

УДК 538.574.6

## ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ЦИЛИНДРЕ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ СО СЛОЕМ ДИЭЛЕКТРИКА

*Е. Н. Васильев, З. В. Седельникова, А. Р. Серегина*

Методом интегральных уравнений решается задача дифракции плоской электромагнитной волны на идеально проводящем цилиндре конечной длины, покрытом слоем диэлектрика. Поля разлагаются в ряды Фурье по азимутальной координате. Исследуются эквивалентные поверхностные токи и диаграммы рассеяния для нескольких азимутальных гармоник при разных углах падения. Дается физическая интерпретация полученных результатов.

В ряде технических задач возникает необходимость рассмотрения дифракции плоской электромагнитной волны на телах вращения произвольной формы, покрытых слоем диэлектрика или плазмы. Для решения этого круга задач в резонансном диапазоне волн может быть использован метод интегральных уравнений.

Этим методом в [1] рассмотрено осесимметричное возбуждение тела со слоем, а в [2] — осевое падение плоской волны. Здесь обсуждаются результаты исследования наклонного падения плоской волны на тело со слоем, когда само явление дифракции и, следовательно, его анализ становятся существенно сложнее.

**Интегральные уравнения и их численное решение.** Система интегральных уравнений для тела произвольной формы со слоем в инвариантном векторном виде записана в [1]. Неизвестными функциями в ней являются эквивалентные электрические и магнитные токи на границе воздух — диэлектрик и электрический ток на идеально проводящей поверхности. Система содержит поверхностные (двумерные) интегралы, и ее численное решение затруднительно ввиду больших затрат машинного времени. Если ограничиться телами вращения, можно сделать алгоритмы существенно более эффективными.

Для этого вводится координатная система вращения  $u, v, \varphi$ , поверхности  $u = \text{const}$  совпадают с поверхностями раздела. Далее поля, токи и функция Грина в системе интегральных уравнений разлагаются в ряды Фурье по азимутальной координате  $\varphi$ . Использование ортогональности тригонометрических функций позволяет записать систему интегральных уравнений относительно азимутальных гармоник плотностей токов. Последняя содержит только одномерные интегралы, что позволяет заметно повысить эффективность численного решения.

Система интегральных уравнений для тел вращения в соответствии с [2,3] имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{J}_{1m}^a(v_1) + \int_{v_1} P_m(v_1, v_1') \bar{J}_{1m}^a(v_1') dv_1' + \\ + \int_{v_2} L_m^{12}(v_1, v_2') \bar{J}_{2m}^a(v_2') dv_2' = 2\bar{J}_{1m}^{a,n}(v_1); \end{aligned} \quad (1)$$

$$\bar{J}_{2m}^a(v_2) + \int_{v_1} L_m^{21}(v_2, v_1') \bar{J}_{1m}^a(v_1') dv_1' + \quad (2)$$

$$+ \int_{v_2} \Pi_m(v_2, v_2') \bar{J}_{2m}(v_2') dv_2' = \bar{J}_{2m}^n(v_2).$$

Здесь  $\bar{J}_{1m}^a(v_1)$  — азимутальная гармоника плотности электрического тока на идеально проводящей поверхности  $\Sigma_1$  (рис. 1а), имеющая две составляющие  $J_{1mv}^a$  и  $J_{1m\varphi}^a$ ;  $\bar{J}_{2m}(v_2)$  — азимутальная гармоника плотности эквивалентного тока на поверхности  $\Sigma_2$  с четырьмя составляющими:  $J_{2mv}^a$ ,  $J_{2m\varphi}^a$ ,  $J_{2mv}^M/Z_0$ ,  $J_{2m\varphi}^M/Z_0$ ,  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ ;  $J_{1m}^{a,n}(v_1)$  — азимутальная гармоника плотности электрического тока на поверхности  $\Sigma_1$ , соответствующая первичному магнитному полю;  $\bar{J}_{2m}^n$  — азимутальная гармоника плотности эквивалентного тока на  $\Sigma_2$ , определяемого также первичным полем с компонентами  $J_{2mv}^{a,n}$ ,  $J_{2m\varphi}^{a,n}$ ,  $J_{2mv}^{M,n}/Z_0$ ,  $J_{2m\varphi}^{M,n}/Z_0$ ;  $m$  — номер азимутальной гармоники.

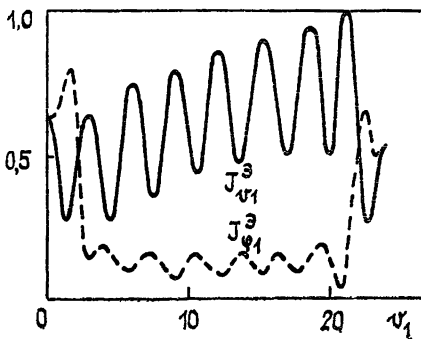
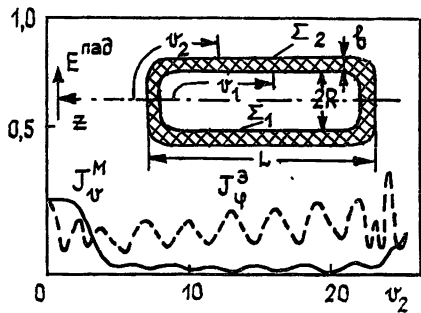
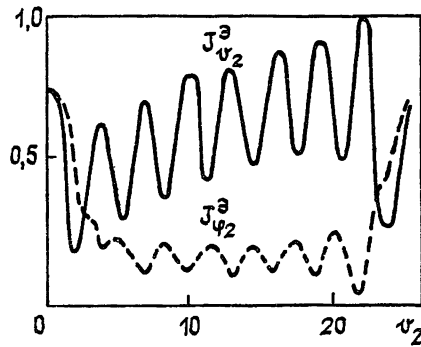
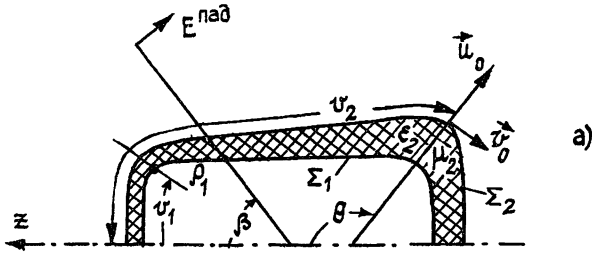


Рис. 1.

Таким образом, система векторных уравнений (1), (2) эквивалентна системе шести скалярных интегральных уравнений с шестью неизвестными функциями  $J_{1m\nu}^{\circ}$ ,  $J_{1m\varphi}^{\circ}$ ,  $J_{2m\nu}^{\circ}$ ,  $J_{2m\varphi}^{\circ}$ ,  $J^M$ ,  $J_{2m\varphi}^M$ . Матричное ядро этой системы имеет следующую структуру:

$$\begin{bmatrix} P_m & L_m^{12} \\ L_m^{21} & \Pi_m \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Здесь  $P_m$  — матричное ядро, соответствующее задаче возбуждения идеально проводящего тела [4],  $\Pi_m$  — матричное ядро задачи возбуждения диэлектрического тела [3]. Ядра  $L_m^{12}$  и  $L_m^{21}$  учитывают взаимодействие токов и полей на идеально проводящей поверхности и на поверхности диэлектрика. Система интегральных уравнений (1), (2) с помощью метода Крылова и Боголюбова [5] может быть сведена к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Для этого интервал интегрирования делится на  $N$  малых интервалов. Неизвестными в СЛАУ являются значения электрических и магнитных токов в средних точках малых интервалов. Порядок СЛАУ в шесть раз превышает число  $N$ , поскольку отыскивается шесть функций  $J_{1\nu}^{\circ}$ ,  $J_{1\varphi}^{\circ}$ ,  $J_{2\nu}^{\circ}$ ,  $J_{2\varphi}^{\circ}$ ,  $J_{2\nu}^M$ ,  $J_{2\varphi}^M$ . Разработанные алгоритм и программы позволяют решать задачи возбуждения и дифракции применительно к телам вращения произвольной формы, причем толщина покрытия может быть функцией координаты  $u$ , но не  $\varphi$ .

В данной работе этот алгоритм использован для исследования дифракции на цилиндре конечной длины со слоем. При наклонном падении плоской волны приходится рассматривать несколько азимутальных гармоник. Число их определяется известным правилом  $|m| < (1,5 \div 2) kR_{\max}$ , где  $R_{\max}$  — максимальный радиус тела,  $k$  — волновое число.

**Распределение плотностей эквивалентных токов.** Результаты расчетов рассматриваются на примере цилиндра длиной  $k_0L = 21,5$ , радиуса  $k_0R = 1,47$  с толщиной покрытия  $k_0b = 0,4$  и диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 2,5$  (рис. 1а). Решение уравнений (1), (2) дает распределение составляющих эквивалентных токов на диэлектрической поверхности  $J_{2\nu}^{\circ}$ ,  $J_{2\varphi}^{\circ}$ ,  $J_{2\nu}^M$ ,  $J_{2\varphi}^M$  и на поверхности металла  $J_{1\nu}^{\circ}$  и  $J_{1\varphi}^{\circ}$  в дискретных точках.

Обсуждение начнем с наиболее простого случая — осевого падения плоской электромагнитной волны (рис. 1б), когда на теле вращения возбуждается единственная азимутальная гармоника полей и токов  $m = 1$ . Распределение токов на регулярной части цилиндра, как и в случае диэлектрического стержня, представляет собой сумму трех волн: двух поверхностных — падающей и отраженной, а также пространственной волны. Под последней понимается волна, которая существовала бы на цилиндре бесконечной длины со слоем диэлектрика. Быстрые колебания амплитуды эквивалентных токов (рис. 1б) обусловлены интерференцией встречных поверхностных волн. Это подтверждается близостью фазовой скорости, вычисленной из кривых на рис. 1б, и фазовой скорости, полученной из решения дисперсионного уравнения для бесконечного цилиндра со слоем. Кроме того, соотношение амплитуд различных составляющих эквивалентных токов почти такое же, как в поверхностной волне (табл. 1).

Наряду с быстрыми колебаниями плотности токов имеются медленные изменения амплитуды тока, которые особенно заметны на составляющих  $J_{2\nu}^{\circ}$  и  $J_{2\varphi}^M$ . Как показано в [2], эти колебания обусловлены интерференцией пространственной и попутной поверхностной волн.

Распределение электрических токов  $J_{1\nu}^{\circ}$  и  $J_{1\varphi}^{\circ}$  на металлической поверхности тела при выбранной толщине слоя мало отличается от распределения соответствующих токов на диэлектрической поверхности. Поэтому в дальнейшем токи на металле не обсуждаются.

Перейдем к случаю наклонного падения плоской волны, когда падающее и рассеянное поля описываются спектром азимутальных гармоник. Здесь также проявляются различия между двумя возможными поляризациями падающей волны, т. е. между  $E$ - и  $H$ -волнами. При рассматриваемом диаметре цилиндра основной вклад в рассеянное поле дают нулевая и первая гармоники токов. Относительный вклад каждой гармоники для  $E$ - и  $H$ -поляризаций характеризует табл. 2.

Таблица 1

	$\epsilon=2,5$		$\epsilon=3$		$\epsilon=4$		$\epsilon=5$	
	беск. цилиндр	конечн. цилиндр	беск. цилиндр	конечн. цилиндр	беск. цилиндр	конечн. цилиндр	беск. цилиндр	конечн. цилиндр
$J_{1v}^0$	1	1	1	1	1	1	1	1
$J_{1\varphi}^0$	0,17	0,18	0,19	0,215	0,21	0,24	0,22	0,25
$J_{2v}^0$	0,71	0,69	0,68	0,685	0,62	0,605	0,56	0,56
$J_{2\varphi}^0$	0,16	0,16	0,17	0,175	0,17	0,18	0,16	0,18
$J_{2v}^m$	0,024	0,021	0,006	0,002	0,016	0,02	0,03	0,05
$J_{2\varphi}^m$	0,18	0,16	0,2	0,2	0,23	0,21	0,24	0,23

Таблица 2

$\beta$ , град		10	20	30	40	50	60	70	80	90
$E$ -поляризация	$m=1$	1,77	1,1	1,05	1,08	0,87	0,98	0,85	0,8	0,86
	$m=0$	1,3	1,7	1,4	1,3	1,16	0,99	0,88	0,875	0,73
$H$ -поляризация	$m=1$	1,95	1,4	0,97	1,05	0,85	0,82	0,66	0,67	0,63
	$m=0$	0,23	0,42	0,56	0,63	0,66	0,645	0,62	0,6	0,6

Распределения амплитуд плотностей эквивалентных токов для разных углов падения даны на рис. 2, а фаз—на рис. 3. На этих рисунках приводятся кривые, относящиеся к границе воздух—диэлектрик, причем рисунки а) соответствуют  $E$ -поляризации для  $m=1$ , рисунки б) —  $H$ -поляризации также для  $m=1$ , а рисунки в) — случаю  $m=0$  для обеих поляризаций.

При небольших углах падения  $\beta=10, 30^\circ$  кривые, соответствующие первой гармонике токов, не сильно отличаются по характеру от рассмотренного выше случая осевого падения. Распределение фазы имеет вид, характерный для бегущей волны с некоторыми осцилляциями, обусловленными поверхностной волной, генерируемой на правом торце цилиндра.

Распределения токов нулевой азимутальной гармоники для  $E$ - и  $H$ -волн заметно отличаются друг от друга не только по амплитуде (табл. 2), но и по характеру. Для  $E$ -поляризации выполняются условия распространения поверхностной волны. Поэтому здесь все происходит примерно так же, как для первой азимутальной гармоники. В случае  $H$ -поляризации при рассматриваемых размерах тела поверхностная волна не существует, что и проявляется на кривых плотности тока.

Распределения плотностей токов при угле падения  $50^\circ$  отличаются

от случая осевого падения плоской волны. Период медленных осцилляций заметно уменьшается. Это обусловлено тем, что фазовая скорость пространственной волны увеличивается за счет наклонного падения, а соответствующее этой скорости волновое число уменьшается:

$$v_{\phi} = c/\cos\beta, \quad k_{\parallel} = k_0 \cos\beta.$$

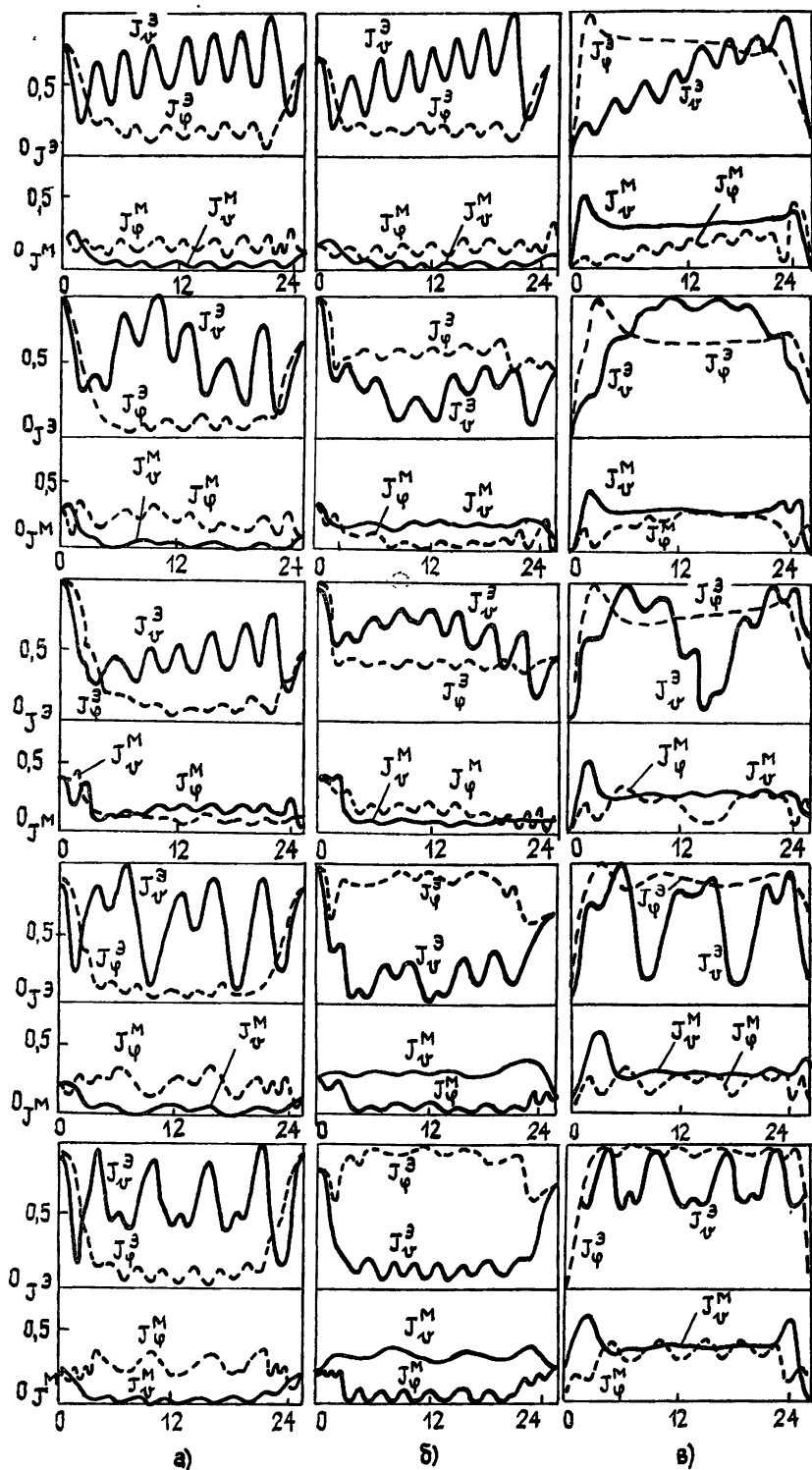


Рис. 2.

Пространственная частота медленных осцилляций определяется разностью  $k_H$  и  $k_{\Pi}$  ( $k_{\Pi}$  — волновое число для поверхностной волны). С увеличением угла падения  $\beta$  уменьшается волновое число  $k_H$ , а следовательно, увеличивается разность  $k_H$  и  $k_{\Pi}$ .

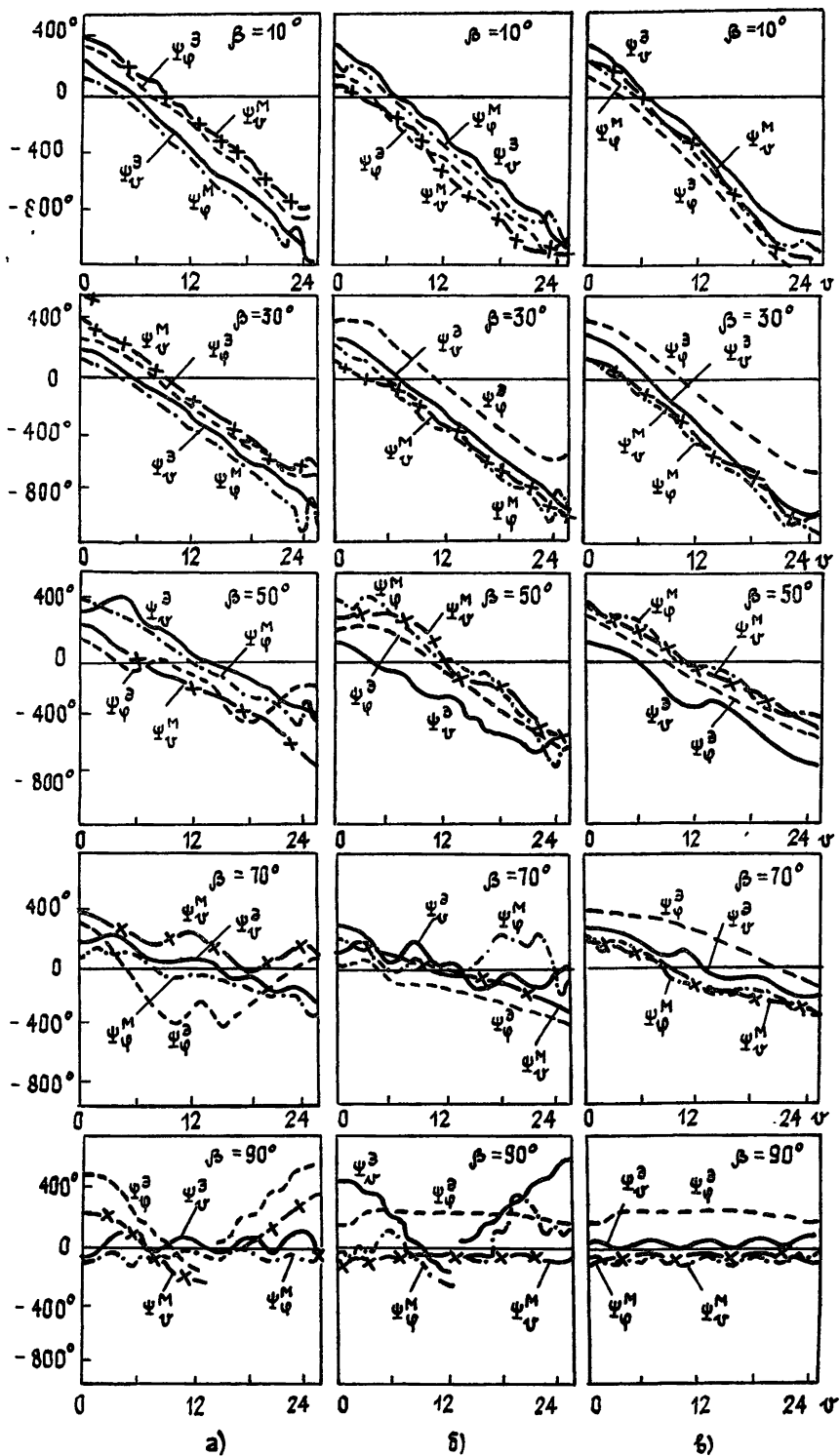


Рис. 3.

В еще большей мере указанная тенденция проявляется при угле падения  $70^\circ$ . Распределения плотностей токов становятся достаточно

сложными за счет того, что пространственные частоты быстрых и медленных биений становятся близкими. Одновременно усложняется и распределение фазы (рис. 3). Появляются участки с наклоном, соответствующим движению волны в направлении, противоположном направлению падающей волны. Это область, где амплитуда встречной поверхностной волны больше амплитуды пространственной и попутной ей поверхностной волн. При нормальном к оси вращения падении плоской волны обращает на себя внимание различие в периодах колебаний токов  $J_{2\nu}^a$ ,  $J_{2\varphi}^a$  и токов  $J_{2\varphi}^a$ ,  $J_{2\nu}^a$  для  $E$ -волны ( $m=1$ ). Это обусловлено тем, что распределение  $J_{2\varphi}^a$  и  $J_{2\nu}^a$  формируется двумя встречными поверхностными волнами. Поэтому период осцилляций этих токов составляет половину длины волны. Два других тока, кроме вклада поверхностных волн, содержат еще не зависящее от  $z$  поле пространственной волны, т. е. волны, существующей на цилиндре бесконечной длины со слоем. Для  $H$ -поляризации падающей волны картина при  $m=1$  аналогичная, но теперь  $J_{2\nu}^a$  и  $J_{2\varphi}^a$  имеют осцилляции с периодом в половину длины поверхностной волны, а токи  $J_{2\varphi}^a$  и  $J_{2\nu}^a$  — с вдвое большим периодом. Закономерности формирования поля  $E$ -волны с нулевой вариацией по  $\varphi$  те же, что и для  $m=1$ . Здесь также генерируются две встречных поверхностных волны с составляющими эквивалентных токов  $J_{2\nu}^a$  и  $J_{2\varphi}^a$ .

В случае нулевой гармоник и  $H$ -поляризации распределения токов носят иной характер. Для этой поляризации при рассматриваемых размерах цилиндра, как уже говорилось выше, поверхностная волна существовать не может. Поэтому поле определяется в основном пространственной волной, амплитуда и фаза которой почти постоянна, если не принимать во внимание области вблизи торцов.

**Диаграммы рассеяния.** Рассмотренные выше распределения плотностей эквивалентных токов дают возможность вычислить диаграммы рассеяния по известным формулам, вытекающим из принципа эквивалентности. Результаты вычисления характеристик рассеяния даны на рис. 4 для отдельных азимутальных гармоник. Все приведенные диаграммы рассеяния нормированы к единице. Коэффициенты нормировки, определяющие вклад каждой отдельной гармоники, даны в табл. 3.

Таблица 3

$\beta$ , град		10	20	30	40	50	60	70	80	90	
E-поляризация	$m=0$	$E_\theta$	10,4	17,8	17,8	12,5	16,3	12,7	13,1	11,9	11,7
	$m=1$	$E_\theta$	14,1	8,4	3,3	5	6,5	8,7	9,5	10,1	10,6
		$E_\varphi$	14,1	8,7	4,8	4	32	4,2	3,7	2,9	3,8
	$m=2$	$E_\theta$		0,87		0,8		1,3		2,4	2,6
		$E_\varphi$		1,3		2,3		1,9		1,0	0,7
	$m=3$	$E_\theta$		0,03		0,06		0,06		0,25	0,3
$E_\varphi$			0,02		0,15		0,26		0,16	0,07	
H-поляризация	$m=0$	$E_\varphi$	1,25	2,7	4,4	6,2	7,8	9,1	10	10,7	10,9
	$m=1$	$E_\theta$	15,5	13,2	7,7	4,2	3,6	2,6	2,6	2,4	1,5
		$E_\varphi$	15,5	13,3	9,9	8,5	7,5	6,4	5,5	5	4,7
	$m=2$	$E_\theta$		1,06		2,5		2,1		1,2	0,9
		$E_\varphi$		1,5		4,2		6,8		7,9	8,0
	$m=3$	$E_\theta$		0,02		0,12		0,23		0,18	0,1
		$E_\varphi$		0,03		0,23		0,69		1,2	1,2

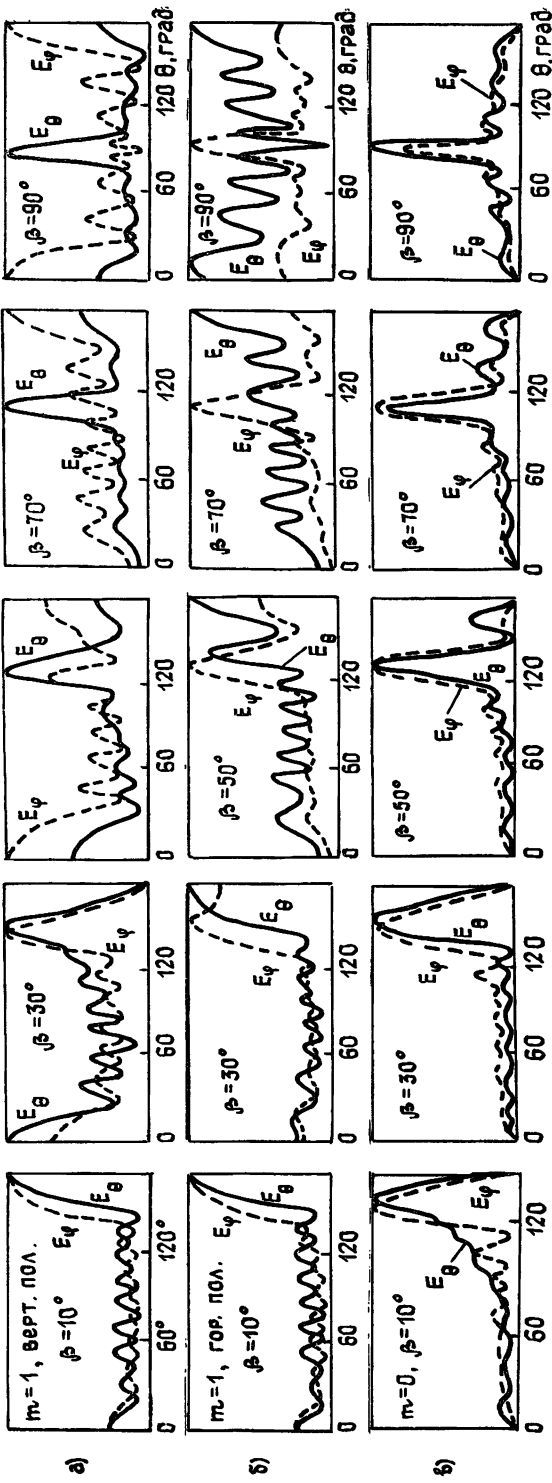


Рис. 4.



Угол падения  $\beta$  и угол наблюдения  $\theta$  показаны на рис. 1а. При осевом падении волны ( $\beta=0$ ) характеристика рассеяния имеет вид, свойственный антеннам бегущей волны, что естественным образом вытекает из рассмотрения распределения эквивалентных токов. С увеличением угла падения  $\beta$  сначала только у составляющей  $E_\varphi$  проявляется зеркальный лепесток. Осевой лепесток, обязанный токам поверхностной волны, сохраняется.

При  $\beta=30^\circ$  и  $E$ -поляризации зеркальный лепесток выражен явно, а для  $H$ -поляризации сохраняется осевой лепесток у  $E_\theta$ .

Дальнейшее увеличение угла падения приводит к тому, что становится стабильным наличие зеркального лепестка. Величина осевого лепестка в направлении распространения волны флуктуирует. То же можно сказать и о заднем осевом лепестке.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев Е. Н., Материков Л. Б. // Радиофизика. 1971. Т. 14. № 8. С. 1250 (Изв. высш. учеб. заведений).
2. Васильев Е. Н., Седелникова З. В., Серегина А. Р. // Радиофизика. 1980. Т. 23. № 7. С. 833 (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Васильев Е. Н., Седелникова З. В., Серегина А. Р. // Сб. научно-методических статей по прикладной электродинамике. 1983. Вып. 6. С. 15.
4. Васильев Е. Н. // Радиофизика. 1959. Т. 2. № 4. С. 588 (Изв. высш. учеб. заведений).
5. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа.— М.-Л.: Физматгиз, 1962.

Московский энергетический  
институт

Поступила в редакцию  
28 ноября 1986 г.

#### DIFFRACTION OF A PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE BY A CYLINDER OF A FINITE LENGTH WITH A DIELECTRIC COATING

*E. N. Vasil'ev, Z. V. Sedel'nikova, A. R. Seregina*

The problem of diffraction of a plane electromagnetic wave by a perfectly conducting cylinder with a dielectric coating is solved by means of the method of integral equations. The surface currents distribution for some main azimuthal harmonics and the partial scattering diagrams are investigated as functions of the angles of plane wave incidence. The physical interpretation of the results obtained is presented.

---