

УДК 550.388.2

**ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ
НЕУСТОЙЧИВОСТИ ФАРЛЕЯ—БУНЕМАНА.**

**· I. ЭВОЛЮЦИЯ ПЛАЗМЕННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ
В СКРЕЩЕННЫХ МАГНИТНОМ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЯХ**

Ю. Л. Свердлов

Рассмотрена задача об эволюции слабых неоднородностей в *E*-слое ионосферы, движущихся под воздействием внешнего электрического поля. Показано, что при скорости движения, большей скорости ионного звука, возникает неустойчивость Фарлея—Бунемана. Возникновение неустойчивости приводит к тому, что процесс диффузионного расплывания неоднородности в направлении движения сменяется процессом ее сжатия. В результате крупномасштабные ионосферные неоднородности превращаются в мелкомасштабные анизотропные неоднородности, способные интенсивно рассеивать радиоволны УКВ и СВЧ диапазонов.

Для описания рассеивающих свойств авроральных мелкомасштабных неоднородностей *E*-слоя полярной ионосферы Букер [1] воспользовался гауссовой анизотропной корреляционной функцией и получил аналитическое выражение для поперечника рассеяния единичного объема. Модель Букера сравнительно хорошо описывала пространственные закономерности рассеяния, но давала отличную от эксперимента кривую зависимости интенсивности сигнала от частоты радара. Кроме того, она не описывала наличие порогового эффекта возникновения авроральных неоднородностей. Пороговый эффект и ряд других закономерностей хорошо объясняются с позиций возникновения в ионосферной плазме неустойчивости Фарлея—Бунемана (Ф.—Б.). Однако развитая на сегодняшний день линейная теория этой неустойчивости (см. [2] и ссылки в ней) не позволяет получить аналитическое выражение для поперечника рассеяния единичного объема. Для этого требуется знание стационарного спектра, а его определение на основе нелинейных уравнений весьма сложная задача, строгого решения которой до сих пор не получено. Отсутствие выражения для поперечника особенно остро стало ощущаться в последнее время в связи с появлением ряда новых экспериментальных данных, нуждающихся в интерпретации [3, 4]. Основные трудности задачи построения модели авроральных неоднородностей во многом обусловлены особенностями традиционного подхода к анализу неустойчивости Ф.—Б. с позиций анализа свойств отдельной спектральной компоненты. Предлагаемый в данной работе пространственно-временной подход, в котором рассматривается эволюция не отдельной спектральной компоненты, а всего спектра в целом, оказывается в этом плане более перспективным.

При таком подходе задача об образовании мелкомасштабных (размер поперек магнитного поля — доли метра) анизотропных неоднородностей сводится к задаче о пространственно-временной эволюции исходных крупномасштабных (размер поперек магнитного поля — несколько метров) неоднородностей ионосферы, движущихся под воздействием внешнего электрического поля. Задачи об эволюции ионосферных неоднородностей неоднократно рассматривались в литературе [5–8], но лишь для случаев, когда дрейфовая скорость меньше

скорости ионного звука. В данной работе рассматриваются неоднородности, движущиеся со скоростью больше скорости ионного звука. При этом возникает новый эффект Ф.—Б. неустойчивости, которая приводит к тому, что обычное диффузионное расплывание неоднородности в направлении движения сменяется сжатием. В результате образуются анизотропные неоднородности, вытянутые вдоль силовых линий магнитного поля Земли и сжатые в направлении движения до размера в несколько лармировских радиусов электронов.

Поскольку для решения задачи используются линеаризованные гидродинамические уравнения плазмы, то полученное на этой основе решение не описывает заключительную стадию процесса сжатия. Но ряд физических соображений позволяет дать ее качественное описание и, в конечном счете, получить простое аналитическое выражение, отображающее основные закономерности процесса образования авроральных неоднородностей.

1. Постановка задачи. Задача об эволюции ионосферных неоднородностей рассматривается в рамках модели безграничной слабоанизированной плазмы, находящейся в однородном электрическом (E_0) и магнитном (B_0) полях. Считается, что в начальный момент $t=0$ в ионосфере существуют слабые изотропные неоднородности с размерами много больше размеров мелкомасштабных неоднородностей, регистрируемых радаром. Причина возникновения этих неоднородностей в данном случае безразлична. Это могут быть слабые неоднородности градиентно-дрейфовой природы, возникающие в слабых полях [2, 9], или неоднородности, порожденные турбулентностью нейтральной атмосферы, и т. п. Задача состоит в том, чтобы исследовать эволюцию исходных неоднородностей при их движении под воздействием внешнего электрического поля, величина которого может превышать пороговое значение Ф.—Б. неустойчивости.

Поведение слабых неоднородностей в ионосферной плазме описывается системой линеаризованных уравнений двухжидкостной гидродинамики [2, 10]

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + N_0 \nabla v_a + V_a \nabla n_a = 0, \\ \frac{\partial v_a}{\partial t} + V_a \nabla v_a + v_a v_a = \mp \frac{e}{m_a} \left(E_0 + \frac{1}{c} [v_a B_0] \right) - \frac{v_{Ta}^2}{N_0} \nabla n_a, \quad (1.1)$$

дополненных уравнениями Максвелла. Индекс a здесь соответствует электронам (e) или ионам (i), верхний знак относится к индексу e , а нижний — к i . Остальные обозначения обычные: m_a — масса частицы, v_a — ее скорость, v_a — частота столкновения с нейтралами, $v_{Ta} = \sqrt{T_a/m_a}$ — средняя тепловая скорость, T_a — температура, E — электрическое поле, e — заряд электрона, c — скорость света, V_a — регулярная дрейфовая скорость. Обычный способ решения этой системы состоит в том, что каждую из входящих в нее переменных представляют в спектральной форме:

$$S(r, t) = \frac{1}{j(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{pt} dp \int S(p, k) e^{ikr} d^3 k,$$

где $S(r, p) = \int_0^\infty S(r, t) e^{-pt} dt$ — одностороннее преобразование Лапласа по переменной t , $S(k, p) = \int_{-\infty}^\infty S(r, p) e^{-ikr} d^3 r$ — преобразование Фурье по пространственной переменной r .

При переходе к спектрам система дифференциальных уравнений (1.1) преобразуется в систему алгебраических уравнений, решая которую получают выражение для спектра плазменных неоднородностей

$$n(\mathbf{k}, p) = f(\mathbf{k})/F(\mathbf{k}, p), \quad (1.2)$$

где $f(\mathbf{k})$ — спектр исходных неоднородностей в момент $t=0$, $F(\mathbf{k}, p)$ — дисперсионная функция плазмы. Корни $p_m = \gamma_m(\mathbf{k}) + j\Omega_m(\mathbf{k})$ дисперсионного уравнения $F(\mathbf{k}, p) = 0$ являются полюсами функции $n(\mathbf{k}, p)$. Поэтому по теореме о вычетах можно записать

$$n(\mathbf{k}, t) = f(\mathbf{k}) \sum_m \frac{p - p_m}{F(\mathbf{k}, p)_{p=p_m}} e^{p_m t}. \quad (1.3)$$

В дальнейшем из всех корней дисперсионного уравнения нас будет интересовать лишь тот, который имеет минимальную величину γ , т. е. соответствует наиболее медленному процессу. Обратное фурье-преобразование (1.3) по \mathbf{k} дает для этого вычета

$$n(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{8\pi^3} \int \frac{f(\mathbf{k})(p - p_1)}{F(\mathbf{k}, p)_{p=p_1}} e^{j(\mathbf{k})t + j\Omega(\mathbf{k})t + j\mathbf{k}\mathbf{r}} d^3 k \quad (1.4)$$

В качестве исходных неоднородностей удобно оперировать с суммой гауссообразных неоднородностей

$$n(\mathbf{r}, 0) = \sum \delta N_\mu \exp \left[-\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\mu)^2}{T_\mu^2} \right], \quad (1.5)$$

имеющих размер T_μ и расположенных в случайных точках пространства \mathbf{r}_μ . Поскольку задача рассматривается в линейном приближении, для которого справедлив принцип суперпозиции, ее можно решать для отдельной изолированной неоднородности

$$f(\mathbf{k}) = \pi^{3/2} \delta N T^3 \exp \left(-\frac{k^2 T^2}{4} \right). \quad (1.6)$$

2. Диффузионное расплывание движущейся неоднородности. Дисперсионное уравнение плазмы для E -области ионосферы исследовано во многих работах [2, 11–13]. В них показано, что для продольных электростатических волн оно может быть упрощено и сведено к квадратному уравнению вида

$$\frac{(m_i/m_e)\alpha'_e}{k^2 v_{Te}^2 \alpha'_e + \nu_e p' (1 + p'/\nu_e)} + \frac{1}{k^2 v_{Ti}^2 + \nu_i p'' (1 + p''/\nu_i)} = 0, \quad (2.1)$$

где

$$\alpha'_e = \alpha_e \left(1 + \frac{1}{\sigma_e} \cos^2 \beta \right), \quad \alpha_e = \frac{\nu_e^2}{\omega_{He}^2}, \quad (2.2)$$

$$p' = p - j\mathbf{k}V_e, \quad p'' = p - j\mathbf{k}V_i, \quad \cos \beta = k_z/k.$$

Вектор \mathbf{B}_0 здесь направлен по оси z , а вектор \mathbf{E}_0 — по оси y .

Поскольку диффузионное расплывание неоднородности — процесс медленный ($p \ll \nu_e, \nu_i$), то в (2.1) обычно пренебрегают p'/ν_e и p''/ν_i по сравнению с единицей [5, 6, 14]. Тогда дисперсионное уравнение становится уравнением первого порядка, корень которого $p = \gamma + j\Omega$ записывается в виде

$$\gamma = -k^2 \frac{V_s^2 R}{\nu_i(1+R)}, \quad \Omega = \frac{\mathbf{k}(V_e + RV_i)}{1 + R}, \quad (2.3)$$

где $V_s = \sqrt{2\nu_{Ti}}$ — скорость ионного звука,

$$R = \frac{m_i v_i}{m_e v_e} \alpha'_e. \quad (2.4)$$

Подстановка (2.3) и (1.6) в (1.4) приводит к интегралу

$$n(r, t) = \int \exp \left[-\frac{k^2 T^2}{4} - k^2 \frac{V_s^2 R}{v_i(1+R)} t + j \frac{k(V_e + RV_i)}{1+R} + jkr \right] d^3 k, \quad (2.5)$$

который не выражается через элементарные функции. Исследование его свойств, а также численные расчеты при $T=0$, $V_e = V_i = 0$ выполнены в ряде работ [5, 7], где показано, что линии равной концентрации в (2.5) существенно отличаются от эллипсоидальных. Приближенно их можно представить в виде суперпозиции двух эллипсоидов, характерные размеры которых определяются униполярными коэффициентами диффузии электронов $D_{e\parallel} = D_e$, $D_{e\perp} = D_e \alpha_e$ и ионов $D_{i\parallel} = D_{i\perp} = D_i$. Такая особенность диффузионного расплывания слабой неоднородности в присутствии магнитного поля обусловлена тем, что в этом случае квазинейтральность расплывающегося ионного гаусса обеспечивается не за счет электронов исходной неоднородности, а за счет продольного (вдоль поля) притока электронов из фоновой плазмы. Аналогичным образом квазинейтральность расплывающегося электронного гаусса обеспечивается за счет притока ионов из фоновой плазмы [6]. В фоновой плазме при этом образуется область обеднения и объем суммарно возмущенной концентрации оказывается существенно большим, чем объем самих диффундирующих эллипсоидов.

Если V_e и V_i не равны нулю, то картина усложняется и появляются новые эффекты: возмущенная концентрация движется и расщепляется на два сгустка.

В работах [7, 8] разработан метод приближенного расчета интеграла (2.5), основанный на замене подынтегральной функции асимптотическим ($k^2(V_s^2/v_i)t \gg 1$) выражением

$$\exp \left(-k^2 \frac{V_s^2}{v_i} t \frac{R}{1+R} \right) \approx \exp \left(-k^2 \frac{V_s^2}{v_i} R t \right) + \exp \left(-k^2 \frac{V_s^2}{v_i} t \right). \quad (2.6)$$

Интеграл в этом случае разбивается на сумму двух интегралов $n(r, t) \approx n_e(r, t) + n_i(r, t)$, из которых первый описывает поведение электронного, а второй — ионного гаусса. Учитывая, что при малых R выражение для Ω в (2.3) превращается в kV_e , получим для электронного гаусса

$$n_e(r, t) = \frac{\delta N T^3}{V ABD} \exp \left(-\frac{X^2}{A} - \frac{Y^2}{B} - \frac{Z^2}{D} \right), \quad (2.7)$$

где

$$A = B = T^2 + 8r_{He}^2 v_e t, \quad X = x - V_{ext} t, \quad (2.8)$$

$$D = T^2 + 8l_e^2 v_e t,$$

$l_e = v_{Te}/v_e$ — длина свободного пробега электронов, $r_{He} = v_{Te}/\omega_{He}$ — ларморовский радиус электронов.

3. Неустойчивость Бунемана—Фарли. Приведенные в предыдущем разделе результаты получены при условии $p'/v_e \ll 1$ и $p''/v_i \ll 1$, т. е. в предположении медленности процесса. Если не делать этого априорного предположения, а, учитывая, что $p \sim kV_e$ и $v_e > v_i$, ограничиться лишь первым неравенством $p'/v_c \ll 1$, то уравнение (2.1) будет уравнением второго порядка

$$p^2 + ap + q - jb = 0$$

со следующими коэффициентами ($V_i \sim 0$):

$$a = \frac{v_i(1+R)}{R}, \quad b = k_x V_{ex} \frac{v_i}{R}, \quad q = k^2 V_s^2.$$

Интересующий нас корень этого уравнения записывается в виде

$$p \approx \frac{(b/a)^2 - q}{a} + j \frac{b}{a} = \gamma + j\Omega,$$

где

$$\gamma = - \frac{R}{v_i(1+R)} [k^2 V_s^2 - \Omega^2],$$

$$\Omega = k_x V_{ex} / (1+R).$$

Выражение (3.1) отличается от (2.3) только наличием дополнительного слагаемого Ω^2 в квадратных скобках. При малых $V_{ex} \ll V_s$ это слагаемое несущественно, но при $V_{ex} > V_s$ оно меняет знак декремента γ , превращая его в инкремент Φ .—Б. неустойчивости [9].

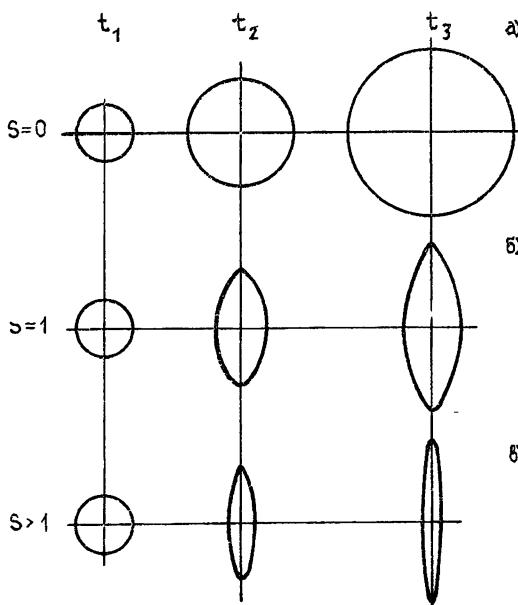


Рис. 1 Расплывание неоднородности в плоскости x, y для трех моментов времени $t_1 < t_2 < t_3$:
а) неподвижная неоднородность ($S=0$), б) неоднородность, движущаяся со скоростью ионного звука ($S=1$), в) неоднородность, движущаяся со скоростью, большей скорости ионного звука ($S>1$).

Рассмотрим вначале особенность диффузионного расплывания неоднородности, движущейся со скоростью, близкой к скорости ионного звука $S = V_e/V_s \leq 1$. В этом случае выражение (2.7), описывающее движение электронного гауссона, будет отличаться от предыдущего лишь тем, что в параметре A (2.8) изменится величина коэффициента диффузии

$$A = T^2 + 8 r_{He}^2 v_e (1 - S^2) t, \quad (3.2)$$

а остальные параметры останутся прежними. Это приведет к тому, что диффузионное расплывание в плоскости x, y станет несимметричным. На рис. 1а, б показано, как расплывается неоднородность в этой плоскости при $S=0$ (неподвижная неоднородность) и $S=1$ (неоднородность, движущаяся со скоростью ионного звука). Из (3.2) следует, что при $S=1$ коэффициент диффузии обращается в нуль и размер

неоднородности вдоль оси x не меняется. Концентрация

$$I = \delta N T^3 / \gamma \bar{A} \bar{D} \quad (3.3)$$

в этом случае убывает с течением времени до нуля, но медленнее, чем в предыдущем, так как расплывание происходит только по осям z и y .

Обратимся теперь к случаю, когда неоднородность движется со скоростью, большей скорости ионного звука $S > 1$, т. е. к случаю Ф.—Б. неустойчивости. Коэффициент диффузии здесь становится величиной отрицательной,

$$A = T^2 - 8 r_{He}^2 v_e (S^2 - 1) t, \quad (3.4)$$

и процесс диффузионного расплывания неоднородности в направлении движения (вдоль x) сменяется процессом ее сжатия (рис. 1в). Поскольку B и D при этом остаются прежними,

$$B = T^2 + 8 r_{He}^2 v_e t, \quad D = T^2 + 8 D_e t, \quad (3.5)$$

то выражение (2.7) описывает неоднородность, сжимающуюся вдоль x и расплюывающуюся вдоль z и y . В сжатии неоднородности и состоит физический смысл эффекта. Со спектральных позиций этот эффект проявляется в том, что в сжимающейся по оси x неоднородности спектр $\exp(-k^2 A/4)$ по k_x уширяется.

Выражение (2.7), полученное на основе линеаризованной системы гидродинамических уравнений (1.1), в этом смысле универсально, поскольку оно описывает как обычный процесс диффузионного расплывания неоднородности по трем осям ($S \leq 1$), так и процесс диффузионного расплывания по двум осям (y, z) и сжатия по оси x ($S > 1$). Но в первом случае процесс эволюции неоднородности описывается полностью во всем интервале $0 \leq t < \infty$, а во втором, при некотором $t = t_0$, получается физически нереализуемый результат. Действительно, при

$$t_0 = T^2 [8 r_{He}^2 v_e (S^2 - 1)]^{-1} \quad (3.6)$$

размер неоднородности $l_x = \sqrt{A}$ обращается в нуль, а концентрация (3.3) — в бесконечность (рис. 2).

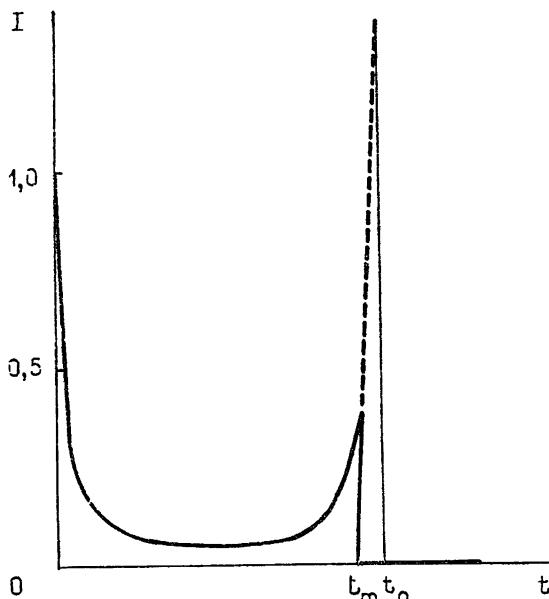


Рис. 2. Изменение концентрации I в зависимости от времени t . При $t \rightarrow t_0$ размер неоднородности стремится к нулю, а концентрация — к бесконечности (штриховая линия). В идеализированной модели при $t = t_m$ I обращается в нуль.

Этот результат является следствием того, что решение (2.7) распространяется на область малых поперечных размеров $l_x < r_{He}$, тогда как в плазме с магнитным полем минимальный поперечный размер неоднородности в принципе не может стать меньше ларморовского радиуса электрона [15, 16]. Легко при этом видеть, что даже в предельном случае $l_x = r_{He}$ максимальная концентрация (3.3)

$$I_m = \delta N \frac{S^2 - 1}{S} \frac{v_e}{\omega_{He}} \frac{T}{r_{He}}$$

не превышает исходной величины δN . При $S=2$, $v_e/\omega_{He} \sim 3 \cdot 10^{-3}$, $T=2$ м и $r_{He} \sim 8 \cdot 10^{-3}$ м получаем $I_m \approx 1,1 \delta N$.

Естественно ожидать, что тогда, когда поперечный размер приближается к некоторому граничному значению $l_x = T_0 > r_{He}$, в плазме возникают какие-то нелинейные процессы, которые останавливают сжатие и приводят в конечном счете к исчезновению неоднородности. Описание нелинейной стадии процесса сжатия и механизма исчезновения неоднородности представляет собой самостоятельную задачу, которая в данной работе не рассматривается.

Для построения простейшей модели эволюции неоднородности мы ограничимся тем же предположением, которое использовалось в работе [17], т. е. будем считать, что процесс исчезновения неоднородности протекает достаточно быстро и в первом приближении его можно заменить скачкообразным обращением концентрации в нуль (см. рис. 2). В результате получается следующая модель, отображающая основные закономерности эволюции авроральных неоднородностей. До момента

$$t_m = (T^2 - T_0^2) [8 r_{He}^2 v_e (S^2 - 1)]^{-1}$$

происходит сжатие неоднородности, описываемое выражением (2.7), а при $t > t_m$ концентрация (3.3) скачком обращается в нуль:

$$n(r, t) = \begin{cases} \frac{\delta N T}{V A B D} \exp \left(-\frac{X^2}{A} - \frac{y^2}{B} - \frac{z^2}{D} \right), & 0 \leq t \leq t_m \\ 0, & t > t_m \end{cases} .$$

Здесь A , B и D определяются выражениями (3.4), (3.5), а X — выражением (2.8).

Пространственно-временной подход к анализу Ф.—Б. неустойчивости приводит к следующим результатам.

1) При электрических полях, превышающих некоторое пороговое значение, т. е. при условии, что скорость дрейфа превышает скорость ионного звука, первоначально существовавшие в ионосфере крупномасштабные неоднородности сжимаются в направлении дрейфа, а их пространственный спектр уширивается.

2) Одновременно со сжатием в направлении движения происходит интенсивное диффузионное расплывание неоднородности вдоль силовых линий магнитного поля. В результате изотропные неоднородности превращаются в анизотропные, размер которых вдоль поля составляет десятки метров, поперек поля (перпендикулярно движению) — единицы метров, а в направлении движения — доли метра.

3) Процесс сжатия продолжается до тех пор, пока размер неоднородности в направлении движения не достигнет некоторой критической величины T_0 . После этого ее концентрация резко уменьшается и неоднородность исчезает.

4) Время жизни отдельной неоднородности оказывается конечным, т. е. локальный процесс развития Ф.—Б. неустойчивости нестационарен. Наблюдаемая экспериментально стационарность радиолокационных отражений порождена тем, что в импульсном объеме содержится большое число неоднородностей, находящихся на разных этапах своей эволюции.

Автор признателен Б. Н. Гершману, Г. Х. Каменецкой, В. Е. Голанту, Л. Д. Цендину, В. А. Рожанскому, В. Н. Ораевскому, Е. В. Мишину, В. А. Липеровскому за дискуссии и ценные критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Booker H. G. — Atmos. Terr. Phys., 1956, 8, p. 204.
2. Гершман Б. Н., Игнатьев Ю. А., Каменецкая Г. Х. Механизм образования ионосферного спорадического слоя E на различных широтах. — М.: Наука, 1976. — 107 с.
3. Andree D. — J. Geophys. Res., 1983, 88, p. 8043.
4. Starkov G. V. et al. — J. Geophys., 1983, 52, p. 49.
5. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е. — УФН, 1967, 91, вып. 4, с. 609.
6. Жилинский А. П., Цендин Л. Г. — УФН, 1980, 131, вып. 3, с. 343.
7. Рожанский В. А., Цендин Л. Г. — Физика плазмы, 1975, 1, вып. 5, с. 944.
8. Рожанский В. А., Цендин Л. Г. — Физика плазмы, 1977, 3, вып. 2, с. 382.
9. Гринвальд Р. А. Исследование высокосиротной ионосферы и магнитосферы Земли. — Л.: Наука, 1982, с. 3.
10. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е. — Геомагнетизм и аэрономия, 1965, 5, с. 251.
11. Lee K., Kennel C. F., Kindel I. M. — Radio Sci., 1971, 6, № 2, p. 209.
12. Kato S., Hirata Y. — Rep. Ionos. and Space. Res. Japan, 1967, 21, № 3, p. 85.
13. Wang T., Tsunoda R. T. — J. Geophys. Res., 1975, 80, № 16, p. 2172.
14. Голант В. Е. — УФН, 1963, 79, с. 377.
15. Ораевский В. Н., Коников Ю. В., Хазанов Г. В. Процессы переноса в анизотропной плазме. — М.: Наука, 1985. — 172 с.
16. Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З. Физика плазмы для физиков. — М.: Атомиздат, 1976. — 316 с.
17. St. — Maurice J. P., Schlegel K. — J. Geophys. Res., 1983, 88, p. 4087.

Полярный геофизический институт
Кольского филиала АН СССР

Поступила в редакцию
24 июня 1986 г.

SPATIAL-TEMPORAL ASPECT OF THE ANALYSIS OF THE FARLEY-BUNEMAN INSTABILITY. I. THE EVOLUTION OF THE CROSS-FIELD PLASMA INSTABILITIES

Yu. L. Sverdlov

The evolution of the E -region irregularities driving for the ambient ionospheric electric field is considered. It is shown that Farley-Buneman instability is arising when the drift velocity exceeds the ion acoustic velocity. The instability appearance leads to a substitution of the irregularity spread process by the process of its contraction in the motion direction. In the result the large scale auroral irregularities are transformed into the small scale auroral irregularities capable of VHF and UHF radio-waves intensity scattering.