

УДК 621.378.3

## УСИЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ С СИНХРОНИЗУЮЩИМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

*В. А. Базылев, А. В. Тулугов*

Аналитически и численно исследован процесс усиления волны сигнала в ЛСЭ с синхронизирующим магнитным полем. Рассмотрены два возможных режима работы ЛСЭ: захват электронов волной и однократное прохождение через область, где выполняется резонансное условие (отражение). Получена формула для коэффициента усиления в режиме слабого сигнала, характерная для всех схем ЛСЭ. Исследован нелинейный механизм усиления и показано, что он имеет пороговый характер. Проанализированы другие возможные варианты синхронизации взаимодействия в ЛСЭ и продемонстрированы преимущества схемы с синхронизирующим магнитным полем. Решена самосогласованная задача об усилении волны. Исследована кинетика процесса взаимодействия электронов с волной. Обсуждаются варианты экспериментальной реализации рассмотренной схемы и перспективы работы с «горячими» электронными пучками.

Наибольшее внимание в исследованиях генерации и усиления в лазерах на свободных электронах (ЛСЭ) в настоящее время привлекают различные схемы с синхронизованным режимом взаимодействия. Осуществление синхронизации в изменении фазовой скорости волны и скорости электрона позволяет избежать насыщения сигнала (режим захвата электронов волной), а в ином варианте — смягчить жесткие требования к разбросу по импульсам в электронном пучке (режим однократного отражения).

Реализация этих режимов работы достигается путем использования вилглеров (ондуляторов) с переменными параметрами: с изменяющимся шагом [1], амплитудой магнитного поля [2] или с одновременным изменением амплитуды и шага [3]. В схеме с ондулятором, магнитное поле которого имеет поперечный градиент [4], требования к разбросам в электронном пучке снижаются, но проблема насыщения сигнала остается.

В недавних наших работах [5, 6] была рассмотрена другая схема синхронизованного ЛСЭ — с дополнительным поперечным однородным (или имеющим продольный градиент) магнитным полем (для черенковского ЛСЭ эта схема рассматривалась в [7]). В приближении заданного поля было показано, что возможен захват электронов комбинационной волной и осуществление устойчивого усиления волны сигнала. Подробно рассмотрен режим однократного отражения от ponderomotorного потенциала и получена оценочная формула для КПД. В работах по ЛСЭ с переменными параметрами [1–3] исследование этого, на наш взгляд, весьма перспективного режима не получило должного развития. Перспективность его заключается, в первую очередь, в возможности работы с «горячими» электронными пучками.

В настоящей работе в одночастичном приближении проведено строгое рассмотрение взаимодействия электронов с электромагнитной волной в ЛСЭ с синхронизирующим магнитным полем на линейной и нелинейной стадиях процесса в обоих интересующих нас режимах (захват и отражение). Сравнение с другими схемами синхронизованных ЛСЭ продемонстрировало ряд привлекательных характеристик, присущих

ЛСЭ с синхронизирующим магнитным полем. Решена самосогласованная задача о генерации и усилении излучения и исследована зависимость усиления от начальных разбросов по импульсам в электронном пучке.

**1. Основные уравнения.** Рассмотрим движение электрона с энергией  $\mathcal{E}$  под малым углом к оси  $z$  в поле плоской электромагнитной волны  $A_s$  (сигнальная волна) и поле ондулятора  $A_w$ :

$$A_y = A_s \cos(\omega_s t - k_s z) - A_w \cos k_w z, \quad (1)$$

где  $k_w = 2\pi/\lambda_w$ ,  $\lambda_w$  — период ондулятора. Введем также синхронизирующее магнитное поле, направленное вдоль оси  $x$  и задаваемое вектор-потенциалом:  $A_H = y H_0 h(z)$ , где  $h(z)$  описывает изменение магнитного поля вдоль оси  $z$ . Ниже будем рассматривать два варианта: 1) однородное магнитное поле  $h(z) = z_0 - z$  для режима захвата и  $h(z) = z$  — для режима отражения; 2) возрастающее вдоль  $z$  магнитное поле  $h(z) = z_0 \sqrt{1 - z/z_0}$  для режима захвата ( $z_0 > L$ ,  $L$  — длина ондулятора) и уменьшающееся —  $h(z) = z_0 \sqrt{1 + z/z_0}$  — для режима отражения.

Как нетрудно показать,  $y$ -компонента канонического импульса электрона в рассматриваемых полях сохраняется, поэтому величина  $z_0$  определяет начальное значение кинетического импульса частицы.

Поскольку скорость электрона в начальный момент должна быть близкой к значению, соответствующему условию индуцированного рассеяния  $\omega_s - (k_s + k_w)v_z = 0$ , то в уравнениях движения может быть вполне упрощено усреднение по быстро меняющимся фазам и в результате получены укороченные уравнения движения [8]. Переходя к переменным фаза — лоренц-фактор, запишем уравнения движения электрона в следующем виде [5, 6]:

$$\theta' = k_w \left( 1 - \frac{\gamma_r^2(z)}{\gamma^2} \right) + \frac{k_s}{2\gamma^2} a_s a_w \cos \theta; \quad (2)$$

$$\gamma' = - \frac{k_s a_s a_w}{2\gamma} \sin \theta. \quad (3)$$

Здесь штрих означает дифференцирование по  $z$ ,  $\theta = kz - \omega t$ ,  $\omega = \omega_s$ ,  $k = k_s + k_w$ ,  $\gamma = \mathcal{E}/mc^2$ ;  $a_s$ ,  $a_w$  — безразмерная амплитуда поля волны сигнала и ондулятора,  $a_{s,w} = eA_{s,w}/mc^2$ ,  $\gamma_r(z)$  — резонансная энергия (при  $\gamma = \gamma_r$  выполнено условие фазового синхронизма),

$$\gamma_r^2(z) = \frac{k_s}{2k_w} \left( 1 + \frac{a_w^2}{2} + \frac{\Omega_H^2 h^2(z)}{c^2} \right), \quad \Omega_H = eH_0/mc. \quad (4)$$

**2. Линейный режим усиления.** Для выяснения вопроса о возможности генерации в синхронизованном ЛСЭ найдем коэффициент усиления  $G = \Delta P_s / P_s$  в режиме слабого сигнала:  $a_s \ll 1$ . Здесь  $P_s$  — мощность сигнальной волны,  $P_s = cE_s^2/4\pi$ ,  $E_s$  — напряженность поля волны сигнала,  $\Delta P_s$  — приращение мощности волны сигнала за один проход через ондулятор,  $\Delta P_s = \eta_e \mathcal{E} I / Se$ ,  $\eta_e$  — КПД,  $\eta_e = (\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_f) / \mathcal{E}_0$ ;  $\mathcal{E}_0$ ,  $\mathcal{E}_f$  — начальное и конечное значение энергии электрона,  $I$  — ток пучка,  $S$  — площадь поперечного сечения пучка,  $e$  — заряд электрона. Отметим, что для ЛСЭ с переменными параметрами коэффициент усиления в режиме слабого сигнала вычислялся в работах [2, 9, 10], а в ЛСЭ с синхронизирующим магнитным полем был получен в нашей работе [11] на основе кинетического уравнения Власова. Там же было получено условие на величину тока пучка, при которой наступает нелинейный по току режим усиления. В настоящей работе в силу одночастичности рассмотрения, естественно, считается, что ток электронного пучка не слишком велик, чтобы выполнялось условие линейности коэффициента усиления по току.

Введем величину  $\Gamma_r(z) = \gamma_r^2(z)$  и  $\Gamma = \gamma^2$  и представим  $\theta$  и  $\Gamma$  в виде

разложения по степеням  $a_s$ . Решая (2), (3) методом последовательных приближений, в нулевом приближении имеем

$$\theta^{(0)} = \theta_0 + I(L), \quad I(z) = k_w \int_0^z (1 - \Gamma_r(z)/\Gamma_0) dz, \quad (5)$$

где  $\theta_0$  — начальное значение фазы, по которой затем будет выполнено усреднение. В первом приближении

$$\Gamma^{(1)} = -k_s a_s a_w \int_0^L \sin(\theta_0 + I(z)) dz. \quad (6)$$

Учитывая, что  $\gamma^{(1)} = \Gamma^{(1)}/2\gamma_0$ , и усредняя (6) по  $\theta_0$ , получаем, что  $\langle \gamma^{(1)} \rangle = 0$ . Итак, аналогично схеме несинхронизованного ЛСЭ [12, 13] в первом приближении коэффициент усиления равен нулю.

Во втором приближении  $\gamma^{(2)} = \Gamma^{(2)}/2\gamma_0 - \gamma^{(1)2}/2\gamma_0$ . После несложных, но громоздких вычислений (см. Приложение 1) имеем

$$\langle \gamma^{(2)} \rangle = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \gamma_0} \langle \gamma^{(1)2} \rangle; \quad (7)$$

$$\langle \gamma^{(1)2} \rangle = \frac{k_s^2 a_s^2 a_w^2}{8\gamma_0^2} \int_0^L \int_0^L \cos(I(z) - I(z')) dz dz', \quad (8)$$

а коэффициент усиления равен

$$G = -\langle \gamma^{(2)} \rangle \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{1}{k_s^2 a_s^2}, \quad (9)$$

где  $\omega_p$  — плазменная частота пучка.

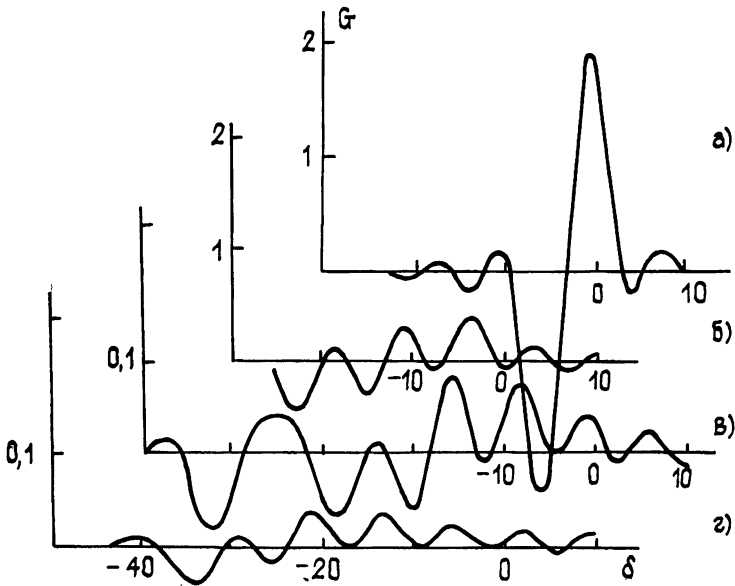


Рис. 1. Зависимости коэффициента усиления от начальной расстройки для синхронизирующего магнитного поля с продольным градиентом. а —  $H_0 = 0,5$  Гс, б — 1 Гс, в — 2 Гс, г — 3 Гс;  $z_0 = 2L$ .

Полученная формула имеет достаточно общий характер. Она справедлива для обычного (без дополнительной синхронизации) ЛСЭ

[12, 13] и для ЛСЭ с переменными параметрами [2, 9, 10]. Однако в отличие от этих схем в нашем случае коэффициент усиления не связан с формой линии спонтанного излучения электрона. В этом нетрудно убедиться, замечая, что (8) не совпадает с квадратом фурье-компоненты поперечной скорости электрона (см. [14]).

Рассмотрим зависимость коэффициента усиления (9) от начальной расстройки  $\delta = kL(\beta_{z0} - \beta_{ph})$ ,  $\beta_{ph} = \omega/kc$ ,  $\beta_{z0} = v_{z0}/c$  (диапазон расстройек  $\delta$  соответствует пучку с начальным разбросом по импульсам, для каждой энергетической фракции которого расчет выполняется независимо). На рис. 1 приведены зависимости коэффициента усиления для случая магнитного поля с продольным градиентом и начальных условий, соответствующих захвату электронов волной на нелинейной стадии усиления: для осуществления захвата необходимо, чтобы  $\delta \leq 0$  (при  $z=0$   $\gamma_r \geq \gamma_0$ ). Расчет проводился для следующих параметров ЛСЭ:  $L=500$  см,  $\lambda_w=5$  см,  $\gamma_0=100$ ,  $H_w=5$  кГс,  $I/S=0,1$  кА/см<sup>2</sup>. Все нижеприведенные расчеты проведены при тех же значениях параметров лазера. Из рис. 1 видно, что при малом  $H_0$  форма кривой усиления (и величина в максимуме) близка к кривой усиления в обычном ЛСЭ [12, 13]. С ростом  $H_0$  основной максимум опускается, постепенно сближаясь с боковым, образуется серия полос, в которой  $G > 0$  и примерно одинаков. При этом максимальный коэффициент усиления примерно в 40 раз ниже соответствующего значения для случая  $H_0=0$ . Вместе с тем растет допустимый разброс расстроек, при которых  $G > 0$  заметно возрастает: для  $H_0=0$  ширина линии усиления соответствует  $(\Delta\gamma/\gamma)_0 \approx 0,5\%$ , а при  $H_0=3$  Гс ширина полосы усиления отвечает  $(\Delta\gamma/\gamma)_0 \approx 3\%$ . Отметим, что при «больших»  $H_0$  вблизи  $\delta=0$  формируется серия примыкающих друг к другу полос, где всюду  $G > 0$ . При уменьшении расстройки ( $\delta < 0$ ) до значений, соответствующих достижению равенства  $\gamma_r(z) = \gamma_0$  при  $z \approx L$ , наблюдается серия полос поглощения.

Напротив, при конфигурации магнитного поля, обеспечивающей режим отражения, сплошная серия полос с  $G > 0$  формируется при больших, но положительных начальных расстройках (рис. 2а). Это соответствует ситуации, в которой резонансное условие  $\gamma_r(z) = \gamma_0$  выполняется при  $z \approx L$ .

Для случая однородного магнитного поля картина оказывается иной (рис. 2б). Во всем диапазоне начальных расстроек, за исключением области вблизи  $\delta=0$  (она соответствует захвату электронов волной и последующему ускорению), кривая коэффициента усиления имеет осциллирующий вид, сгущаясь в сторону больших расстроек. Если усреднить коэффициент усиления по  $\delta$ , то он оказывается положительным, но малым,  $\sim 2 \cdot 10^{-3}$ .

Таким образом, вследствие малости коэффициента усиления получение генерации в ЛСЭ с синхронизирующим магнитным полем возможно лишь при помощи электронных пучков с достаточно большой плотностью тока. В случае если зеркала резонатора не являются селективно отражающими, то будет наблюдаться генерация серии полос с длиной волны, отвечающей начальной расстройке. Для реализации режима захвата или отражения необходимо изменение начальных условий. Особенно это заметно в случае магнитного поля с продольным градиентом: для захвата необходимо, чтобы условие  $\gamma_r(z) = \gamma_0$  выполнялось при  $z \approx 0$ , для отражения — при  $z \approx L$ , т. е. усиление полностью определяется граничными эффектами. Этот факт подтверждает результат работы [11], полученный из дисперсионного уравнения с учетом коллективных эффектов: при  $L \rightarrow \infty$   $G=0$ . Аналогично и в одночастичном рассмотрении при  $L \rightarrow \infty$  (8) интегрируется аналитически:  $\langle \gamma^{(1,2)} \rangle = \pi z_0 a^3 a_w^2 / 8 \gamma_0^2 v_1$ , а так как  $\gamma_0^2 v_1$  не зависит от  $\gamma_0$ , то  $\partial \langle \gamma^{(1,2)} \rangle / \partial \gamma_0 = 0$  ( $v_1 = k_s \Omega_H^2 z_0^2 / 2 \gamma_0^2 c^2$ ).

В случае однородного магнитного поля коэффициент усиления может быть больше нуля как в безграничной среде, так и за счет эффектов на границах [11]. Это подтверждается расчетными результатами, в частности наличием широких полос усиления в области расстроек,

соответствующей выполнению условия  $\gamma_r(z) = \gamma_0$  при  $z \approx L/2$ , а также характерной серией пиков при больших расстройках.

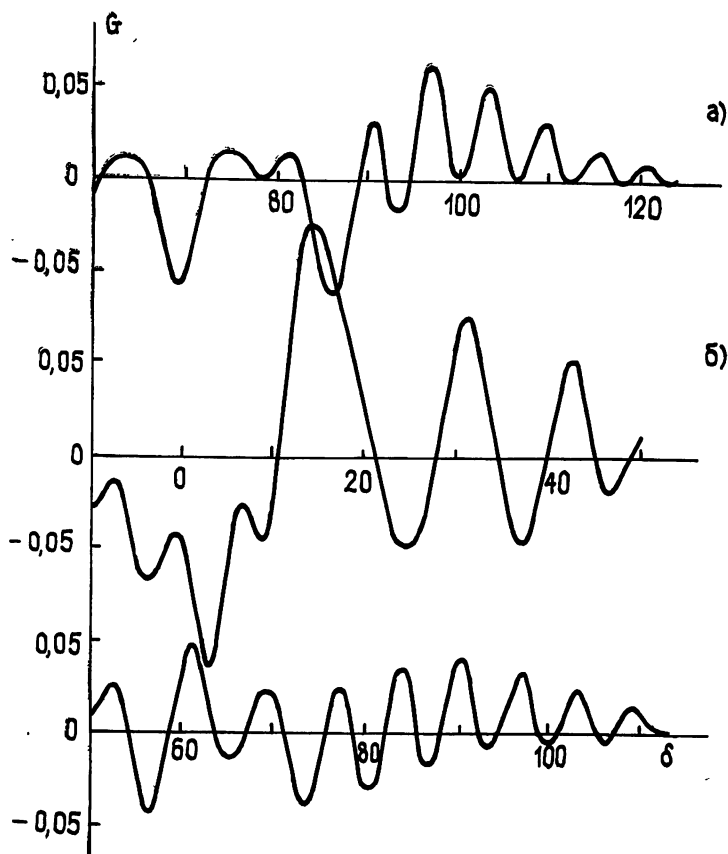


Рис. 2. Зависимости коэффициента усиления от начальной расстройки в режиме отражения: а — для магнитного поля с продольным градиентом,  $z_0 = 3L/2$ , б — для однородного магнитного поля;  $H_0 = 3$  Гс.

**3. Нелинейный режим усиления.** Переходя в уравнениях (2), (3) к отклонению от резонансной энергии  $\delta\gamma$ , нетрудно представить уравнения движения электрона в гамильтоновой форме [2, 5] с потенциалом

$$U(\theta) = -\frac{k_s a_s a_w}{2\gamma} (\cos \theta \pm \theta \sin \theta), \quad (10)$$

$$\sin \theta_r = \mp \frac{1}{2k_w} \frac{1}{a_s a_w} \frac{\Omega_H^2}{c^2} \frac{dh^2(z)}{dz},$$

где «+» соответствует режиму захвата, «-» — отражения;  $\theta_r$  определяется из  $(\gamma')_r = (\gamma_r)'$ . При  $\sin \theta_r > 1$  эффективная яма для электронов отсутствует, что отвечает линейной стадии усиления; переход к нелинейной стадии ( $\sin \theta_r < 1$ ) определяется величиной  $H_0$ .

Отметим, что сходными уравнениями описывается ряд процессов: работа синхронных двигателей [15], динамика частиц в линейных резонансных ускорителях [16], взаимодействие электронов с ленгмюровской волной в магнитном поле [17] и в неоднородной плазме [18].

**1. Режим захвата электронов.** КПД равен произведению изменения энергии захваченной частицы  $\eta_e = (\gamma_r(L) - \gamma_r(0)) / \gamma_r(0)$  на число зах-

ваченных частиц, определяемое площадью области захвата [2, 5],

$$S_c = 2 \left( \frac{a_s a_w k_s}{k_w} \right)^{1/2} J(\theta_r), \quad (11)$$

$$J(\theta_r) = \frac{1}{4\sqrt{2}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} [\cos \theta_r + \cos \theta - (\pi - \theta_r - \theta) \sin \theta_r]^{1/2} d\theta,$$

$J(\theta_r)$  монотонно убывает от единицы до нуля при изменении  $\theta_r$  от 0 до  $\pi/2$ . Для максимизации КПД необходимо, чтобы начальный захват был наибольшим и чтобы частицы не покидали область захвата. Проанализируем различные варианты синхронизованных ЛСЭ. В ЛСЭ с магнитным полем, имеющим продольный градиент,  $\sin \theta_r = \text{const}$  (при фиксированном  $a_s$ ), а следовательно,  $J(\theta_r)$  и  $S_c = \text{const}$ . Частицы не покидают область захвата и равномерно уменьшают свою энергию. В случае однородного магнитного поля  $\sin \theta_r$  с ростом  $z$  уменьшается, таким образом,  $J(\theta_r)$  возрастает и площадь области захвата также растет. В результате тенденция к потере захваченных частиц исключена. Однако уменьшение  $\sin \theta_r$  означает падение скорости потери энергии вдоль  $z$ , вследствие чего конечная часть ондулятора работает менее эффективно, чем начальная.

В ЛСЭ с переменным  $a_w$   $\sin \theta_r = \text{const}$ , но за счет уменьшения  $a_w$   $S_c$  также уменьшается, что является нежелательным. В ЛСЭ с переменным шагом уменьшается как  $J(\theta_r)$ , так и  $S_c$ , поэтому этот вариант еще менее эффективен. Избежать уменьшения  $S_c$  можно было бы путем поддержания постоянства отношения  $a_w(z)/k_w(z)$  [2], однако в этом случае трудно обеспечить постоянство  $\theta_r$  и  $J(\theta_r)$  — для этого необходимо увеличивать  $a_w/k_w$ . В ЛСЭ же с синхронизирующим магнитным полем требования оптимизации выполняются автоматически, что свидетельствует об определенной привлекательности этой схемы ЛСЭ.

2. *Режим однократного отражения от пондеромоторного потенциала.* Рассмотрим ситуацию, когда частица, начиная движение в точке  $(\delta\gamma)_i$ ,  $\theta_i$  при  $z=z_i$ , приходит в точку  $(\delta\gamma)_f$ ,  $\theta_f$  при  $z=z_f$ , пересекая резонансную точку  $\delta\gamma=0$ ,  $\theta_r$  при  $z=z_r$ . Эта ситуация как раз соответствует рассматриваемому режиму. Найдем происходящее при этом изменение энергии частицы. Из (3) имеем

$$\begin{aligned} (\delta\gamma)_f - (\delta\gamma)_i &= -\frac{k_s}{2\gamma} a_s a_w \left( \int_{z_i}^{z_r} \sin \theta dz + \int_{z_r}^{z_f} \sin \theta dz + \int_{z_i}^{z_f} \sin \theta_r dz \right) = \\ &= -\frac{k_s}{2\gamma} a_s a_w \left[ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\gamma}{k_w}} \left( \int_{\theta_i}^{\theta_r} \frac{\sin \theta d\theta}{\sqrt{H_0 - U(\theta)}} + \int_{\theta_f}^{\theta_r} \frac{\sin \theta d\theta}{\sqrt{H_0 - U(\theta)}} \right) + (z_f - z_i) \sin \theta_r \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Нетрудно показать, что последний член в квадратных скобках (12) равен  $\gamma_{ri} - \gamma_{rf}$ ; в результате (12) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \gamma_f - \gamma_i &= -\frac{k_s}{4\gamma} a_s a_w \sqrt{\frac{\gamma}{k_w}} \left( 2 \int_{-\infty}^{\theta_r} \frac{\sin \theta d\theta}{\sqrt{H_0 - U(\theta)}} - \right. \\ &= \left. \int_{-\infty}^{\theta_i} \frac{\sin \theta d\theta}{\sqrt{H_0 - U(\theta)}} - \int_{-\infty}^{\theta_f} \frac{\sin \theta d\theta}{\sqrt{H_0 - U(\theta)}} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Оценим вклад нерезонансных членов (два последних интеграла в (13)).

Учитывая, что вдали от  $\theta_r$ ,  $U(\theta) \approx (k_s/2\gamma) a_s a_w \theta \sin \theta_r$ , получаем

$$\int_{-\infty}^{\theta_2} \frac{\sin \theta d\theta}{\sqrt{H_\theta - U(\theta)}} = -\frac{\sqrt{\pi\omega_\theta}}{\sqrt{2}} (\sin \omega_\theta H_\theta + \cos \omega_\theta H_\theta), \quad (14)$$

где  $\omega_\theta = 2\pi/T$ ,  $T = (\pi k_s/\gamma) a_s a_w \sin \theta_r$ . Усредняя (14) по начальной «энергии» частицы  $H_\theta$ , что эквивалентно усреднению по начальной фазе  $\theta_0$ , получаем, что вклад нерезонансных членов будет равен нулю.

Вычислим теперь вклад резонансного члена

$$I(H_\theta) = \int_{-\infty}^{\theta_r} F(H_\theta, \theta) d\theta, \quad F(H_\theta, \theta) = \frac{\sin \theta}{\sqrt{H_\theta - U(\theta)}}. \quad (15)$$

Поскольку  $\theta_r(H_\theta + T) = \theta_r(H_\theta) + 2\pi$ , то  $F(H_\theta, \theta)$  и  $I(H_\theta)$  являются периодическими:  $F(H_\theta + T, \theta + 2\pi) = F(H_\theta, \theta)$ ,  $I(H_\theta + T) = I(H_\theta)$ . Разлагая тогда функцию  $I(H_\theta)$  в ряд Фурье  $I(H_\theta) = a_0 + \sum_n (a_n \cos n\omega_\theta H_\theta + b_n \sin n\omega_\theta H_\theta)$  и усредняя затем по начальной «энергии»  $H_\theta$ , получаем, что  $\langle I(H_\theta) \rangle = a_0$ . Вычисляя  $a_0$  (см. Приложение 2), имеем

$$\langle I(H_\theta) \rangle = \frac{2\gamma}{\pi k_s a_s a_w} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{H_m - U(\theta)} d\theta, \quad (16)$$

$\theta_1$  и  $\theta_2$  определены в [2, 5]. Нетрудно усмотреть, что подынтегральное выражение есть не что иное, как  $(\delta\gamma)_m$  в [3, 5]. Следовательно, кпд можно представить в виде

$$\eta_e = \frac{\gamma_i - \gamma_f}{\gamma_i} = \frac{4}{\pi\gamma} \sqrt{\frac{k_s}{k_w}} \sqrt{a_s a_w} J(\theta_r) = \frac{1}{2\pi\gamma} S_c, \quad (17)$$

где  $J(\theta_r)$  дается формулой (11). Отметим, что формула (17) не содержит зависимости от начального разброса по импульсам.

Рассмотрим, какая из схем синхронизованных ЛСЭ наиболее оптимальна в режиме отражения. В данном случае условия оптимизации противоположны режиму захвата. Очевидно, необходимо, чтобы электроны не попадали на замкнутые траектории в области захвата, в противном случае частицы будут ускоряться. Поэтому, во-первых, в начальный момент должна существовать отстройка от резонансных условий, величина которой определяется шириной области захвата. Во-вторых, фазовая площадь области захвата при подходе к резонансной точке должна по крайней мере не возрастать, чтобы исключить тенденцию к захвату электронов в процессе взаимодействия. Этим требованиям в полной мере отвечает ЛСЭ с синхронизирующим магнитным полем. В случае магнитного поля с продольным градиентом фазовая площадь области захвата неизменна. Для однородного магнитного поля, поскольку  $\sin \theta_r$  линейно возрастает с ростом  $z$ ,  $J(\theta_r)$  (11) падает и фазовая площадь области захвата уменьшается. Это приводит, однако, к незначительному уменьшению кпд для частиц, проходящих через резонансное условие в конце ондулятора.

В ЛСЭ с переменными параметрами условия оптимизации требуют увеличения  $a_w$  вдоль  $z$ . Как следствие, согласно (11), растет  $S_c$ . Поддержание же постоянства  $a_w/k_w$  приводит к изменению  $\sin \theta_r$  и некоторому увеличению  $J(\theta_r)$ , а следовательно,  $S_c$ . Увеличение  $S_c$ , с одной стороны, приводит к повышению кпд (см. (17)), а с другой стороны, увеличивает вероятность захвата частиц в процессе взаимодействия и последующего ускорения, т.е. приводит к снижению кпд. Таким образом, оптимизация работы ЛСЭ с переменными параметрами требует тщательного моделирования и подбора параметров,

4. Решение самосогласованной задачи о генерации. Проведенное выше рассмотрение основывалось фактически на приближении заданного поля. Однако для корректного рассмотрения процесса усиления необходимо учитывать увеличение амплитуды волны сигнала в процессе взаимодействия. Для этого необходимо совместное решение уравнений движения и волнового уравнения. Считая, что пространственные изменения амплитуды  $A_s$  и фазы  $\Phi$  сигнальной волны происходят на масштабе, много большем длины волны  $\lambda_s$ , можно пренебречь вторыми производными в волновом уравнении. В результате получим самосогласованную систему уравнений, записанную для удобства численных расчетов в безразмерном виде

$$da_{sn}/d\xi = i \langle \sin(\theta + \Phi) \rangle, \quad a_{sn} d\Phi/d\xi = i \langle \cos(\theta + \Phi) \rangle, \quad (18)$$

$$d^2\theta/d\xi^2 = \pm [h(\xi) - a_{sn} \sin(\theta + \Phi)],$$

где угловые скобки, как и выше, означают усреднение по начальным условиям,  $a_{sn} = 4\pi^2 (L^2/\lambda_s \lambda_w) a_s a_w / \gamma_0^2$ ,  $i = 4\pi^2 (L^3/\lambda_w) (I/SI_A) a_w^2 / \gamma_0^3$ ,  $\xi = z/L$ , плюс соответствует режиму захвата, минус — отражения,  $f = 2\pi (\Omega_H L/c)^2 (z_0/\lambda_s) \gamma_0^{-2}$ , а  $h = 0,5$  для магнитного поля с продольным градиентом, и для однородного магнитного поля  $h = (1 - L\xi/z_0)$  — режим захвата,  $h = \xi$  — режим отражения.

Условие пренебрежения кулоновским отталкиванием [6] сводится к ограничению на безразмерный ток пучка  $i \ll \pi (L/\lambda_w) a_{sn} a_w^2 / (1 + a_w^2/2)$ . При используемых значениях параметров в режиме слабого сигнала,  $a_{sn} = 1$  (это соответствует  $P \approx 10^5$  Вт/см<sup>2</sup>), плотность тока должна быть  $\ll 1$  кА/см<sup>2</sup>.

Так же как и в режиме слабого сигнала, будем решать систему (18) для различных значений начальной расстройки  $\delta$ . При фиксированном  $\lambda_s$  это моделирует пучок электронов с разбросом по углам и энергиям.

1. Режим захвата. На рис. 3 приведена эволюция усиления  $G = [a_{sn}^2(L) - a_{sn}^2(0)]/a_{sn}^2(0)$  для различных значений расстройки и однородного магнитного поля. Для наглядности область  $G < 0$  не изображена. При  $a_{sn} = 1$  образуется серия полос с  $G > 0$ , повторяющая картину, рассмотренную в разд. 2. С увеличением  $a_{sn}$  полосы начинают расширяться, сливаясь друг с другом в диапазоне расстроек, отвечающем положению области захвата в нелинейном режиме. При переходе к нелинейному механизму усиления (см. п. 3.1) для  $a_{sn} = 250$   $\sin \theta_r \ll 1$  в диапазоне  $-25 \leq \delta \leq 10$  наблюдается сплошная широкая полоса  $G > 0$ , которая расширяется с ростом  $a_{sn}$ . Это означает, что электроны с  $-25 \leq \delta \leq 10$  могут быть захвачены на замкнутые траектории на фазовой плоскости и устойчиво передавать энергию волне. В пересчете на разброс это соответствует  $(\Delta\gamma/\gamma)_0 = 2,5\%$ . Все пики, расположенные вне указанного диапазона расстроек, при  $\sin \theta_r = 1$  исчезают, т.е. для них нелинейный механизм усиления не работает, и наступает насыщение, аналогичное насыщению в обычном ЛСЭ. Итак, для получения устойчивого усиления на линейной и нелинейной стадиях необходимо, чтобы резонансная энергия сравнивалась с энергией электронов на небольшом интервале  $\Delta z$  вблизи начала ондулятора.



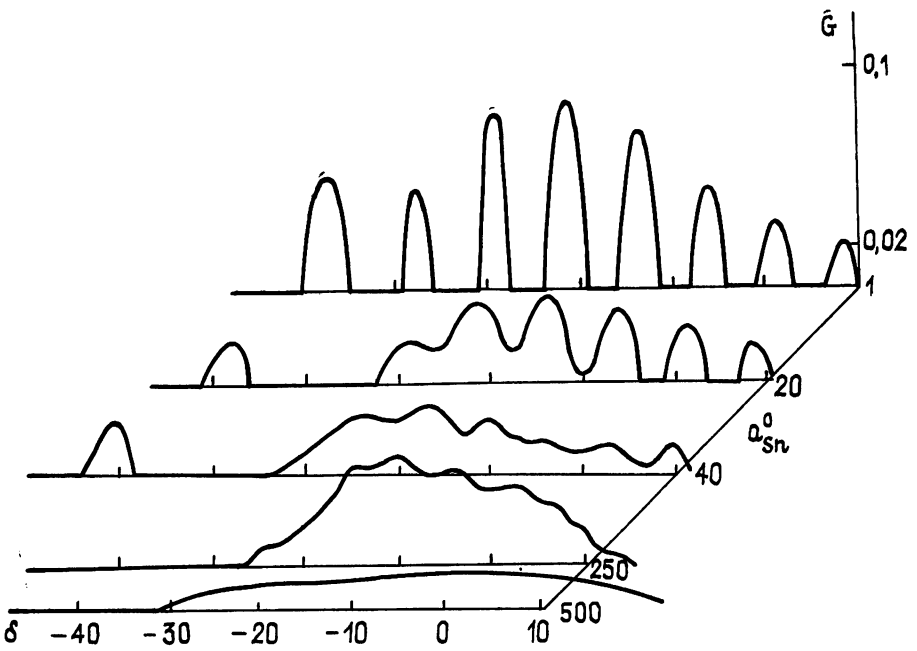


Рис. 3. Эволюция усиления в зависимости от начальной расстройки в режиме захвата,  $H_0=3$  Гс,  $z_0=L$ .

**2. Режим отражения.** На рис. 4 приведены зависимости усиления от начальной расстройки при различных значениях амплитуды волны сигнала. При малых  $a_{sn}$  (режим слабого сигнала) кривая усиления аналогична кривой на рис. 2б, с той лишь разницей, что значения в максимуме пиков оказываются больше. С ростом  $a_{sn}$  вплоть до момента, когда появляется резонансная фаза ( $\sin \theta_r=1$ ), кривая усиления меняется мало, положение пиков не изменяется. С момента образования области захвата,  $a_{sn}=250$ , вид кривой существенно трансформируется: пики начинают сливаться, а интервалы  $G<0$  исчезают. Наконец, при больших  $a_{sn}$  формируется широкая область, в которой усиление положительно и не зависит от  $\delta$ . Это эквивалентно отсутствию зависимости усиления от начальных разбросов в электронном пучке. На нелинейной стадии усиления увеличение  $a_{sn}$  приводит к сдвигу полосы усиления вправо, в сторону больших расстроек, что объясняется расширением области захвата.

Для случая магнитного поля с продольным градиентом общая картина остается той же, но из рассмотрения кинетики взаимодействия следует, что КПД с ростом  $z_r$  не падает, а несколько увеличивается. Это увеличение связано, с одной стороны, с уменьшением доли электронов, попадающих в обращенный режим захвата, а с другой стороны, с постоянством фазовой площади области захвата, определяющей величину КПД (см. (17)).

1) В режиме слабого сигнала коэффициент усиления в ЛСЭ с синхронизирующим магнитным полем, как и в ЛСЭ с переменными параметрами, практически не зависит от разбросов по импульсам в пучке электронов в диапазоне разбросов, значительно превышающем допустимый разброс в обычном ЛСЭ, хотя абсолютное значение  $G$  в синхронизованных ЛСЭ существенно меньше, чем в обычном ЛСЭ для монохроматического пучка. Поэтому получение генерации непосредственно в синхронизованном ЛСЭ возможно только за счет увеличения плотности тока электронного пучка.

2) В нелинейном режиме работа ЛСЭ с синхронизирующим магнит-

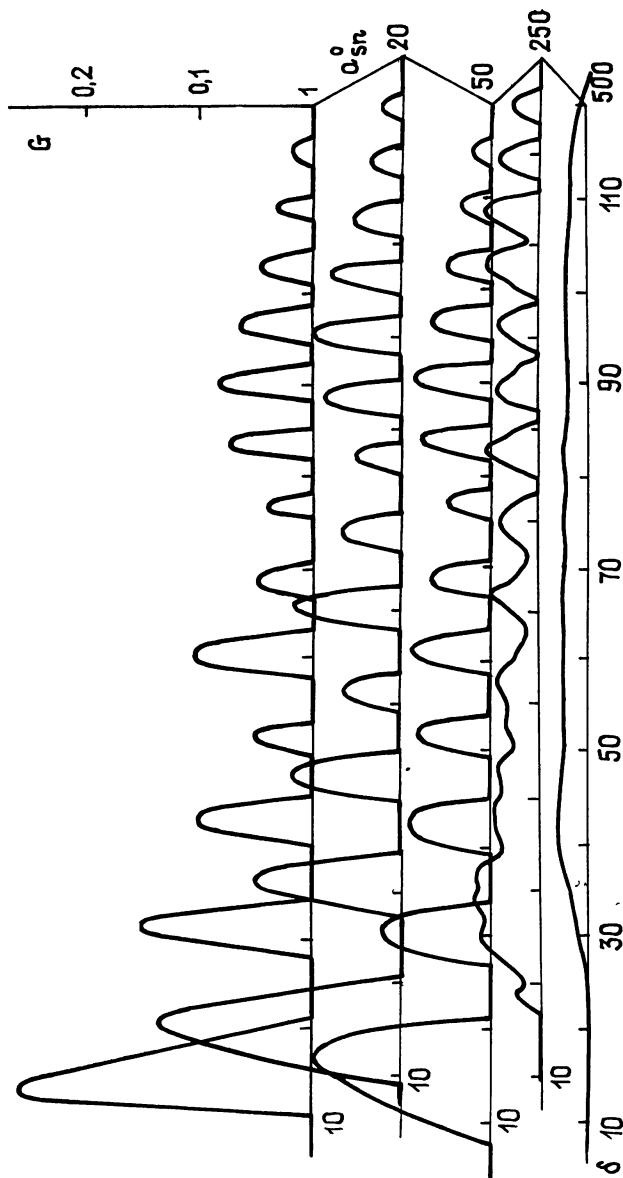


Рис 4. Эволюция усиления в зависимости от начальной расстройки в режиме отражения,  $H_0=3$  Гс,  $z_0 = L$ .

ным полем имеет ряд привлекательных характеристик, связанных с автоматической оптимизацией эффективности взаимодействия (что не всегда может быть достигнуто в ЛСЭ с переменными параметрами).

3) Режим отражения представляется нам перспективным при использовании сильноточных, но «горячих» пучков. Однако в связи с проблемой получения генерации либо необходимо использовать внешнюю волну от обычного лазера или несинхронизованного ЛСЭ, но с другим электронным пучком, либо добиваться генерации непосредственно в ЛСЭ с магнитным полем путем повышения плотности тока электронов.

### ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Во втором приближении имеем  $\Gamma^{(2)'} = -k_s a_s a_w \theta^{(1)} \cos \theta^{(0)}$ . Подставляя сюда  $\theta^{(1)}$  из (2), получаем

$$\Gamma^{(2)} = -\frac{k_s^2 a_s^2 a_w^2}{4\Gamma_0} \left( \int_0^L \cos \theta^{(0)}(z) dz \right)^2 + \quad (\text{П.1.1})$$

$$+ \frac{k_w k_s^2 a_s^2 a_w^2}{\Gamma_0^2} \int_0^L \cos \theta^{(0)}(z) dz \int_0^z \Gamma_r(z') dz' \int_0^{z'} \sin \theta^{(0)}(z'') dz'',$$

где  $\theta^{(0)}(z)$  определяется (5). Усредняя первое слагаемое выражения (П.1.1) по  $\theta_0$ , находим, что оно равно  $-\langle \gamma^{(1)2} \rangle$  (8). Рассмотрим отдельно второе слагаемое (П.1.1). В последних двух интегралах этого слагаемого поменяем порядок интегрирования и заметим, что

$$\int_{z'}^z \Gamma_r(z') dz' = \int_0^z \Gamma_r(z') dz' - \int_0^{z'} \Gamma_r(z') dz'. \quad (\text{П.1.2})$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{\partial I(z)}{\partial \Gamma_0} = 2 \frac{k_w}{\Gamma_0^3} \int_0^z \Gamma_r(z') dz', \quad (\text{П.1.3})$$

получаем

$$\int_{z''}^z \Gamma_r(z') dz' = \frac{\Gamma_0^3}{2k_w} \frac{\partial}{\partial \Gamma_0} [I(z) - I(z'')]. \quad (\text{П.1.4})$$

Тогда, подставляя (П.1.4) в (П.1.1), имеем

$$\Gamma^{(2)} = -\gamma^{(1)2} + \frac{k_s^2 a_s^2 a_w^2}{2\Gamma_0} \int_0^L \cos \theta^{(0)}(z) dz \int_0^z \sin \theta^{(0)}(z') \frac{\partial}{\partial \Gamma_0} (I(z) - I(z')) dz'. \quad (\text{П.1.5})$$

Усреднив (П.1.5) по  $\theta_0$ , получим

$$\langle \Gamma^{(2)} \rangle = -\langle \gamma^{(1)2} \rangle + \frac{k_s a_s^2 a_w^2}{8\Gamma_0} \int_0^L \int_0^L \frac{\partial}{\partial \Gamma_0} \cos(I(z) - I(z')) dz dz'. \quad (\text{П.1.6})$$

Откуда сразу же следует формула (7).

### ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Запишем нулевой коэффициент разложения в ряд Фурье:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \int_{-\infty}^{\theta_r} \frac{\sin \theta d\theta}{\sqrt{H_\theta - U(\theta)}}. \quad (\text{П.2.1})$$

Учитывая периодичность  $F(H_0, \theta)$ , поменяем порядок интегрирования и разобьем область интегрирования на две:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta \int_{U(\theta)}^{\infty} \frac{dH_0}{\sqrt{H_0 - U(\theta)}} - \quad (П.2.2)$$

$$- \frac{1}{T} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta \int_{U(\theta)}^{H_m} \frac{dH_0}{\sqrt{H_0 - U(\theta)}}.$$

Первый интеграл легко берется аналитически, и он равен нулю. Принимая во внимание, что  $H_m = U(\theta_1) = U(\theta_2)$ , для второго интеграла имеем

$$a_0 = \frac{2}{T} \sin \theta_r \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{H_m - U(\theta)} d\theta. \quad (П.2.3)$$

Отсюда следует выражение (16).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Sprangle P., Tang C. M., Manheimer W. M. // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 43. P. 1932.
- 2 Kroll N. M., Morton P. L., Rosenbluth M. N. // IEEE J. Quant. Electr. 1981. V. QE-17. P. 1436.
- 3 Кролл Н., Мортон П., Розенблют М. // Сб. Генераторы когерентного излучения на свободных электронах.— М.: Мир, 1983. С. 69.
- 4 Smith T. I., Madey J. M. J., Elias L. R., Deacon D. A. G. // J. Appl. Phys. 1979. V. 50. P. 4580.
- 5 Базылев В. А., Тулупов А. В. // ЖТФ. 1987. Т. 57. С. 2222.
- 6 Базылев В. А., Тулупов А. В. // Квантовая электроника. 1988. Т. 15. С. 101.
- 7 Базылев В. А., Головизнин В. В. // Физика плазмы. 1986. Т. 12. С. 178.
- 8 Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И. // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. С. 930.
- 9 Grau S. A. // IEEE J. Quant. Electr. 1980. V. QE-16. P. 335.
- 10 Shih C. C., Saroni M. Z. // Phys. Rev. A. 1986. V. 26. P. 438.
- 11 Базылев В. А., Тулупов А. В. // Физика плазмы. 1988. Т. 14. С. 859.
- 12 Коломенский А. А., Лебедев А. Н. // Квантовая электроника. 1978. Т. 5. С. 1543.
- 13 Madey J. M. J. // Nuovo Cimento B. 1979. V. 50. P. 64.
- 14 Джексон Дж. Классическая электродинамика.— М.: Мир, 1965. С. 527.
- 15 Стокер Д. Нелинейные колебания в механических и электрических системах.— М.: ИЛ, 1953.—254 с.
- 16 Лихтенберг А. Динамика частиц в фазовом пространстве.— М.: Атомиздат, 1972.—324 с.
- 17 Заславский Г. М., Мальков М. А., Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д. // Физика плазмы. 1986. Т. 12. С. 788.
- 18 Истомин Я. Н., Карпман В. И., Шкляр Д. Р. // ЖЭТФ. 1975. Т. 69. С. 909.

Поступила в редакцию  
14 января 1988 г.

#### GENERATION OF RADIATION IN THE FEL WITH THE SYNCHRONIZED MAGNETIC FIELD

V. A. Bazylev, A. V. Tulupov

The process of wave amplification in the FEL with the synchronized magnetic field is investigated by analytical and numerical methods. Two possible amplification regimes: capture of the electrons by ponderomotive wave and reflection of particles from ponderomotive potential (phase displacement) is considered. The low signal gain expression is obtained. Nonlinear amplification is investigated and it is shown that this mechanism has the threshold. The other synchronizing schemes in a FEL are analyzed and possible advantages of synchronized magnetic field scheme is demonstrated. Self-consistent amplification equations are solved numerically. Electron-wave interaction kinetic is considered. Different ways of the experimental realization of the magnetic field scheme and the possibility of using electron beam with spread are considered.