

УДК 621.372.85

**РАССЕЯНИЕ ВОЛНЫ H_{10} НА РАСПОЛОЖЕННОМ
В H -ПЛОСКОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА
МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ШТЫРЕ С ДИСКОМ НА ТОРЦЕ**

B. M. Буторин

Решена трехмерная векторная краевая задача о емкостном штыре с диском на торце, расположенным в прямоугольном волноводе. Исследована численная устойчивость алгоритма, основанного на методе парциальных задач. Проведен анализ трансформирующих и резонансных свойств цилиндрической неоднородности в широком диапазоне изменения геометрических размеров и длины волны.

Металлические цилиндрические штыри широко используются в технике СВЧ для подстройки, согласования и т. п. Расчету их трансформирующих и резонансных свойств посвящено большое количество работ [1–5]. Однако до настоящего времени отсутствует теория металлического штыря с зазором, расположенного в H -плоскости прямоугольного волновода, несмотря на то, что такая электродинамическая система часто используется, например, как элемент подвода напряжения питания к полупроводниковым диодам.

Данная задача является существенно векторной даже при небольших поперечных размерах неоднородности. В работах [6, 7] для решения трехмерной векторной краевой задачи об индуктивном штыре с диском на торце, расположенным в прямоугольном волноводе, при произвольных геометрических размерах структуры был предложен метод парциальных задач, использующий осевую симметрию цилиндрической неоднородности. Вначале решаются независимые двумерные векторные задачи о металлическом штыре с диском на торце, закрепленном в радиальной линии той же высоты, что и прямоугольный волновод, и определяются коэффициенты трансформации цилиндрических волн с различными вариациями электромагнитного поля по азимуту и высоте радиальной линии. Затем эти коэффициенты используются как константы при решении общей трехмерной задачи.

Применим метод парциальных задач в настоящей работе для расчета параметров матрицы рассеяния волны H_{10} прямоугольного волновода на цилиндрической неоднородности, ось которой параллельна его широкой стенке. На основании численных результатов проведем исследование трансформирующих и резонансных свойств емкостного штыря с диском на торце.

1. Матричные уравнения для коэффициентов трансформации. Пусть имеется электродинамическая структура в виде бесконечно тонкого металлического диска радиуса a , закрепленного на горизонтальном металлическом штыре радиуса b и длины l в прямоугольном волноводе сечением $c \times d$, где c — ширина волновода, d — его высота (рис. 1.). Ось симметрии цилиндрической структуры смешена к нижней стенке волновода от его оси на расстояние g . Металлические поверхности будем считать идеально проводящими.

Предположим, что нижняя и верхняя стенки прямоугольного волновода отсутствуют, а боковые уходят вверх и вниз на бесконечность и образуют радиальную линию высоты c , равной ширине волновода, в

которой азимутальные гармоники, имеющие одну вариацию по высоте, переносят электромагнитную энергию. Рассмотрим трансформацию радиальных волн в такой электродинамической системе.

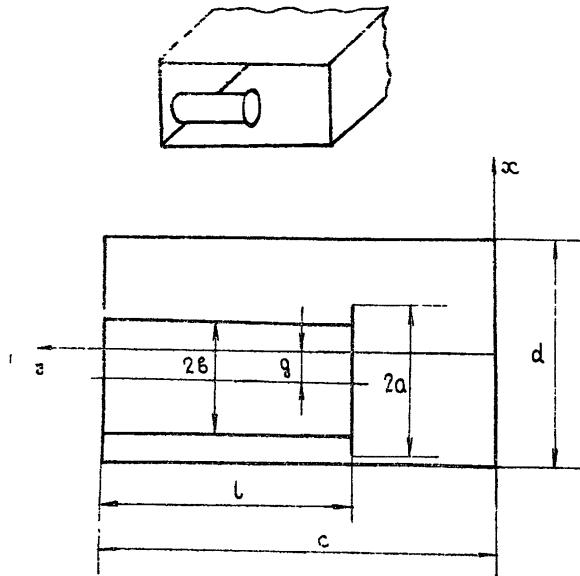


Рис. 1.

Данная задача отличается от [6] тем, что в области между параллельными металлическими плоскостями энергию могут переносить цилиндрические волны, имеющие одну вариацию по высоте. Поэтому при возбуждении структуры с осевой симметрией электромагнитным полем с зависимостью от времени в виде $\exp(-i\omega t)$ и от угла в виде $\exp(i\theta\phi)$ для области радиальной линии $r > a$ можем записать следующие выражения:

$$E_y = X_{ms} \chi_m(k_s r) \cos \frac{s\pi}{c} y + \sum_{n=0}^{\infty} X_{msn} \zeta_m(k_n r) \cos \frac{n\pi}{c} y, \quad (1)$$

$$H_y = Y_{ms} \chi_m(k_s r) \sin \frac{s\pi}{c} y + \sum_{n=0}^{\infty} Y_{msn} \zeta_m(k_n r) \sin \frac{n\pi}{c} y.$$

Здесь

$$\chi_m(k_s r) = \begin{cases} J_m(k_s r), & s = 0, 1 \\ \frac{J_m(k_s a)}{I_m(k_s r)}, & s \geq 2 \end{cases}, \quad \zeta_m(k_n r) = \begin{cases} \frac{N_m(k_n r)}{N_m(k_n a)}, & n = 0, 1 \\ \frac{K_m(k_n r)}{K_m(k_n a)}, & n \geq 2 \end{cases}, \quad (2)$$

$$k_s = \sqrt{|k_0^2 - (s\pi/c)^2|}, \quad k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0},$$

ϵ_0, μ_0 — диэлектрическая и магнитная проницаемости свободного пространства; J_m, N_m, I_m, K_m — цилиндрические функции; X_{ms}, Y_{ms} — амплитуды электрической и магнитной составляющих возбуждающего поля; X_{msn} и Y_{msn} — неизвестные амплитуды возбуждаемых цилиндрических волн E - и H -поляризации. От традиционной формы представления волн, переносящих электромагнитную энергию в виде функций Ханкеля, удовлетворяющих условию излучения на бесконечности, легко перейти к форме (1). Последняя более удобна, так как позволяет получить действительные системы уравнений.

Выражения для электромагнитных полей в областях $y \leq h$ и $h \leq y \leq d$, $r=a$ приведены в [6]. После удовлетворения граничным условиям на цилиндрической поверхности $r=a$ придем к системе функциональных уравнений, которую решим методом Трефтаца. В итоге получим два независимых уравнения для определения неизвестных коэффициентов трансформации XE_s^{mp} , YE_s^{mp} , XH_s^{mp} и YH_s^{mp} , аналогичные рассмотренным в [6]:

$$[A_{kp}^{ms}] [X_{ms}] + [B_{kp}^{ms}] [Y_{ms}] = \begin{cases} [C_k^{ms}], & X_{ms}=1, Y_{ms}=0 \\ [D_k^{ms}], & X_{ms}=0, Y_{ms}=1 \end{cases}, \quad (3)$$

Из решения первого уравнения (3) определим коэффициенты трансформации E -поляризованной волны в волны E - и H -поляризации, а из решения второго — коэффициенты трансформации H -поляризованной волны.

2. Трехмерная векторная задача. В соответствии с методом парциальных задач электромагнитное поле в окрестности цилиндрической неоднородности (область I, $|z| \leq d/2$) представим в виде [7]

$$\begin{aligned} E_y = & \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \left\{ \sum_{p=0}^{\infty} T_{mp} \left[\chi_m(k_p r) \cos \frac{p\pi}{c} y + \sum_{s=0}^{\infty} XE_s^{mp} \zeta_m(k_s r) \cos \frac{s\pi}{c} y \right] + \right. \\ & \left. + \sum_{p=1}^{\infty} P_{mp} \sum_{s=0}^{\infty} XH_s^{mp} \zeta_m(k_s r) \cos \frac{s\pi}{c} y \right\}, \\ H_y = & \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \left\{ \sum_{p=1}^{\infty} P_{mp} \left[\chi_m(k_p r) \sin \frac{p\pi}{c} y + \sum_{s=1}^{\infty} YH_s^{mp} \zeta_m(k_s r) \sin \frac{s\pi}{c} y \right] + \right. \\ & \left. + \sum_{p=0}^{\infty} T_{mp} \sum_{s=1}^{\infty} YE_s^{mp} \zeta_m(k_s r) \sin \frac{s\pi}{c} y \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

T_{mp} и P_{mp} — неизвестные амплитуды цилиндрических волн E - и H -поляризаций.

При записи полей в остальной области прямоугольного волновода (область II) будем использовать разложение по его собственным волнам с учетом симметрии системы относительно плоскости $z=0$. Последнее позволяет решать независимые четную и нечетную задачи, т. е. рассматривать только область $z \leq -d/2$:

$$\begin{aligned} E_y = & \sum_{n,p=0}^{\infty} A_{pn} \exp(-ik_{pn}z) \cos \frac{p\pi}{c} y \sin \frac{n\pi}{d} x, \\ H_y = & (\exp(ik_{10}z) - B_{10} \exp(-ik_{10}z)) \sin \frac{\pi}{c} y + \\ & + \sum_{n,p=0}^{\infty} B_{pn} (1 - \delta_p^1 \delta_n^0) \exp(-ik_{pn}z) \sin \frac{p\pi}{c} y \cos \frac{n\pi}{d} y, \end{aligned} \quad (5)$$

где δ — символ Кронекера,

$$k_{10} = \sqrt{k_0^2 - (\pi/c)^2}, \quad k_{pn} = \sqrt{(p\pi/c)^2 + (n\pi/d)^2 - k_0^2}, \quad p \neq 1, n \neq 0.$$

Здесь B_{10} — коэффициент отражения волны H_{10} (предполагается одномодовый режим волновода), A_{pn} и B_{pn} — неизвестные амплитуды возбуждаемых реактивных волн.

Удовлетворяя граничным условиям в дискретных точках границы раздела областей I и II, а также на нижней и верхней стенах волновода (метод коллокаций), легко записать систему линейных алгебраических уравнений, аналогичную приведенной в [7]:

$$\sum_{m,s=0}^{\infty} [T_{ms} \varphi_r^{ps}(x_i, -d/2) + P_{ms} \psi_r^{ps}(x_i, -d/2)] -$$

$$-\sum_{n=0}^{\infty} [A_{pn}\theta_r^p(x_i, -d/2) + B_{pn}\zeta_r^p(x_i, -d/2)] = 0, \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots I_1, \quad p = 1, 2, \dots P, \quad r = 1, 2, 3, 4;$$

$$\sum_{m,s=0}^{\infty} [T_{ms}\alpha_r^{ps}(0, d; z_i) + P_{ms}\beta_r^{ps}(0, d; z_i)] = 0, \quad (7)$$

$$i = 1, 2, \dots I_2, \quad p = 1, 2, \dots P, \quad r = 1, 2.$$

Функции φ_r^{ps} , ψ_r^{ps} , α_r^{ps} , β_r^{ps} , θ_r^p , ζ_r^p легко вычисляются из выражений (4), (5) и уравнений Максвелла. Индекс p указывает вариацию поля по оси y ; индекс i — коллокационную точку; индекс r — тангенциальные компоненты электромагнитного поля E_y , E_x , H_y , H_x в уравнениях (6) и тангенциальные компоненты E_y и E_z в уравнениях (7); I_1 — количество точек на границе областей I и II, I_2 — на нижней и верхней стенах волновода.

Так как в плоскости $z=0$ располагается либо магнитная, либо электрическая стенка, то с помощью подстановки

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{pn} &= \frac{A_{pn}}{\operatorname{Im} B_{10}}, & \tilde{B}_{pn} &= \frac{1 - \operatorname{Re} B_{10}}{\operatorname{Im} B_{10}}, & \tilde{B}_{pn} &= \frac{B_{pn}}{\operatorname{Im} B_{10}}, \\ \tilde{T}_{ms} &= \frac{T_{ms}}{\operatorname{Im} B_{10}}, & \tilde{P}_{ms} &= \frac{P_{ms}}{\operatorname{Im} B_{10}} \end{aligned} \quad (8)$$

комплексную систему (6), (7) можно преобразовать в две независимые действительные системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные коэффициенты отражения B_{10}^+ четной и нечетной задач связанны с величинами \tilde{B}_{10}^\pm следующим образом:

$$\operatorname{Re} B_{10}^\pm = \frac{1 - (\tilde{B}_{10}^\pm)^2}{1 + (\tilde{B}_{10}^\pm)^2}, \quad \operatorname{Im} B_{10}^\pm = \frac{2\tilde{B}_{10}^\pm}{1 + (\tilde{B}_{10}^\pm)^2}. \quad (9)$$

3. Исследование сходимости систем уравнений. Все системы уравнений решались численно методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцам. Исследование внутренней сходимости матричных уравнений (3) показало, что при удовлетворении требований, рекомендованных в [8] для учета особенности вблизи острого края, т. е. при выполнении соотношения $M_1/M_2 \approx (c-h)/h$, где M_1 — количество учитываемых вариаций поля в области $h \leq y \leq c$, а M_2 — в области $0 \leq y \leq h$, результаты быстро стабилизируются с увеличением ранга редуцированных систем. Так, для численной сходимости результатов в четвертой значащей цифре необходимо учитывать порядка 16 гармоник по высоте радиальной линии.

В волноводной задаче сходимость результатов зависит как от по-перечных размеров цилиндрической неоднородности, так и от величины смещения ее оси к нижней стенке волновода. Для симметричного расположения чешуй толще структура, тем больше надо брать коллокационных точек I ($I = I_1 + I_2$) и учитывать больше гармоник по ширине волновода. Наилучшая стабильность численных результатов достигается при выполнении условия $I_1 \approx I_2$, когда коллокационные точки расположены равномерно по границе областей I и II ($0 \leq x \leq d$, $z = -d/2$), а также по нижней и верхней стенкам волновода ($x = 0, d$, $-d/2 \leq z \leq 0$). Например, когда диаметр штыря равен 60% высоты волновода, стабилизация результатов в четвертой-пятой значащей цифре достигается при $I \approx 14$.

Смещение оси цилиндрической структуры к стенке волновода приводит к возрастанию коэффициентов φ_r^{ps} , ψ_r^{ps} и т. д. в системе (6), (7).

Эти величины пропорциональны отношению цилиндрических функций $\chi_m(k_p r_i) / \chi_m(k_p r_0) = \gamma_{mp}^i$, где r_0 — расстояние от оси структуры до ближайшей стенки волновода, r_i — радиус i -й коллокационной точки. Так как $r_i/r_0 \sim (d/2+g)/(d/2-g)$, то при $m \gg k_p r_i$ $\gamma_{mp}^i \sim [(d/2+g)] \times [(d/2-g)^{-1}]^m$. Когда $g \rightarrow d/2$, величина γ_{mp}^i резко нарастает для точек, удаленных от ближайшей стенки, и уже при $I=5$ и относительном смещении $g/d \approx 0,3$ $\gamma_{mp}^i \sim 10^3$, а при $I=10$ — $\gamma_{mp}^i \sim 10^6$. Система (6), (7) имеет большую асимметрию относительно главной диагонали и чувствительна к ошибкам округления при ее численном обращении. Для повышения устойчивости численного решения перенесем границу областей I и II с линии $z=-d/2$ на линию $z=-d/2+g$. В результате асимметрия матричного уравнения значительно уменьшится.

Модельный эксперимент показал, что равномерное расположение точек коллокации по новой границе сопряжения областей I и II позволяет получить наилучшую сходимость системы (6), (7). Стабилизация численных результатов в третьей-четвертой значащей цифре достигается примерно при одном и том же количестве точек коллокации для небольших и средних величин смещения $I \approx 10$, $P=3$. Однако чем больше величина g/d , тем больше требуется брать гармоник по ширине и высоте волновода, особенно в резонансных областях, когда $g \rightarrow d/2$ и $k_0 l \rightarrow \pi/2$. Здесь необходимо более точно учитывать особенность поля у острого края штыря. Когда штырь близко расположен к металлической поверхности, электромагнитное поле, сосредоточенное вблизи острого края, существенно влияет на резонансные свойства структуры. Так, отличие численных результатов при учете четырех и пяти гармоник по ширине волновода, когда $a/d=0,2$ и $g/d=0,25$, наблюдается в третьей значащей цифре, а при $a/d=0,1$ и $g/d=0,38$ — уже во второй. Вне резонансной области внутренняя сходимость на один-два порядка выше.

Сравнение численных результатов расчета параметров эквивалентной схемы тонкого штыря, длина которого равна ширине волновода, с данными [1] показало их удовлетворительное количественное соответствие во всей рабочей полосе прямоугольного волновода (отличие не превышало трех процентов).

4. Трансформирующие и резонансные свойства металлического штыря с диском на торце. Расчеты показали, что цилиндрическая структура существенно влияет на коэффициент прохождения K волны H_{10} , когда ее диаметр занимает более 40% высоты волновода. Тогда КСВН (коэффициент стоячей волны) превышает 1,5 и резко увеличивается с ростом толщины штыря. На рис. 2а приведены зависимости модуля $|K|$ от относительной длины волны λ/λ_{kp} (λ — длина волны в свободном пространстве, λ_{kp} — критическая длина волны H_{10}) при $c/d=2,3$, $l/c=0,78$, $b=a$. Как следует из графиков, в окрестности критической длины волны $|K|$ резко падает, особенно это заметно у толстого штыря,

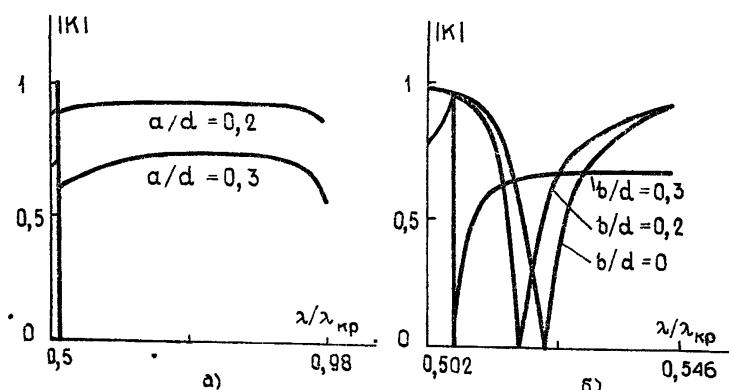


Рис. 2.

В высокочастотной области наблюдается резонансное явление, которое у тонкой структуры смещено в область двумодового режима волновода. Собственная частота этого резонанса слабо зависит от длины и диаметра стержня, а определяется, в основном, размерами диска. На рис. 2б показано изменение резонансной характеристики в зависимости от диаметра штыря при $c/d=2,3$, $l/c=0,78$, $a/d=0,3$. Уменьшение толщины стержня приводит к снижению добротности и небольшому сдвигу резонанса в длинноволновую область. Данное резонансное явление обусловлено взаимодействием реактивных волн прямоугольного волновода с цилиндрической неоднородностью. Аналогичные физические эффекты используются в фильтрах на запредельных волноводах.

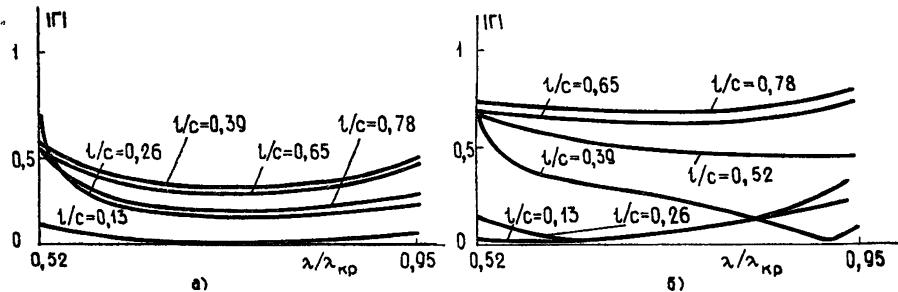


Рис. 3.

На рис. 3 показано поведение модуля коэффициента отражения Γ в рабочей полосе волновода для различных длин стержня ($c/d=2,3$, $a/d=0,3$, а) — $b/d=0,1$; б) — $b/d=0,3$). С ростом длины стержня КСВН возрастает, при этом в высокочастотной области наиболее существенно. Затем при $l/c=0,3 \div 0,5$ величина Γ стабилизируется в области коротких волн, но продолжает нарастать в области длинных. Дальнейшее увеличение длины стержня приводит к обратному эффекту — коэффициент отражения уменьшается (рис. 3а).

Когда диаметр диска равен диаметру штыря при $0,1 \leq l/c \leq 0,55$, наблюдается низкодобротный параллельный резонанс (рис. 3 б). По мере увеличения длины стержня резонансная частота смещается в длинноволновую область. Здесь толстый штырь ведет себя подобно резонансной диафрагме в волноводе. Отметим возрастание Γ в области длинных волн для коротких стержней.

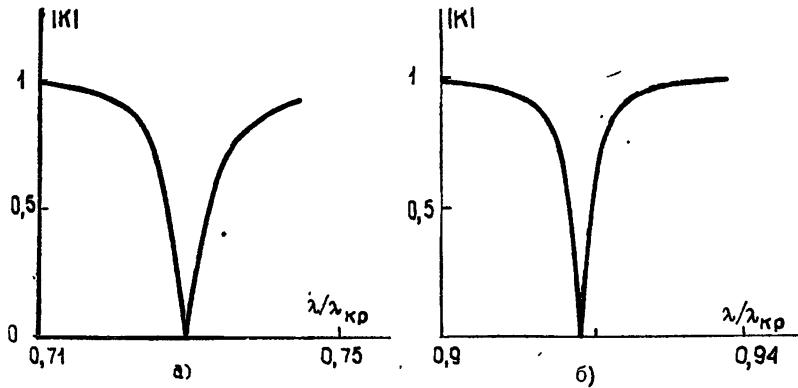


Рис. 4

Смещение оси металлического штыря к нижней стенке прямоугольного волновода приводит к существенному изменению трансформирующих свойств электродинамической структуры. Здесь проявляются резонансные явления, обусловленные ТЭМ-волной в двухпроводной линии, образованной стенкой волновода и штырем, когда длина последнего приблизительно равна четверти длины волны в свободном пространстве.

Как следует из приведенных на рис. 4 графиков ($c/d=2,3$, $b=a$, $l/d=0,9$; а) — $a/d=0,3$, $g/d=0,15$; б) — $a/d=0,2$, $g/d=0,25$), чем толще штырь и чем ближе он расположен к стенке волновода, тем шире резонансная характеристика. На рис. 5 показаны зависимости частоты и добротности от смещения при $c/d=2,3$, $b=a$, $a/d=0,2$, $l/d=0,7$.

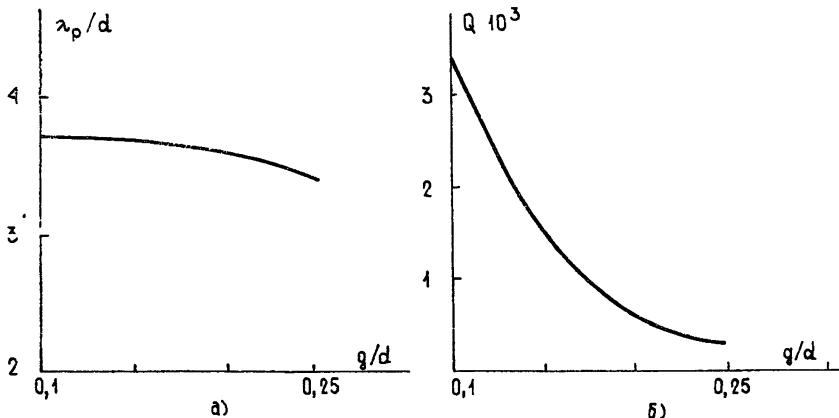


Рис. 5.

На рис. 6 показаны зависимости резонансной частоты и добротности для различных длин штыря l при $c/d=2,3$, $a/d=0,2$. Резонансная частота обратно пропорциональна l , за исключением узкой области в коротковолновой части одномодового режима волновода (рис. 6а).

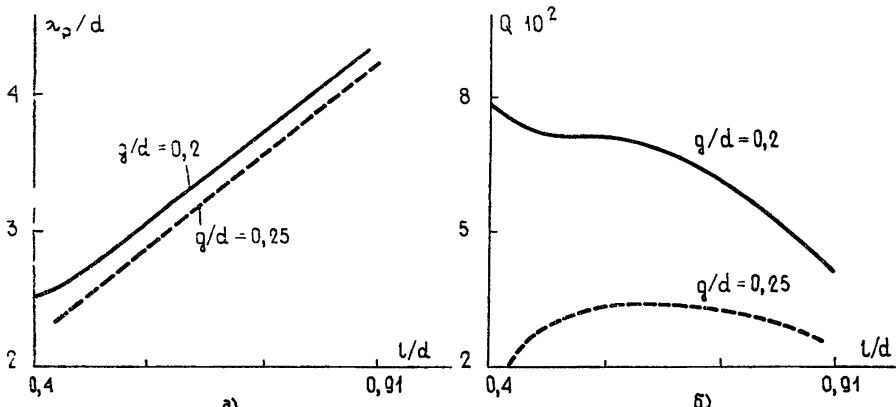


Рис. 6.

Добротность вначале растет с увеличением длины штыря, а затем падает. Аналогичное поведение имеет место в антенах в виде полуволнового вибратора. Для больших зазоров, когда в окрестности штыря колебание ТЕМ менее выражено на фоне других колебаний, добротность вначале падает с ростом l , а затем начинает возрастать.

Решена трехмерная векторная краевая задача о емкостном штыре с диском на торце, расположенным в прямоугольном волноводе. Проведено исследование численной устойчивости алгоритма. Изучено поведение коэффициентов матрицы рассеяния и параметров эквивалентной схемы в широкой области изменения геометрических размеров и длины волны. Выявлены резонансные явления, обусловленные взаимодействием волноводных волн с цилиндрической неоднородностью.

Полученные результаты, а также разработанная программа расчета параметров эквивалентной схемы и матрицы рассеяния могут быть использованы при проектировании волноводных СВЧ узлов на основе рассмотренной структуры.

ЛІТЕРАТУРА

1. Справочник по волноводам / Под ред. Фельда Я. Н.—М.: Сов. радио, 1952.
2. Левин Л. Теория волноводов. Методы решения волноводных задач.—М.: Радио и связь, 1981.
3. Швингер Ю.—Зарубежная радиоэлектроника, 1970, № 3, с. 5.
4. Эйзенгардт Р. Л., Кан П. Д.—Зарубежная радиоэлектроника, 1972, № 8, с. 102.
5. Мошинский А. В.—Радиотехника и электроника, 1980, 25, № 3, с. 487.
6. Буторин В. М., Фиалковский А. Т.—Радиотехника и электроника, 1981, № 5, с. 933.
7. Буторин В. М., Фиалковский А. Т.—Радиотехника и электроника, 1981, № 11, с. 2273.
8. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов.—М.: Мир, 1974.

Поступила в редакцию
21 июля 1986 г.

H₁₀-MODE SCATTERING BY METALLIC PIN-DISK STRUCTURES PLACED IN H-PLANE OF A RECTANGULAR WAVEGUIDE

V. M. Butorin

Three-dimensional vector boundary condition problem of the capacity pin-disk structures placed in the rectangular waveguide have been solved. The algorithm number stability based on the partial problems is studied. The transformation and resonant property of the cylindrical structures for wide-range variation of the dimension and a wavelength have been analysed.

ИНСТРУКЦИЯ ПО СОСТАВЛЕНИЮ РЕФЕРАТОВ

1. В реферате кратко излагается основное содержание статьи. Реферат должен дать читателю представление о характере освещаемой работы, оригинальности постановки вопроса, методике проведения исследования и его основных результатах.

2. Реферату должно предшествовать библиографическое описание в следующем виде: название статьи, фамилия и инициалы автора, название журнала, где помещается статья. Текст реферата начинается непосредственно с изложения существа работы без повторения заголовка. Форма изложения материала не обязательно должна повторять форму изложения оригинальной статьи.

3. Если оригинал содержит большое количество цифровых данных, их следует обобщить и систематизировать.

4. Средний объем реферата 1,5—2 страницы машинописного текста, отпечатанного через два интервала на белой писчей бумаге обычного формата (30×21) в двух экземплярах с полем 4 см с левой стороны.

5. Таблицы, схемы, графики и пр. могут быть включены в том случае, если они отражают основное содержание работы или сокращают текст реферата. Сообщение о наличии в реферируемой работе таблиц, схем, графиков, фотографий, карт, рисунков необходимо давать в конце реферата. Например, табл. 2, ил. 10.

6. Формулы приводятся только в том случае, если они необходимы для понимания статьи. Громоздкие математические выражения помещать не следует. Формулы следует вписывать четко, не изменения принятых в оригинале обозначений величин. Формулы и буквенные обозначения вписываются черными чернилами во второй экземпляр. Вписывание формул и буквенных обозначений, а также исправление замеченных опечаток в первом экземпляре не делается.

7. В конце реферата в квадратных скобках указывается название учреждения или предприятия, в котором автор реферируемой работы (если эти данные приводятся в статье) провел работу. Подпись автора и дату написания реферата следует ставить в левом нижнем углу на обоих экземплярах реферата.