свойством обладают и все решения задач об излучении в диэлектриках со слабой зависимостью изотропной ДП от координат и времени, полученные методом возмущений [2, 10, 11, 14]. Возникает вопрос, насколько общим является это свойство излучения в средах со слабопеременными параметрами. Для краткости ниже будет говориться только о магнетиках. Рассуждения и выводы в случае диэлектриков идентичны.

Из рассмотрения формулы метода возмущений (1) видно, что линейная поляризация возникает в тех случаях, когда переменные $\boldsymbol{k}_1$ и ω_1 при интегрировании однозначно выражаются через $\boldsymbol{k}$ и ω благодаря δ-функциям, стоящим в $\mu_1(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_1, \omega - \omega_1)$ и $H^j(\boldsymbol{k}_1, \omega_1)$. При этом вектор $\boldsymbol{H}$ в излученной волне направлен по

$$e_\text{м} \parallel [\boldsymbol{k}[H^j(\boldsymbol{k}, \{a_l\}) \times \boldsymbol{k}]] \tag{27}$$

(в электрическом случае $e_\text{м}$ заменяется на e, а H^j — на E^q). Здесь $\boldsymbol{a}_l$ — характерные векторы задачи (волновой вектор волны проницаемости; скорость границы; вектор, характеризующий ориентацию источника и т.п.).

Для однозначного определения $\boldsymbol{k}_1$, ω_1 по $\boldsymbol{k}$ и ω необходимо, чтобы все четыре величины k_{1x}, k_{1y}, k_{1z}, ω_1 входили в независимые аргументы четырех δ-функций.

δ-функции возникают под интегралом в (1) тогда и только тогда, когда $\mu_1(\boldsymbol{r}, t)$ или $H^j(\boldsymbol{r}, t)$ либо не зависят от соответствующих координат x, y, z, t (или их комбинаций), либо зависят от них по гармоническому закону. Таким образом, если имеются четыре независимые комбинации x, y, z, t (такие, что все переменные k_{1x}, k_{1y}, k_{1z}, ω_1 входят в те или иные из них в качестве коэффициентов), от которых либо $\mu_1(\boldsymbol{r}, t)$, либо $H^j(\boldsymbol{r}, t)$ не зависят или зависят по гармоническому закону, то излучаемые волны линейно поляризованы.

Если же δ-функций под интегралом нет, то это значит, что излучение неполяризовано. Задавая $e_\text{м}$, можно найти энергию излучения той или иной поляризации, и ни при каком $e_\text{м}$ она не обратится в нуль. Если δ-функции есть, но их недостаточно для однозначного определения $\boldsymbol{k}_1$, ω_1 через $\boldsymbol{k}$, ω, то на положение вектора поляризации накладываются некоторые ограничения, но полностью поляризованным излучение не будет.

Подчеркнем, что все сказанное о поляризации относилось к случаю изотропной среды. В анизотропной среде поляризация определяется ориентацией волнового вектора относительно выделенных направлений в пространстве (оптических осей, вектора гирации и т.п.).

Чем же объясняется линейная поляризация волн в задачах, обладающих достаточной трансляционной инвариантностью?

Как видно из (1), волна с волновым вектором $\boldsymbol{k}$ и частотой ω возникает в результате взаимодействия различных фурье-гармоник: $\mu_1 \sim \exp[i(\boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}-\omega' t)]$ и $\boldsymbol{H}^j \sim \exp[i(\boldsymbol{k}''\boldsymbol{r}-\omega'' t)]$. При этом условие интерференции волн от «диполей» среды, обладающих моментом $\boldsymbol{m}(\boldsymbol{r}, t) \sim \sim \mu_1(\boldsymbol{r}, t) \boldsymbol{H}^j(\boldsymbol{r}t)$, диктует соотношение $\omega' + \omega'' = \omega$, $\boldsymbol{k}' + \boldsymbol{k}'' = \boldsymbol{k}$, которые учтены явным образом в (1). Если $\boldsymbol{k}'$, ω' могут принимать различные значения, то в излучении будут присутствовать волны, сформированные фурье-гармониками с разным направлением $\boldsymbol{H}^j$ и обладающие поэтому различными поляризациями.

Если же, например, μ_1 не зависит от x, то в излучении волны с волновым вектором $\boldsymbol{k}$ будут участвовать только фурье-гармоники $\boldsymbol{H}^j \sim \exp(ik_x x)$. В этом случае излучает периодическое по x с периодом $2\pi/k_x$ распределение «диполей» среды. Если такая же ситуация имеет место для всех пространственных координат, то все диполи среды сфазированы и излучают как один диполь. Поляризация излучения этого диполя совпадает с (27) (дипольное излучение поляризовано в плоскости, содержащей направление момента, а он направлен по $\boldsymbol{H}^j$). При этом поляризация излучения линейна, но может меняться со временем, если не фиксирована частота в аргументе $\boldsymbol{H}^j(\boldsymbol{k}_1, \omega_1)$. Поскольку (1) дает энергию излучения, испущенного за большой (вообще говоря, бесконечный) промежуток времени, то для линейной поляризации излучения, исследуемого с помощью (1), необходимо, чтобы и во времени процесс излучения был однородным (или менялся по гармоническому закону).

В заключение автор выражает глубокую признательность за стимулирование работы и постоянную поддержку В. А. Давыдову. Автор благодарен Б. М. Болотовскому, С. Н. Столярову и А. И. Плису за плодотворное обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. — М.: Наука, 1984.
2. Давыдов В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 12. С. 1429.
3. Колесов В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 1. С. 132.
4. Давыдов В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 8. С. 1081.
5. Манева Г. М. // Кр. сообщ. физ. ФИАН СССР. 1977 № 2. С. 21.
6. Давыдов В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. № 8. С. 982.
7. Morgentaler F. R. // IRE Trans. 1958. V. MTT-6. № 2. P. 167.
8. Давыдов В. А. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. № 3. С. 859.
9. Степанов Н. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1976. Т. 19. № 7. С. 960.
10. Давыдов В. А., Колесов В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 5. С. 605.
11. Колесов В. В. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. физика, астрономия. 1985. Т. 26. № 5. С. 18.
12. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. — М.: Наука, 1981.
13. Давыдов В. А. // Изв. АН СССР. Сер. физич. 1981. Т. 45. № 10. С. 1848.
14. Давыдов В. А., Колесов В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 7. С. 815.

Московский институт радиотехники, электроники и автоматики

Поступила в редакцию 18 января 1988 г., после объединения 2 февраля 1989 г.

ABOUT THE RADIATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN NONSTATIONARY AND NONHOMOGENEOUS MAGNETIC MEDIA

V. V. Kolesov

The perturbation method for calculating the characteristics of radiation, arising due to (weak) variation of the properties of medium in time and space, is generalized for the case of magnetic media. The problem on the account of the frequency dispersion is discussed. Polarization, spectrum and angular characteristics of radiation, emitted by current and «true» immovable magnetic dipoles at transient scattering or travelling boundary between two media are calculated. Comparison with known results for transient scattering is developed. Using perturbation method the characteristics of radiation, generated in the field of constant linear current, flowing A) along the straight line, B) along the helical line when magnetic permeability changes, are calculated. Alternating component of permeability describes travelling wave of permeability or moving diffuse boundary between media. It is shown, that polarization of radiation, arising at a small varying penetrability of medium, is linear under the condition of sufficient translation invariance of the problem.