($\tau<\sqrt{2}$). ДН $\tilde{\eta}_r^{(3)}$ имеет боковой лепесток на малых высотах, который уменьшается с увеличением замагниченности среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акиндинов В. В., Еремин С. И. и др. // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30 № 5. С. 833.
2. Карпман В. И. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 1 (7). С. 71.
3. Al'pert Ya. L. at al. // Phil. Trans. Roy. Soc. Lon. 1983. V. A309. P 503
4. Budden K. G. Radiowaves in the ionosphere. — Cambr. Univ. Press., 1961. P. 24.
5. Лебедев Н. Н. Специальные функции и их приложения. — М.—Л.: Гостехиздат, 1963. С. 168.
6 Кузнецов Д. С. Специальные функции. — М.: Высшая школа. 1965. С. 124.
7. Альперт Я. Л. и др. Распространение низкочастотных электромагнитных волн в волноводе Земля — ионосфера. — М.: Наука, 1967. С. 15.

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию 3 декабря 1986 г.

УДК 621.396

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ДАЛЬНОСТНО-СКОРОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АТМОСФЕРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

А. В. Мороз

В задачах диагностики неоднородных образований в атмосфере широкое применение находят методы импульсного радиозондирования, в которых для измерения параметров неоднородностей используется временная обработка эхосигналов в приемных устройствах [1]. Если интерес представляют средние скорости отдельных (физически выделенных) участков неоднородности [2] и размеры этих участков малы по сравнению с характерной длительностью сигнала, то неоднородность можно представить совокупностью движущихся точечных рассеивателей, а в качестве искомых параметров рассматривать времена группового запаздывания τ_k эхосигналов от данных рассеивателей и соответствующие доплеровские сдвиги частоты Ω_k, $k=\overline{1, m}$, m — полное число рассеивателей (вообще говоря, также неизвестное).

В работе предлагается метод вычисления τ_k, Ω_k (попутно оценивается m) по временной реализации полного эхосигнала, причем считается, что парциальные эхосигналы не разрешены по задержкам и доплеровским частотам в классическом рэлеевском смысле.

Основой проводимого рассмотрения является предположение о гауссовой форме огибающей зондирующего сигнала:

$$S_-(t) \sim \exp(-t^2/2T^2 - i\omega t),$$

где T — эффективная длительность сигнала, ω — несущая частота. Если, кроме того, пренебречь масштабным искажением огибающей при отражении от движущегося рассеивателя и ограничиться приближением однократного рассеяния, то полный эхосигнал можно представить выражением вида [3]

$$S_+(t) \sim \sum_{k=1}^{m} a_k \exp[-(t-\tau_k)^2/2T^2 - i(\omega-\Omega_k)(t-\tau_k)]. \tag{1}$$

Здесь комплексные коэффициенты a_k, пропорциональные обобщенной восприимчивости [4] рассеивателей, можно считать случайными, учитывая тем самым, в частности, случайно-неоднородный характер среды распространения сигнала до точки отражения.

Пусть эхосигнал (1) пропускается через устройство обработки, выделяющее его комплексную огибающую. Тогда выходной сигнал будет описываться соотношением

$$A_+(t) \sim \sum_{k=1}^{m} a_k \exp[-(t-\tau_k)^2/2T^2 + i\Omega_k t] + \mu(t), \tag{2}$$

где $\mu(t)$ — комплексная функция, отвечающая внутреннему шуму обрабатывающего устройства, а коэффициенты a_k несколько отличаются от аналогичных коэффициентов в (1), что несущественно вследствие их неопределенности. Из $A_+(t)$ можно образовать величину

$$B(t)=\exp(t^2/2T^2)\,A_+(t)\sim$$
$$\sim\sum_{k=1}^{m} a_k \exp(-\tau_k^2/2T^2)\exp[(\tau_k/T^2+i\Omega_k)t]+\exp(t^2/2T^2)\,\mu(t), \tag{3}$$

в которой сигнальная составляющая представляется суммой экспонент с комплексными частотами $H_k=\tau_k/T^2+i\Omega_k$, содержащими искомые параметры τ_k в вещественной части и Ω_k — в мнимой части. Задача сводится, таким образом, к определению частот H_k, присутствующих в реализации (3).

Эта задача может быть решена с привлечением алгоритма сверхразрешения Прони, широко используемого в спектроанализе [5]. Согласно данному алгоритму колебание (3) аппроксимируется функцией вида

$$\tilde{B}(t)=\sum_{l=1}^{p} b_l \exp(h_l t), \tag{4}$$

где p — порядок аппроксимации, b_l и h_l — неизвестные комплексные амплитуды и частоты. Для нахождения частот h_l интервал наблюдения $[t_1, t_2]$ реализации $B(t)$ разбивается на дискреты с шагом Δt и функции (3), (4) рассматриваются в полученных дискретных точках. Обозначая $y_n=\tilde{B}[t_1+\Delta t(n-1)]$, $1\leqslant n\leqslant N$, $N=(t_2-t_1)/\Delta t$ — полное число временны́х дискретов и переопределяя очевидным образом коэффициенты b_l, согласно (4) можем написать

$$y_n=\sum_{l=1}^{p} b_l \zeta_l^{n-1},$$

где $\zeta_l=\exp(h_l\Delta t)$, причем легко показать [5], что величины y_n удовлетворяют линейному соотношению

$$y_n=\sum_{j=1}^{p}\alpha_j\, y_{n-j}, \tag{5}$$

если ζ_l являются корнями алгебраического уравнения

$$-\zeta^p+\sum_{j=1}^{p}\alpha_j\,\zeta^{p-j}=0. \tag{6}$$

Полагая, что в выбранных дискретных точках функции (4) и (3) совпадают, т. е. $y_n=x_n=B[t_1+\Delta t(n-1)]$, $1\leqslant n\leqslant N$, с учетом (5) приходим к системе линейных уравнений относительно α_j:

$$\check{x}=\check{X}\check{\alpha}, \tag{7}$$

где вектор-столбцы $\check{x}$ и $\check{\alpha}$ и матрица $\check{X}$ равны:

$$\check{x}=\begin{bmatrix} x_n \\ \vdots \\ x_{p+1}\end{bmatrix},\quad \check{\alpha}=\begin{bmatrix}\alpha_1\\ \vdots \\ \alpha_p\end{bmatrix},\quad \check{X}=\begin{bmatrix} x_{n-1}\cdots x_{n-p}\\ \cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot \\ x_p\quad\cdots x_1\end{bmatrix}.$$

Из (7), (6) найдем частоты $h_l=\ln\zeta_l/\Delta t$, $1\leqslant l\leqslant p$, среди которых при $p\geqslant m$ присутствуют искомые частоты H_k. При увеличении порядка аппроксимации p (очевидно, не более чем до $p_{\max}=N/2$) частоты, фактически присутствующие в (3), должны оставаться неизменными (с точностью до погрешности вычислений), тогда как «ложные» частоты, число которых есть $p-m$, будут изменяться нерегулярным образом. Это обстоятельство позволяет выделить истинные частоты, а также оценить априорно неизвестное число рассеивающих элементов m.

Система (7) в общем случае является переопределенной. Ее решение, понимаемое в смысле метода наименьших квадратов [6], можно записать в явном виде:

$$\check{\alpha}=(\check{X}^+\check{X})^{-1}\check{X}^+\check{x}, \tag{8}$$

где плюс означает операцию эрмитова сопряжения. Однако проводить конкретные вычисления по формуле (8) нецелесообразно вследствие плохой обусловленности матрицы $\check{X}^+\check{X}$ при $p>m$. Возможны различные методы регуляризации формулы (8), основанные на общей идее решения некорректных задач [7] и легко реализуемые на базе стандартных машинных подпрограмм.

Для иллюстрации эффективности изложенного метода было проведено численное моделирование реализации (3) и восстановление по данной реализации параметров τ_k, Ω_k. Считалось, что «тело» эхосигнала занимает область $t_1=\tau_1-qT\leqslant t\leqslant \tau_m+qT=t_2$, где $q\sim1$ — константа, условно определяющая начало и конец комплексной огибающей (2) (при $t<t_1$ и $t>t_2$ величина A_+ экспоненциально мала). При моделировании использовались безразмерные переменные, полученные нормировкой временны́х переменных на эффективную длительность зондирующего сигнала T и частотных — на характерный интервал частотного разрешения T^{-1}. Предполагалось, что $\tau_k=\Delta\tau(k-1)$, $\Delta\tau$ — шаг изменения τ, $\Omega_k=2\pi\Delta F(m-k)$, ΔF — шаг изменения частоты, $a_k=(m-k+1)\nu_k$, ν_k — комплексная случайная величина, квадратурные компоненты которой статистически независимы и распределены по Гауссу с нулевым средним и единичной дисперсией. Если обозначить посредством $m_T=T/\Delta\tau$ число парциальных рассеивателей на временно́м интервале разрешения T, $m_F=(T\Delta F)^{-1}$ — число доплеровских частот на частотном интервале разрешения T^{-1}, а через $N_T=T/\Delta t$ — число временны́х дискретов на интервале T, то (3) можно представить в виде

$$x_n=C\sum_{k=1}^{m}(m-k+1)\nu_k\exp\{-[(k-1)/m_T]^2/2\}\times$$
$$\times\exp\{[-q+(n-1)/N_T][(k-1)/m_T+i2\pi(m-k)/m_F]\}+ \qquad (9)$$
$$+\mu_n\exp\{[-q+(n-1)/N_T]^2/2\},$$

где μ_n — комплексная случайная величина, квадратурные компоненты которой статистически независимы и распределены по Гауссу с нулевым средним и дисперсией σ_μ^2, C — нормировочная константа, выбираемая из условия, что абсолютная величина максимума выборок сигнальной составляющей в (9) равна заданному значению S. При этом локальное отношение сигнал/шум не превышает величины $S/(\sqrt{2}\,\sigma_\mu)$, которая при конкретных вычислениях полагалась равной 10^7.

В табл. 1 даны результаты восстановления параметров задержки и доплеровского сдвига частоты, представленных в (9) величинами $k-1$ и $m-k$, для $m=5$, $m_T=m_F=5$ (что соответствует пятикратному превышению рэлеевского предела разрешения по временной задержке и доплеровскому сдвигу частоты), $N_T=3$, $q=2$ и различных порядков аппроксимации модели Прони ($5<p<7$), при этом верхнее число в каждой клетке табл. 1 отвечает найденному значению параметра задержки, а нижнее — соответствующему доплеровскому параметру.

Таблица 1

p/k	1	2	3	4	5	6	7
5	$1{,}4\cdot10^{-5}$ 4,0	1,0 3,0	2,0 2,0	3,0 1,0	4,0 0,0		
6	$1{,}2\cdot10^{-5}$ 4,0	1,0 3,0	2,0 2,0	3,0 1,0	4,0 0,0	—7,1 9,6	
7	$9{,}0\cdot10^{-6}$ 4,0	1,0 3,0	2,0 2,0	3,0 1,0	4,0 0,0	—11,4 10,9	—11,1 8,4

Видны устойчивость восстановления параметров, фактически присутствующих в реализации (9) ($k=\overline{1,5}$), и нерегулярный характер изменения «ложных» параметров ($k>5$, $p\geqslant6$) при изменении p. Аналогичные результаты были получены в расчетах с другими значениями m_T, m_F, N_T.

В заключение отметим, что эффективность рассмотренного способа оценки параметров движения рассеивателей определяется многими факторами: длительностью интервала наблюдения и дискрета оцифровки входной реализации, уровнем аддитивных шумов, возможным отличием формы огибающей парциальных эхосигналов от гауссовой, алгоритмом регуляризации формулы (8) и т. п. Детальный анализ относящихся сюда вопросов выходит далеко за рамки настоящей статьи, цель которой состоит в иллюстрации принципиальной возможности сверхразрешения эхосигналов с гауссовой огибающей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Атлас Д. Успехи радарной метеорологии. — Л.: Гидрометеоиздат, 1967.
2. Sachidananda M., Zrnic D. S. // IEEE Trans. Geoscience Remote Sensing: V. GE-24. 1986. № 5. P. 751.
3. Справочник по радиолокации / Под ред. М. Сколника. — М.. Сов. радио, 1976. Т. 1.
4. Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И., Виноградов А. Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. — М.: Радио и связь, 1983.
5. Кей С. М., Марпл С. Л. // ТИИЭР. 1981. Т. 69. № 11. С. 5.
6. Беллман Р. Введение в теорию матриц. — М.: Наука, 1976.
7. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1986.

Поступила в редакцию
14 апреля 1987 г.