

УДК 621.396.677.494:621.396.674.3

АДАПТИВНОЕ РАЗРЕШЕНИЕ НЕКОРРЕЛИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ ПО УГЛОВОЙ КООРДИНАТЕ

А. Б. Гершман, В. Т. Ермолаев, А. Г. Флакман

Предложен и исследован метод повышения разрешающей способности антенной решетки за счет адаптивной обработки входных колебаний. Показано, что предложенный метод позволяет разрешать некоррелированные источники в пределах ширины луча антенной решетки. С единой точки зрения рассмотрены известные методы максимального правдоподобия и «теплого шума».

1. В последнее десятилетие в теории и технике антенных решеток (АР) появились и развиваются нелинейные адаптивные методы обработки сигналов, которые позволяют существенно повысить угловое разрешение некоррелированных источников излучения по сравнению с обычным методом сканирования лучом АР и оценки выходной мощности [1-4]. В работах [1, 3] анализируется метод максимального правдоподобия*, суть которого сводится к определению оценки пространственного спектра в виде $\eta_1(\theta) = (S + M^{-1}S)^{-1}$, где M^{-1} — обратная корреляционная матрица входных колебаний в элементах АР, S — вектор, управляющий положением луча АР. Для линейной эквидистантной N -элементной АР в случае плоских волн $S = (1, e^{iu}, e^{2iu}, \dots, e^{(N-1)iu})^T$, $u = 2\pi\lambda^{-1}d \sin \theta$, d — период решетки, λ — длина волны, θ — угол между направлением луча и нормалью к АР, «+» — знак эрмитова сопряжения, « T » — знак транспонирования. Величина η_1^{-1} совпадает с полной выходной мощностью в адаптивной АР [5]. Разрешающая способность метода сильно зависит от уровней мощностей источников излучения на входе решетки. Она возрастает при увеличении входной мощности и заметно ослабевает при ее уменьшении по сравнению с внутренним шумом.

Другой метод, предложенный в [1], носит название метода «теплого шума» и сводится к определению величины $\eta_2(\theta) = (S + M^{-2}S)^{-1}$. Величина η_2^{-1} совпадает с выходной мощностью внутреннего шума в адаптивной АР [5]. Как следует из примера работы [1] (см. рис. 8, 9 в [1]), данный метод может оказаться предпочтительнее, поскольку характеристика η_2 по сравнению с η_1 при тех же параметрах источников имеет более резко выраженные максимумы в направлениях на источники излучения и меньший уровень фона. Однако автор этой работы не обсуждает и не выявляет особенностей предложенного метода.

В работах [3, 4] рассматривается метод собственных векторов, который также обладает высокой степенью разрешения. Его сущность можно пояснить следующим образом. Известно, что при числе источников $K \leq N-1$ собственные векторы корреляционной матрицы, соответствующие минимальному (в общем случае вырожденному) собственному числу, ортогональны одновременно всем векторам направлений $\Phi_j = (1, \exp(iu_j), \dots, \exp[(N-1)iu_j])^T$, $j=1, 2, \dots, K$ (здесь $u_j = 2\pi\lambda^{-1}d \sin \theta_j$, θ_j — угол прихода j -го внешнего источника). Это обстоятельство используется для разрешения источников излучения. Метод требует реализации сложных вычислительных процедур [4], что затрудняет его применение на практике.

* Мы используем название, данное методу его автором Кейпоном [1], хотя это название нельзя считать строгим.

В настоящей работе методы максимального правдоподобия и «теплого шума» рассмотрены с единой точки зрения и на основе этого предложен новый метод сверхразрешения. Показано, что характеристики вида $\eta_n(\theta) = (S+M^{-n}S)^{-1}$ при $n > 0$ обладают повышенной степенью углового разрешения по сравнению с обычным методом сканирования лучом антенны и оценки выходной мощности. При точно заданной матрице M разрешающая способность характеристик η_n с ростом n монотонно возрастает и при $n \rightarrow \infty$ асимптотически приближается к разрешающей способности метода собственных векторов, которая является в этом идеальном случае бесконечно высокой. Показано также, что для разрешения источников слабой мощности необходимо использовать характеристики η_n при больших значениях n и увеличивать точность определения матрицы M .

2. Предположим, что в каналы АР попадают колебания от K ($K \leq N-1$), узкополосных, некоррелированных между собой внешних источников излучения, находящихся в дальней зоне. Мощность некоррелированного по каналам внутреннего шума в элементе полагаем равной единице. Корреляционная матрица M входных колебаний в этом случае является эрмитовой [5] и имеет связанное с внутренним шумом минимальное собственное число $\mu_{\min} = 1$, которое соответствует $(N-K)$ -мерному подпространству, ортогональному всем векторам направлений внешних источников. Согласно теореме Неймана о спектральном представлении [6] эта матрица может быть записана в виде

$$M = D + \sum_{j=1}^K \mu_j Z_j, \quad D = E - \sum_{j=1}^K Z_j, \quad Z_j = \frac{U_j U_j^+}{U_j^+ U_j}, \quad (1)$$

где E — единичная матрица, U_j — собственный вектор матрицы M , соответствующий ее j -му собственному числу μ_j , не связанному с внутренним шумом. Матрица D является проектирующей на $(N-K)$ -мерное подпространство, любой вектор которого ортогонален векторам направлений Φ_j ($j=1, 2, \dots, K$) источников излучения. Матрица M^{-1} также будет эрмитовой и, следовательно,

$$M^{-1} = D + \sum_{j=1}^K \mu_j^{-1} Z_j. \quad (2)$$

Возводя (2) в степень n и учитывая свойства матриц D и Z_j ($D^n = D$, $Z_j^n = Z_j$, $DZ_j = Z_j D = 0$), будем иметь

$$M^{-n} = D + \sum_{j=1}^K \mu_j^{-n} Z_j. \quad (3)$$

Поскольку мощность внутреннего шума в элементе равна единице, то $\mu_j > 1$. Поэтому операция возведения в степень в (3) способствует выделению из матрицы M^{-n} проектирующей матрицы D . В пределе при $n \rightarrow \infty$ $M^{-n} \rightarrow D$, а $S+M^{-n}S \rightarrow S+DS$. Квадратичная форма $S+DS$ является неотрицательно определенной и равна нулю только в направлениях на источники излучения, так как любой другой вектор направления имеет ненулевую проекцию на подпространство, связанное с μ_{\min} и ортогональное векторам направлений источников. Следовательно, величина $\eta_n(\theta)$, обратная к $S+M^{-n}S$, может быть использована для оценки пространственного спектра источников излучения. С ростом n разрешающая способность адаптивной АР с выходной характеристикой η_n будет монотонно возрастать, так как η_n будет стремиться к $(S+DS)^{-1}$. Характеристику η_n в соответствии с (3) можно представить следующим образом:

$$\eta_n = (\eta_{c.в.}^{-1} + \alpha_n)^{-1}, \quad (4)$$

где $\eta_{c.в.} = (S+DS)^{-1}$ — спектральная оценка по методу собственных векторов (она обладает бесконечно высоким разрешением), $\alpha_n =$

$$= \sum_{j=1}^K (\mu_j^{-n} S + Z_j S) - \text{уменьшающаяся с ростом } n \text{ регулярная ошибка,}$$
 которая ухудшает разрешающую способность характеристики η_n по сравнению с $\eta_{с.в.}$. Из (4) непосредственно следует, что оценка пространственного спектра по методу «теплового шума» имеет более высокую разрешающую способность, чем оценка по методу максимального правдоподобия. Эти характеристики отличаются различной ошибкой α_n и, следовательно, различной степенью приближения к оценке пространственного спектра по методу собственных векторов. Такая общая трактовка методов максимального правдоподобия ($n=1$), «теплового шума» ($n=2$) и предложенного в настоящей работе более общего метода ($n>2$) позволяет рассматривать спектральные оценки η_n при различных n как результат единого преобразования, выделяющего характеристику $\eta_{с.в.}$ с различной степенью точности.

Рассмотрим теперь более подробно возможности адаптивной оценки пространственного спектра в случаях одного и двух внешних источников излучения при условии, что АР линейна, а амплитудно-фазовые распределения сигналов, наводимых источниками, описываются плоскими волнами. В случае одного источника оценка выходной мощности при обычном сканировании будет

$$\beta(\theta) = S + MS = N + v_1 |\Phi_1^+ S|^2, \quad (5)$$

где v_1 — отношение мощности внешнего источника к мощности внутреннего шума в элементе АР, $|\Phi_1^+ S|^2$ — диаграмма направленности решетки с максимумом в направлении на источник. Собственный вектор U_1 в этом случае будет совпадать с Φ_1 и в соответствии с (3):

$$M^{-n} = E - \frac{(1 + v_1 N)^n - 1}{(1 + v_1 N)^n N} \Phi_1 \Phi_1^+. \quad (6)$$

Здесь учтено, что $\mu_1 = 1 + v_1 N$ [7]. Таким образом, в случае одного внешнего источника

$$\eta_n = \frac{N(1 + v_1 N)^n}{|\Phi_1^+ S|^2 + (N^2 - |\Phi_1^+ S|^2)(1 + v_1 N)^n}. \quad (7)$$

Коэффициент выигрыша в пеленгационной способности для адаптивной характеристики η_n по сравнению с неадаптивной β может быть записан следующим образом:

$$K_B = \left(\frac{\eta_{n \max}}{\eta_{n 0,5}} \right) / \left(\frac{\beta_{\max}}{\beta_{0,5}} \right), \quad (8)$$

где β_{\max} и $\eta_{n \max}$ — значения неадаптивной и адаптивной оценок при $|\Phi_1^+ S|^2 = N^2$, а $\beta_{0,5}$ и $\eta_{n 0,5}$ — значения этих же оценок при $|\Phi_1^+ S|^2 = N^2/2$. Подставляя соответствующие значения η_n и β , полученные из формул (7) и (5), выразим K_B через параметры v_1, N, n :

$$K_B = \frac{(1 + v_1 N)(1 + (1 + v_1 N)^n)}{2(1 + v_1 N/2)}. \quad (9)$$

Из этой формулы следует, что коэффициент выигрыша увеличивается с ростом n и при $v_1 N \gg 1$ $K_B \approx (v_1 N)^n$.

В случае двух источников адаптивная характеристика согласно (3) имеет следующий вид:

$$\eta_n = (S + DS + \mu_1^{-n} S + Z_1 S + \mu_2^{-n} S + Z_2 S)^{-1}, \quad (10)$$

где $\mu_{1,2} = 1 + (v_1 + v_2)N/2 \pm \sqrt{(v_1 - v_2)^2 N^2/4 + v_1 v_2 |\Phi_1^+ \Phi_2^+|^2}$ [7], v_1 и v_2 — отношения мощностей первого и второго источников к мощности внутреннего шума в элементе АР.

Из (10) следует, что при увеличении мощности источников разрешающая способность спектральной оценки η_n увеличивается и в пределе при $\nu_1 N \rightarrow \infty$, $\nu_2 N \rightarrow \infty$ она бесконечна при любом $n > 0$. В случае малых мощностей $\nu_1 N$, $\nu_2 N$ адаптивные характеристики при малых n (т. е. оценки пространственного спектра, полученные методами максимального правдоподобия и «теплового шума») имеют небольшой выигрыш в разрешении по сравнению с неадаптивной оценкой. Увеличение n позволяет повысить разрешающую способность, уменьшив вклад второго и третьего членов под скобкой в правой части формулы (10).

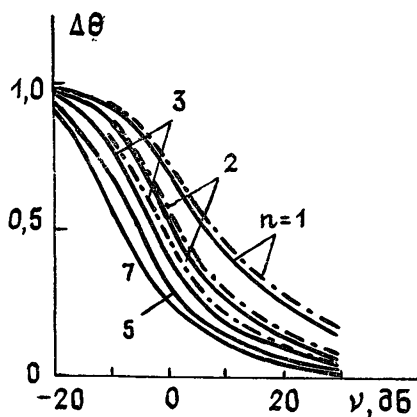


Рис. 1.

На рис. 1 приведены кривые, показывающие потенциальные возможности разрешения двух источников одинаковой мощности ν , находящихся в пределах главного луча АР при использовании адаптивных характеристик η_n ($n=1, 2, 3, 5, 7$, сплошные кривые). Расчеты проводились для $d=\lambda/2$, $N=10$. Угловое расстояние $\Delta\theta$ между разрешаемыми источниками выражено в единицах ширины луча АР по половинной мощности. Источники считались разрешенными при условии, что в каждом из направлений излучения сформирован отдельный максимум адаптивной оценки η_n .

Из рис. 1 видно, что разрешающая способность АР, которой можно достичь при использовании η_n при $n > 2$, выше, чем у оценок пространственного спектра, полученных методами максимального правдоподобия ($n=1$) и «теплового шума» ($n=2$).

На рис. 2 и 3 приведены характеристики η_n соответственно для случаев двух источников мощности $\nu=10$ дБ при $d=\lambda/2$, $N=10$ и пяти источников мощности $\nu=20$ дБ при $d=\lambda/2$, $N=16$.

На рис. 2 и 3 приведены характеристики η_n соответственно для случаев двух источников мощности $\nu=10$ дБ при $d=\lambda/2$, $N=10$ и пяти источников мощности $\nu=20$ дБ при $d=\lambda/2$, $N=16$.

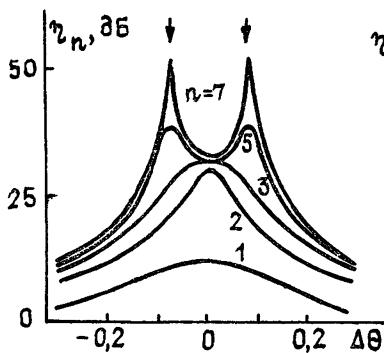


Рис. 2.

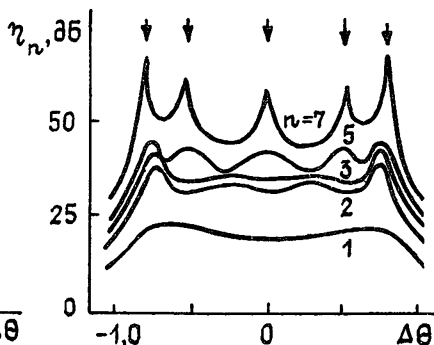


Рис. 3.

Представляет интерес также анализ устойчивости предложенного метода сверхразрешения к влиянию случайных ошибок, возникающих вследствие конечного числа отсчетов вектора входных колебаний при оценке матрицы M . К сожалению, аналитическое рассмотрение данного вопроса сопряжено со значительными трудностями. Поэтому было проведено численное моделирование метода при наличии случайных ошибок, возникающих вследствие конечности усреднения. При моделировании j -й отсчет вектора входных колебаний задавался в виде

$$X_j = \sum_{p=1}^K a_{jp} \Phi_p + V_j, \quad (11)$$

где a_{jp} — комплексная амплитуда p -го источника излучения при j -м отсчете вектора X ; $V_j = (v_{j1}, v_{j2}, \dots, v_{jN})^T$ — вектор комплексных ампли-

туд внутреннего шума при этом отсчете. Случайные амплитуды источников и внутреннего шума задавались гауссовыми и дельта-коррелированными: $\langle a_{jq}^* a_{it} \rangle = v_q \delta_{ji} \delta_{qt}$; $\langle v_{jq}^* v_{it} \rangle = \delta_{ji} \delta_{qt}$ (здесь $\langle \rangle$ — знак статистического усреднения, знак $(*)$ обозначает комплексное сопряжение, $\delta_{ji} = \begin{cases} 0; & j \neq l \\ 1; & j = l \end{cases}$). Оценка корреляционной матрицы формировалась максимально правдоподобно по конечному числу статистически независимых отсчетов вектора X :

$$\hat{M} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J X_j X_j^* . \quad (12)$$

При моделировании число отсчетов J бралось равным 500, $d = \lambda/2$, $N = 10$. Результаты для разрешающей способности в случае двух источников одинаковой мощности v и $n = 1, 2, 3, 5, 7$ сведены в табл. 1. Первые три характеристики $n = 1, 2, 3$ приведены, кроме того, на рис. 1 (штрихпунктирные кривые). Результаты выражены в единицах ширины луча АР по половинной мощности и усреднены по десяти реализациям.

Т а б л и ц а 1

v (дБ)	$\Delta\theta$				
	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=5$	$n=7$
-10	0,920	0,864	0,812	0,726	0,662
0	0,691	0,532	0,438	0,357	0,334
10	0,435	0,269	0,209	0,181	0,176
20	0,255	0,134	0,109	0,099	0,099
30	0,145	0,071	0,058	0,056	0,054

Из рассмотрения кривых, изображенных на рис. 1, и результатов, приведенных в табл. 1, видно, что в реальных условиях конечного интервала усреднения разрешающая способность характеристик η_n уменьшается по сравнению со случаем $J = \infty$, однако тенденция повышения разрешающей способности при увеличении степени n сохраняется. Этот факт свидетельствует об устойчивости предложенного метода разрешения к случайным ошибкам, обусловленным конечностью числа отсчетов J .

Рассмотренный выше метод останется справедливым для неэквидистантных решеток, а также для случая другой модели распространения полей источников. При этом управляющий вектор S должен учитывать как неэквидистантность, так и модель распространения.

Хотелось бы также отметить, что существующая аналогия волновых и колебательных задач, а следовательно, углового и частотного разрешения [8], позволяет распространить предложенный метод на разрешение спектральных компонент гармонических источников. При этом управляющий вектор запишется в виде $S = (1, e^{i\omega\Delta t_1}, \dots, e^{i\omega\Delta t_{N-1}})^T$, где ω — частота, Δt_j ($j = 1, 2, \dots, N-1$) — временной интервал, а корреляционная матрица будет содержать в элементах отсчеты временных, а не пространственных корреляционных функций.

Авторы благодарят В. И. Таланова за полезное обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гейбриэл У. Ф. // ТИИЭР. — 1980. — Т. 68. — № 6. — С. 19.
2. Gatlin B. J. // IEEE Trans.: V. AP-31. — 1983. — № 3. — Р. 456.
3. Джонсон Д. Х // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70. — № 9. — С. 126.
4. Бьенвеню Ж., Копп Л. В кн.: Подводная акустика и обработка сигналов. — М. Мир, 1985. — С. 422.
5. Монзинго Р. А., Миллер Т. У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. — М.: Радио и связь, 1986.
6. Робинсон Э. А. // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70. — № 9. — С. 6.
7. Литвинов О. С. // Сб.: Антенны, 1982. — Вып. 30. — С. 65.
8. Зверев В. А. Радиооптика. — М.: Сов. радио, 1975.

Поступила в редакцию
15 июля 1986 г.

ANGULAR ADAPTIVE RESOLUTION OF UNCORRELATED SOURCES

A. B. Gershman, V. T. Ermolayev, A. G. Flaksman

The method of resolution improvement of the antenna array by adaptive input signal processing is presented. The described method provides the uncorrelated sources resolution within the limits of antenna main beam width.

ИНСТРУКЦИЯ ПО СОСТАВЛЕНИЮ РЕФЕРАТОВ

1 В реферате кратко излагается основное содержание статьи. Реферат должен дать читателю представление о характере освещаемой работы, оригинальности постановки вопроса, методике проведения исследования и его основных результатах.

2. Реферату должно предшествовать библиографическое описание в следующем виде: название статьи, фамилия и инициалы автора, название журнала, где помещается статья. Текст реферата начинается непосредственно с изложения существа работы без повторения заголовка. Форма изложения материала не обязательно должна повторять форму изложения оригинальной статьи.

3. Если оригинал содержит большое количество цифровых данных, их следует обобщить и систематизировать

4. Средний объем реферата 1,5—2 страницы машинописного текста, отпечатанного через два интервала на белой писчей бумаге обычного формата (30×21) в двух экземплярах с полем 4 см с левой стороны.

5. Таблицы, схемы, графики и пр. могут быть включены в том случае, если они отражают основное содержание работы или сокращают текст реферата. Сообщение о наличии в реферируемой работе таблиц, схем, графиков, фотографий, карт, рисунков необходимо давать в конце реферата. Например, табл. 2, ил. 10

6. Формулы приводятся только в том случае, если они необходимы для понимания статьи. Громоздкие математические выражения помещать не следует. Формулы следует вписывать четко, не изменяя принятых в оригинале обозначений величин. Формулы и буквенные обозначения вписываются черными чернилами во второй экземпляр. Вписывание формул и буквенных обозначений, а также исправление замеченных опечаток в первом экземпляре не делается.

7. В конце реферата в квадратных скобках указывается название учреждения или предприятия, в котором автор реферируемой работы (если эти данные приводятся в статье) провел работу. Подпись автора и дату написания реферата следует ставить в левом нижнем углу на обоих экземплярах реферата.