ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXXI, № 7 *РАДИОФИЗИКА* *1988*

УДК 621.178.325

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОПТИЧЕСКИХ СОЛИТОНОВ В ОДНОМОДОВЫХ ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДАХ; РОЛЬ ВОЗМУЩАЮЩИХ ФАКТОРОВ

В. А. Выслоух, П. А. Мишнаевский

С помощью метода моментов интенсивности исследовано взаимодействие пары односолитонных импульсов с одновременным учетом таких возмущающих факторов, как оптические потери, групповая дисперсия третьего порядка, разность фаз между импульсами, скорость изменения нелинейной поляризации. Проанализирована роль этих факторов Для длины столкновения солитонов получены явные аналитические выражения.

Практическая реализация солитонных режимов распространения пикосекундных оптических импульсов на расстояния в десятки километров [1] поставила ряд новых вопросов перед теорией [2]. В частности, реалистические оценки предельной скорости передачи солитонных последовательностей по волоконным линиям связи требуют учета таких возмущающих факторов, как оптические потери, дисперсия высших порядков, нелинейная добавка к групповой скорости, ответственная за формирование ударной волны огибающей, и т. д.

Настоящая работа содержит результаты теоретического исследования взаимодействия пары односолитонных импульсов, проведенного с учетом возмущающих факторов. Основной интерес здесь представляет зависимость длины столкновения солитонов от начального расстояния между ними. В основу анализа положен метод моментов интенсивности [3], позволивший получить для длины столкновения явные аналитические выражения.

1. Динамика изменения комплексной амплитуды импульса в одномодовом волоконном световоде описывается модифицированным нелинейным уравнением Шредингера

$$i\frac{\partial\psi}{\partial\xi} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2} - \eta|\psi|^2\psi + i\beta\frac{\partial^3}{\partial\tau^3}\psi - i\gamma\frac{\partial}{\partial\tau}[|\psi|^2\psi] - i\alpha\psi. \qquad (1)$$

Здесь ξ — расстояние, пройденное импульсом по световоду, выражено в дисперсионных длинах $L_д = \tau_0^2/|k''|$, $\xi = z/L_д$, $k'' = d^2k/d\omega^2|_{\omega=\omega_0}$, $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$, τ_0 — начальная полуширина импульса, $\tau = (t - z/v)/\tau_0$, $\beta = k'''/(6\tau_0|k''|)$, v — групповая скорость, $k''(\omega_0)$ и $k'''(\omega_0)$ — дисперсии второго и третьего порядков соответственно, $k(\omega_0)$ — постоянная распространения основной моды, $\alpha = \alpha_1 L_д$, α_1 — затухание в волокне, $\gamma = \lambda_0/\pi c\tau_0$ определяет скорость изменения нелинейной поляризации, $\psi(\xi,\tau) = E(\xi,\tau)/E_0$, E — электрическое поле, $E_0 = \sqrt{|k''|c\eta/\omega_0\tau_0 n_2\delta}$ — его амплитуда, $P = (|k''|/\tau_0^2)(n_1 a^2\lambda_0 c\eta\varepsilon_0/4\delta n_2)$ — мощность, a — радиус сердцевины волокна, δ — геометрический фактор, $\delta \simeq 0{,}5$, η — постоянная, если $\eta = 1$, то мощность импульса P соответствует критической мощности формирования одного солитона, n_2 характеризует зависимость показателя преломления от интенсивности, $n = n_1 + n_2|E|^2$, $n_2 \approx 1{,}2\cdot10^{-22}$ (м/В)^2, $\varepsilon_0 = 8{,}8542\cdot10^{-12}$ Ф/м.

Рассмотрим начальное условие в виде

$$\psi(\xi=0,\tau) = \mathrm{sech}(\tau - y) + e^{iv}\,\mathrm{sech}(\tau + y), \qquad (2)$$

что соответствует паре солитонов, первоначально удаленных на расстояние $2yv\tau_0$ друг от друга, или второму солитону, появившемуся на $2y\tau_0$ позже первого, кроме того, эти солитоны имеют разность фаз ϑ.

Введем момент интенсивности второго порядка $R^2(\xi)$ с помощью соотношения

$$R^2(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \tau^2 |\psi(\xi, \tau)|^2 d\tau . \tag{3}$$

Очевидно, что $R^2(\xi)$ характеризует изменяющееся в процессе распространения расстояние между импульсами. По аналогии с рассмотрением работы [3] можно показать, что второй момент интенсивности удовлетворяет уравнению

$$\begin{gathered} \frac{d^2}{d\xi^2} R^2(\xi) = -2B(\xi, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \{2|\psi'_\tau|^2 - |\psi|^4 + i(\psi\psi^{*\prime}_\tau - \\ - \psi^* \psi'_\tau)[\gamma|\psi|^2 + (6\beta - 2\gamma)(|\psi|^2)'_\tau \tau - \alpha\tau] - 6i\beta(\psi''_{\tau\tau}\psi^{*\prime}_\tau - \psi^{*\prime\prime}_{\tau\tau}\psi'_\tau) + \\ + 18\beta^2|\psi''_{\tau\tau}|^2 + \tau^2\alpha^2|\psi|^2 - 18\beta\alpha\tau|\psi'_\tau|^2 + 6(\gamma)^2|\psi|^6 - 9\alpha\gamma\tau|\psi|^4 - \\ - 12\gamma\beta|\psi|^2(\psi''_{\tau\tau}\psi^* + \psi\psi^{*\prime\prime}_{\tau\tau})\} d\tau, \quad \eta = 1 \end{gathered} \tag{4}$$

с начальными условиями

$$\frac{d}{d\xi} R^2(\xi)|_{\xi=0} = -\alpha R^2(0) ,$$

$$R^2(0) \stackrel{\text{def}}{=} A(y) = \frac{2\pi^2}{\operatorname{sh}(2y)} \left\{ \frac{\operatorname{sh}}{2}(2y)\left(1 + \frac{12y^2}{\pi^2}\right) + \cos\vartheta\, y\,(1 + 4y^2/\pi^2) \right\} .$$

Заметим, что для уравнения (1) при $\alpha = 0$ сохраняется, т. е. не зависит от ξ, величина $I = \int_{\infty}^{\infty} |\psi(\xi, \tau)|^2 d\tau$, а при $\alpha = \gamma = 0$, кроме того, сохраняются интегралы

$$\mathscr{E} = (1/2)\int_{-\infty}^{\infty} \{|\psi'_\tau|^2 - |\psi|^4 - i\beta(\psi''_{\tau\tau}\psi^{*\prime}_\tau - \psi'_\tau\psi^{*\prime\prime}_{\tau\tau})\} d\tau, \quad P = \operatorname{Im}\int_{-\infty}^{\infty} uu^{*\prime}_\tau \, d\tau.$$

Эти интегралы играют роль «числа частиц» и «энергии» (см. [4], с. 523). В нашем случае (в отличие от [3] и [4], с. 522), где рассматривалось двумерное уравнение Шредингера, правая часть уравнения (4) не выражается полностью через сохраняющиеся интегралы даже в случае $\alpha = \gamma = 0$. Тем не менее, при относительно малых α, γ из выше приведенных интегралов сохранения для $\alpha = \gamma = 0$ следует, что зависимостью правой части (4) от ξ можно пренебречь. Это было подтверждено также численными расчетами на ЭВМ. Таким образом, правая часть (4) берется при $\xi = 0$.

С учетом этого (аналогично [3] и [4], с. 523) для момента интенсивности второго порядка можно получить следующее выражение:

$$R^2(\xi) = A(y) - \alpha A(y)\xi - B(y)\xi^2, \quad B(y) = (-1/2)\alpha^2 A(y) + B_0(y) ,$$

где

$$\begin{gathered} B_0(y) = \frac{4}{S^3}\{\cos\vartheta(2yS^2 + (2 + \cos(2\vartheta))(2yC - S))\} + \\ + 8\frac{\sin\vartheta}{S^4}\left\{\left(\beta - \frac{5}{6}\gamma\right)\cos\vartheta(8yC^2 + 4y - 3S) + \right. \\ + \beta(2yC^3 + 16C - 5S - 4C^2S) + \gamma\left(4yC - \frac{2}{3}C^2S - \frac{4}{3}S\right) - \end{gathered}$$

$$-\frac{\gamma}{3}\,(4S-4yC^3-14yC+5C^2S)\Big\}-36\beta^2\Big\{\frac{7}{15}+$$

$$+\frac{2\cos\vartheta}{S^5}\,\big(y(S^4+10C^2+10S^2+14)-2CS(5+C^2)\big)\Big\}-$$

$$-24\,\gamma\beta\left\{\frac{4}{5}-\frac{4}{5}\,\frac{(2+\cos(2\vartheta))}{S^5}\left[24C^3+6yC-S^3-\frac{4}{3}\,C^2S-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{8}{3}\,S\right]+4\cos\vartheta(9CS-18y-12S^2)\right\}-$$

$$-\gamma^2\left\{\frac{32}{5}+\frac{12}{S^5}\,(2\cos\vartheta(1+\cos(2\vartheta))(8yC^2+4y-6CS))+\right.$$

$$+\cos\vartheta\,[48yC^2+36y+2(C^2+S^2)CS-44CS]+$$

$$\left.+4(3+2\cos(2\vartheta))(8S+4C^2S-24yC)\right\},$$

$$C=\mathrm{ch}(2y),\quad S=\mathrm{sh}(2y),\quad \eta=1\,.$$

Будем считать, что солитоны сталкиваются, когда $R^2(\xi)=A(0)$. Можно было бы взять $R^2(\xi)=0$, тогда для длины столкновения мы получили бы завышенное значение, это связано с тем, что уравнение (1) для $\psi(\xi,\tau)$ в окрестности $R(\xi)=0$ перестает быть справедливым ([4], с. 524). Тогда для длины столкновения $L(y)$ получаем следующее выражение

$$L\,(y)=\frac{L_{\text{д}}(-\alpha x^2+x\sqrt{\alpha^2x^2+H(x)})}{2(1-\alpha^2x^2/2)}\,,$$

$$H(x)=4(1-\alpha^2x^2/2)\,(1-A(0)/A(y)),\qquad x=\sqrt{\frac{A\,(y)}{B_0\,(y)}}\,,\qquad (5)$$

$$L\,(y)\approx L_{\text{д}}x\sqrt{1-\frac{A\,(0)}{A\,(y)}}\left(1-\frac{\alpha x}{2}\Big/\sqrt{1-\frac{A\,(0)}{A\,(y)}}\right),$$

если $\alpha\ll1$, где $L_{\text{д}}=\tau_0^2/|k''|$. Это выражение допускает при $y\gg1$ следующую простую аппроксимацию, справедливую, как показала проверка на ЭВМ, уже при $y\geqslant3/2$:

$$x=\frac{\exp\,(y)\sqrt{y}}{2\sqrt{\cos\vartheta}}\sqrt{\frac{1+\pi^2}{12\,y^2}}\,\frac{1}{\sqrt{h\,(y)}}\,,\qquad (6)$$

$$h(y)=1+\mathrm{tg}\,\vartheta\left[\beta\left(1-\frac{2}{y}\right)+\frac{2}{3}\,\frac{\gamma}{y}+\gamma\beta\left(4-\frac{5}{y}\right)\right]-$$

$$-\frac{\exp\,(2y)}{y\cos\vartheta}\left[\frac{21}{40}\,\beta^2+\frac{3}{5}\,\gamma\beta+\frac{\gamma^2}{5}\right],\qquad \eta=1\,.$$

Заметим, что при $B_0(y)\leqslant0$ или, соответственно, $h(y)\leqslant0$, а также при $\pi/2\leqslant|\vartheta|\leqslant\pi$ солитоны не сталкиваются.

Аналогичным образом можно получить выражение для длины столкновения в случае гауссовых импульсов, распространяющихся подобно солитонам на начальной стадии. Если считать, что в (1) $\eta=1$ по-прежнему, то начальное условие берется в виде

$$\psi(\xi=0,\tau)=\sqrt[4]{8}\,\{\exp(-(\tau-y)^2)+e^{i\vartheta}\exp(-(\tau+y)^2)\},\tag{7}$$

т. е. амплитуда гауссова импульса, для того чтобы он распространялся подобно солитону, должна быть больше амплитуды солитона в $\sqrt[4]{8}$ раз. Это получается, если подставить в (4) выражение для ψ из (7) с произвольной амплитудой.

Длина столкновения для начального условия (7) описывается по-прежнему выражением (5), где для x имеет место следующая аппроксимация:

$$x=\frac{\exp(y^2)}{2\sqrt{\cos\vartheta}\sqrt{h(y)}},$$

$$h(y)=\left(1-\frac{\exp(2y^2)}{(4y^2-1)}\left(\frac{135}{4}\beta^2+\frac{\sqrt{3}}{4}\gamma^2-\frac{30}{\sqrt{2}}\gamma\beta\right)\right).\tag{8}$$

Так как при $\pi/2\leqslant|\vartheta|\leqslant\pi$ солитоны не сталкиваются, то если мы усредним приближенное выражение для $L(y)$ по ϑ при $0\leqslant|\vartheta|\leqslant\pi/2$, считая, что фазы распределены равномерно в этом промежутке, то получим, что при $\alpha=\beta=\gamma=0$ $\bar{L}(y)=1{,}669\,L(y,\vartheta=0)$, т. е. учет несинфазности импульсов приводит к увеличению средней длины столкновения по сравнению с синфазным случаем при $\vartheta=0$ в 1,669 раз.

Проанализируем теперь с помощью формул (5), (6) роль возмущающих факторов α, β, γ, ϑ во взаимодействии солитонов. Как уже отмечалось, длина столкновения увеличивается в несинфазном случае, кроме того, при $\vartheta\neq0$, $\alpha\ll1$, $\beta\ll1$, $\gamma\ll1$ длина столкновения уменьшается по сравнению со случаем $\alpha=\beta=\gamma=0$. Если же $\vartheta=0$, то при росте α $(\alpha\ll1)$ длина столкновения по-прежнему уменьшается, а при росте β,γ — увеличивается. При достаточно большом затухании α как в синфазном, так и в несинфазном случаях рост α приводит к резкому увеличению длины столкновения, и при α, большем некоторого критического значения, зависящего от начального расстояния между солитонами, солитоны не сталкиваются. В синфазном случае при росте β,γ длина столкновения увеличивается, то же будет наблюдаться и в несинфазном случае, когда β,γ будут больше некоторых критических величин, зависящих от разности фаз между солитонами. Если затухание отсутствует, $\alpha=0$, то из (5), (6) следует, что при фиксированных γ, y, ϑ можно подобрать такое β, что $d^2R^2(\xi)/d\xi^2=0$, т. е. момент интенсивности второго порядка будет приближенно сохраняться, а вместе с ним и среднее расстояние между солитонами. Из (6) при $\vartheta\approx0$ для β получаем следующее выражение:

$$\beta=\left(-4\gamma\pm\sqrt{\exp(-2y)\,y\,(280/3)-(8/3)\gamma^2}\right)/7\approx$$

$$\approx\pm\sqrt{y}\exp(-y)\sqrt{40/21},\qquad\gamma=0.$$

Если же дисперсии второго и третьего порядков фиксированы, то этого эффекта можно добиться, увеличивая или уменьшая полуширину импульса, при $\vartheta=0$,

$$\tau_0=\sqrt{\frac{21}{40}\,\frac{\exp(y)}{\sqrt{y}}\,\sqrt{\left(\frac{k'''}{6|k''|}\right)^2+\frac{8}{21}\left(\frac{k'''\lambda_0}{|k''|\,\pi c}\right)+\frac{\lambda_0^2}{\pi^2c^2}}}\,.$$

На рис. 1 представлена зависимость нормированной длины столкновения солитонов $L_{\text{н}}(y)=L(y)/L_{\text{д}}$ от половины начального расстояния между ними y для различных α, β, γ, $X=2y$, $Y=L_{\text{н}}(X/2)$.

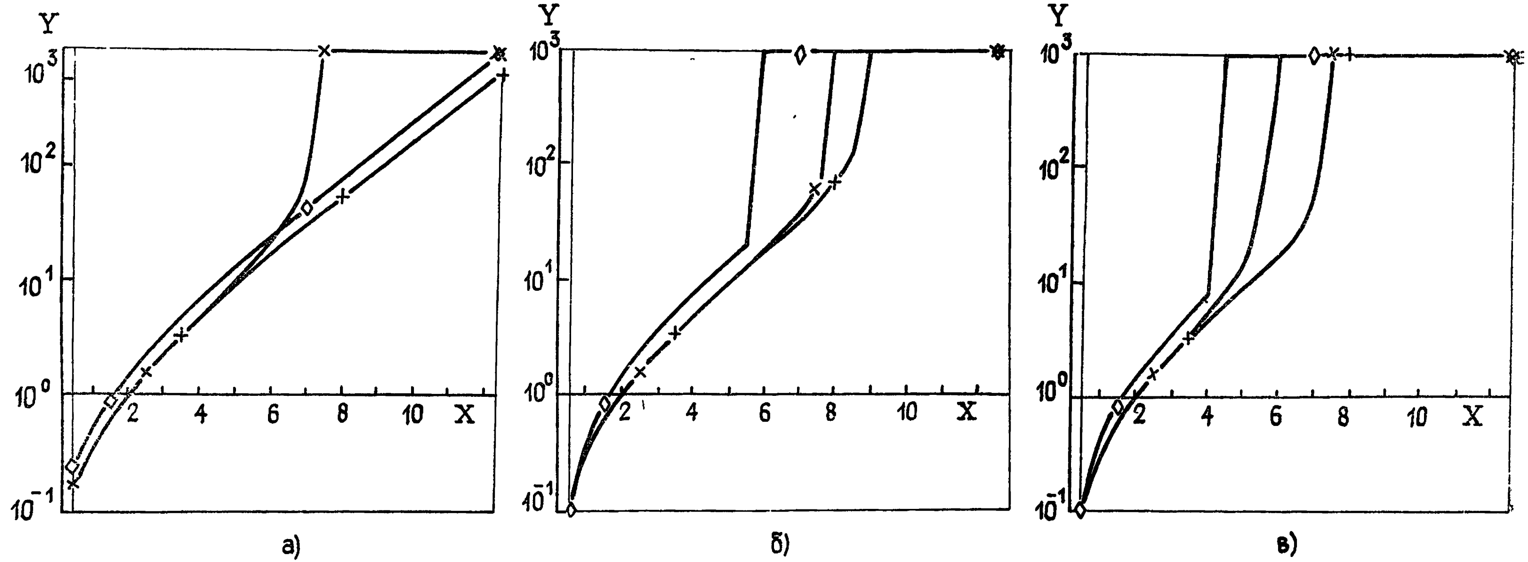

Рис. 1. Представлены зависимости нормированной длины столкновения солитонов $L_н(y)=L(y)/L_д$ от половины начального расстояния между ними y для различных α, β, γ, здесь $X=2y$, $Y=L_н(X/2)$; на каждом графике $+$ — для первого значения β, $\times$ — для второго, $\diamond$ — для нормированной средней длины столкновения:

а) $\alpha=0$, $\beta=0$; 0,05; 0, $\gamma=0$, $\vartheta=0$, б) $\alpha=0{,}0023$, $\beta=0{,}02$, 0,03; 0,02, $\gamma=0{,}01$; в) $\alpha=0{,}0115$, $\beta=0{,}05$; 0,1; 0,05, $\gamma=0{,}002$.

Из формул (5)—(8), кроме того, следует, что длина столкновения чувствительна к форме импульса, длина столкновения в случае гауссовых импульсов значительно больше.

Полученные формулы для длины столкновения позволяют с учетом возмущающих факторов эффективно оценивать ширину полосы или скорость передачи информации по одномодовым волоконным световодам, для этого можно воспользоваться формулами, предложенными в [5–7], подставив в них выражение для длины столкновения из формул (6) или (8), усредненное по ϑ.

Обычно зависимость длины столкновения от начального расстояния определяется численно, путем сложных расчетов на ЭВМ, без одновременного учета всех выше приведенных возмущающих факторов. Приближенные аналитические зависимости были получены в синфазном случае при $\alpha=\beta=\gamma=0$ в работе [5] на основе работы [8] и в работе [7]. При этом на самом деле из [8] следует, что длина столкновения ровно в два раза меньше, чем в [5]. В самом деле, из начального условия (2) и [8] можно получить, что расстояние между солитонами в точке ξ

$$\Delta(\xi)=\ln[(1/2)\exp(2y)(\mathrm{ch}(\xi 4e^{-y}\sin(\vartheta/2))+\cos(\xi 4e^{-y}\cos(\vartheta/2)))].$$

Отсюда при $\vartheta\approx 0$ получаем, что точка ξ, где $\Delta(\xi)=0$, в первый раз будет

$$\xi=\frac{\pi}{4}\,\frac{\exp(y)}{\cos(\vartheta/2)}\quad \text{или}\quad L(y)=L_{д}\frac{\pi}{4}\,\frac{\exp(y)}{\cos(\vartheta/2)}. \tag{9}$$

Это выражение отличается от (6), поскольку метод теории возмущений работы [8] справедлив только для $y\gg 1$. Тем не менее, и в (6) и в (9) при $y\gg 1$ $L(y)$ растет как $\exp(y)$. Предложенная в [7] формула для $L(y)$ дает неправильную асимптотику даже для $y\gg 1$, а именно $\exp(3y/2)$. В [6] была сделана попытка при $\alpha=\gamma=0$ учесть вариационным методом влияние несинфазности и дисперсии третьего порядка, когда $\beta\ll 1$. При этом взаимодействие между солитонами учитывалось только членами $(|\psi_1|^2+|\psi_2|^2)\psi_i$, $i=1, 2$, в нелинейном уравнении Шредингера. Зависимости от конкретной разности фаз между солитонами поэтому получено не было. Асимптотика при $y\gg 1$ для длины столкновения имела вид $L(y)\approx\exp(2y)$, резко отличаясь тем самым от асимптотики в синфазном случае. В работе [9] при $\alpha=\gamma=\vartheta=0$ путем численного счета на ЭВМ было замечено, что подбором β можно добиться того, чтобы расстояние между солитонами не менялось. Как уже было отмечено выше, этот эффект следует из формул (5), (6), когда затухание равно нулю.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mollenauer L. F., Stolen R. H., Islam M. N — Opt. Lett., 1985, **10**, p. 229.
2. Ахманов С. А., Выслоух В. А., Чиркин А. С. — УФН, 1986, **149**, с. 449.
3. Власов С. Н., Петрищев В. А., Таланов В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1971, **14**, № 9, с. 1353.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М: Наука, 1982, с. 522.
5. Blow K. J., Doran N. J. — Electronics Lett., 1983, **19**, p. 429.
6. Anderson D, Lisak M. — Phys. Rev. A, 1985, 32, p 2270.
7. Shiojiri E., Fujii Y. — Appl. Opt., 1985, **24**, p. 358.
8. Karpman V. I., Solov'ev V. V. — Physica, **3D**, 1981, p. 487.
9. Chu P. L., Desem C. — Electronics Lett., 1985, **21**, p. 228.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию 15 сентября 1986 г.

THE INTERACTION OF OPTICAL SOLITONS IN SINGLE-MODE FIBERS; THE ROLE OF DISTURBING FACTORS

V. A. Vysloukh, P. A. Mishnaevskij

With the help of the intensity moment method the interaction between two single-soliton pulses are investigated. Simultaneously such factors as optical losses, third-order group dispersion, the optical carrier phase difference between pulses, the velosity of change of a non-linear polarization are taken into account. The role of these factors are analysed. Evident analytical expressions are obtained for the length of collision.