

УДК 550.388

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВНУТРЕННИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В АТМОСФЕРНОМ ВОЛНОВОДЕ, ВОЗБУЖДАЕМОМ ТУРБУЛЕНТНЫМИ ВИХРЯМИ

И. Н. Дробязко, В. Н. Красильников

Некоторые экспериментально наблюдаемые особенности волновых возмущений в ионосфере предлагается объяснить волноводным распространением длинных внутренних гравитационных волн (ВГВ), генерируемых в атмосфере совокупностью крупномасштабных турбулентных вихрей. В модели волновода учтены основные особенности вертикального распределения температуры и скорости ветра в атмосфере. Рассчитанные спектры полей ВГВ сопоставлены с экспериментальными данными по ионосферным волновым возмущениям.

В настоящее время имеется достаточно обширный [1] экспериментальный материал, позволяющий связать наличие волновых возмущений электронной концентрации в ионосфере с распространением ВГВ в верхней атмосфере. По приведенным в [1] данным, для наблюдаемых в D -области ионосферы волновых возмущений характерны четко выраженные максимумы спектральной плотности со средними значениями периодов около 6; 12 и 24 мин. В данной работе предлагается объяснить упомянутую особенность волновых возмущений волноводным распространением ВГВ, генерируемых атмосферной турбулентностью.

В атмосфере с реальными распределениями температуры, ветра и вязкости имеет место волноводное распространение длинных гравитационных волн. В нашей работе [2] показано, что в реальной атмосфере, при увеличивающейся с высотой вязкости, выделяется ограниченный диапазон частот $\Delta\omega$, пригодных для волноводного распространения. При определении частотно-энергетических характеристик поля ВГВ реальный волновод может быть заменен эквивалентной двухслойной моделью. Параметры последней, обеспечивающие волноводное распространение ВГВ в полосе $\Delta\omega$, определены в [2]. Используя упрощенную модель, обоснованную в [2], рассмотрим распространение ВГВ в неподвижном и невязком слое атмосферы $0 \leq z \leq h$ ($n=1$), имеющем фиксированную температуру T_1 . Слой снизу ограничен поверхностью Земли $z=0$, а сверху — полупространством $z > h$ ($n=2$), движущимся с постоянной горизонтальной скоростью и имеющим постоянные вязкость и температуру T_2 , превышающую T_1 .

Генерация акустико-гравитационных волн (АГВ) атмосферной турбулентностью рассматривалась нами в работе [3], где показано, что крупномасштабный циклонический вихрь является эффективным источником ВГВ. В качестве источника, возбуждающего волновод, возьмем совокупность турбулентных вихрей, статистика которых подчиняется определенным закономерностям. Предположим, что на не имеющее, как показано в [3], спектральных особенностей поле в ближней зоне одного такого источника накладываются поля более удаленных вихрей. На больших по сравнению с размерами вихрей расстояниях их можно заменить сосредоточенными источниками с энергетическим спектром, полученным в [3] для атмосферного вихря со свойственными ему временным и пространственным масштабами турбулентности.

Сравнение результатов расчета спектральных характеристик полей ВГВ, излучаемых системой вихрей, с экспериментально наблюдаемыми спектрами покажет, в какой мере последние могут быть обоснованы с помощью предлагаемой модели.

1. В работе [3] рассмотрена генерация ВГВ в безграничной изотермической атмосфере круговым вихрем цилиндрической формы с диаметром основания L_0 , высотой h_0 и максимальной скоростью ветра U_0 внутри вихря. Там же в [3] получено выражение для среднего за время наблюдения T квадрата спектральной плотности давления $|p_\omega^2| = Q_p(\omega, L_0, h_0, U_0, T)/R^2$ в поле ВГВ на совмещенной с нижним основанием цилиндра линии горизонта при больших расстояниях R от атмосферного вихря. Такому распределенному источнику можно сопоставить эквивалентный точечный излучатель, характеризуемый интенсивностью $\sqrt{Q_\omega}$, для которого

$$|p_\omega^2| = Q_\omega / (4\pi)^2 R^2 \omega^2 (\omega_b^2 - \omega^2) = Q_p(\omega) / R^2. \quad (1)$$

Отсюда находим, что $Q_\omega = (4\pi)^2 Q_p(\omega) \omega^2 (\omega_b^2 - \omega^2)$, где величина $\sqrt{Q_p(\omega)}$ — производительность источника в единицу времени. Зависимость Q_p от частоты иллюстрируется рис. 1. В соответствии с этим будем считать, что на произвольной частоте ω волновод возбуждается точечным монохроматическим источником $q = \sqrt{Q_\omega} e^{-i\omega t}$.

Рассмотрим в декартовой системе координат x, y, z слой толщиной h : $0 \leq z \leq h$, $-\infty < x < \infty$, $-\infty < y < \infty$, заполненный находящимся в однородном поле силы тяжести $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$ неподвижным горизонтально-однородным невязким атмосферным газом со скоростью звука c_1 . Нижняя граница $z=0$ слоя закреплена, а сверху он ограничен полупространством $z > h$, газообразная среда в котором, имеющая более высокую температуру и, следовательно, скорость звука c_2 , движется со скоростью $\mathbf{U} = U\mathbf{e}_x$ и обладает вязкостью с постоянным кинематическим коэффициентом ν . Равновесное давление p_0 и плотность ρ_0

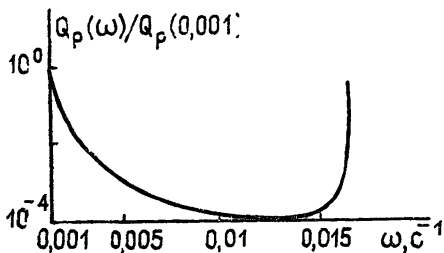


Рис. 1.

меняются с высотой z по барометрическому закону в слое $\rho_{01}/\rho_{0h} = \rho_{01}/\rho_{0h} = \exp[-(z-h)/H_1]$, в верхнем полупространстве $\rho_{02}/\rho_{0h} = \rho_{02}/\rho_{0h} = \exp[-(z-h)/H_2]$, где H — высота однородной атмосферы, ρ_{0h} и ρ_{0h} — давление и плотность на поверхности $z=h$.

Поле эквивалентного крупномасштабному вихрю точечного монохроматического ВГВ-источника $q(\mathbf{r})e^{-i\omega t} = \sqrt{Q_\omega} e^{-i\omega t} \delta(x) \delta(y) \delta(z-z_0)$ в рассматриваемой среде описывается функциями давления $p^{(n)}(x, y, z) = P^{(n)}(x, y, z) \exp[-(z-h)/2H_n]$. Здесь $\iiint_{-\infty}^{\infty} q(\mathbf{r}) dx dy dz = \sqrt{Q_\omega}$, а вспомогательные функции $P^{(n)}(x, y, z)$, подвергнутые фурье-преобразованию по горизонтальным координатам x и y , удовлетворяют линейаризованным уравнениям

$$\left[(\omega_{b1}^2 - \omega^2) x^2 + \omega^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \omega^2 \frac{\omega_{a1}^2 - \omega^2}{c_1^2} \right] P^{(1)}(k_x, k_y, z) = -q_x \delta(z - z_0) \exp[(z-h)/2H_1]; \quad (2)$$

$$\left[(\omega_{b2}^2 - \Omega^2) x^2 + \Omega^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \Omega^2 \frac{\omega_{a2}^2 - \Omega^2}{c_2^2} \right] P^{(2)}(k_x, k_y, z) = 0, \quad (3)$$

где ω_{bn} — частота Брента—Вайселя, ω_{an} — акустическая частота обрезаия в слое ($n=1$) и в полупространстве над слоем ($n=2$), $\kappa = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, $\Omega = \omega - k_x U$ — доплеровское изменение частоты для плоской волны в движущейся со скоростью U среде, а

$$q_{\kappa} = (2\pi)^{-2} \sqrt{Q_{\omega}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) \delta(y) \exp(-ik_x x - ik_y y) dx dy. \quad (4)$$

Решения уравнений (2), (3) должны удовлетворять условию излучения при $z \rightarrow \infty$ и линеаризованным граничным условиям

$$V_z^{(1)}(k_x, k_y, 0) = 0, \quad P^{(1)}(k_x, k_y, h) = P^{(2)}(k_x, k_y, h), \quad (5)$$

$$\frac{1}{(\omega^2 - \omega_{b1}^2)} \left(\frac{\partial}{\partial z} + \delta_1 \right) P^{(1)}(k_x, k_y, h) = \frac{1}{(\Omega^2 - \omega_{b2}^2)} \left(\frac{\partial}{\partial z} + \delta_2 \right) P^{(2)}(k_x, k_y, h),$$

где зависимость между величинами $P^{(n)}$ и $V_z^{(n)} = v_z^{(n)} \exp[-(z-h)/2H_n]$ (v_z — вертикальная компонента скорости в волне) дается формулой

$$V_z^{(n)} = \frac{-i\Omega}{(\Omega^2 - \omega_{bn}^2) \rho_{0n}} \left(\frac{\partial}{\partial z} + \delta_n \right) P^{(n)},$$

$$\Omega = \omega \text{ при } n=1, \quad \delta_n = \sqrt{\omega_{an}^2 - \omega_{bn}^2} / c_n.$$

Переходя в (2) и (3) к полярным координатам (ρ, φ) в пространстве (x, y) точек наблюдения и (κ, ψ) в пространстве (k_x, k_y) волновых векторов, решение задачи (2) — (5) при $z_0 \leq z \leq h$ представим двойным интегралом

$$P^{(1)}(\rho, \varphi, z) = -\sqrt{Q_{\omega}} \exp[(z_0 - h)/2H_1] \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} P^{(1)}(\kappa, \psi, z) \times \exp[i\kappa \rho \cos(\psi - \varphi)] d\psi \kappa d\kappa, \quad (6)$$

где

$$P^{(1)}(\kappa, \psi, z) = \frac{i}{2\omega^2} [\exp(-i\lambda_1 z_0) + R_3 \exp(i\lambda_1 z_0)] \times \\ \times [\exp(-i\lambda_1(h-z)) + R_p \exp(i\lambda_1(h-z))] \times \\ \times [\lambda_1 \exp(-i\lambda_1 h) (1 - R_p R_3 \exp(2i\lambda_1 h))]^{-1},$$

$$R_3 \equiv \frac{\lambda_1 + i\delta_1}{\lambda_1 - i\delta_1}, \quad R_p = \frac{(A\delta_1 - \delta_2) + i(A\lambda_1 - \lambda_2)}{(A\delta_1 + \delta_2) + i(A\lambda_1 + \lambda_2)}, \quad A = \frac{\Omega^2 - \omega_{b2}^2}{\omega^2 - \omega_{b1}^2},$$

$$\Omega^2 = \omega - c_1 M \kappa \cos \psi, \quad M = U/c_1 - \text{число Маха}, \quad \lambda_n = a_n \sqrt{\omega^2 - \omega_{bn}^2},$$

$$a_n \equiv \frac{\sqrt{|\omega_{bn}^2 - \omega_n^2|}}{\omega_n}, \quad \kappa_{0n} \equiv \frac{\omega_n^2 (\omega_{an}^2 - \omega_n^2)}{c_n^2 (\omega_{bn}^2 - \omega_n^2)}, \quad \omega_n = \begin{cases} \omega, & n=1 \\ \Omega, & n=2 \end{cases}.$$

После вычисления в (6) интеграла по ψ методом стационарной фазы при $\kappa \rho > 1$ решение задачи можно представить в виде контурного интеграла на комплексной плоскости (κ) :

$$P^{(1)}(\rho, \varphi, z) \simeq (2\pi)^{1/2} \sqrt{Q_p} \exp\left[(z_0 - h)/2H_1 - \frac{i\pi}{4}\right] \times \\ \times \int_{(\Gamma)} P^{(1)}(\kappa, \varphi, z) \frac{e^{i\kappa \rho}}{\sqrt{\kappa \rho}} d\kappa, \quad (7)$$

где входящее в $P^{(1)}(\kappa, \varphi, z)$ Ω имеет вид $\Omega = \omega - c_1 M \kappa \cos \varphi$. Поле ВГВ, прошедшее в полупространство $z > h$, удовлетворяет условию излучения, если $\text{Im} \sqrt{\kappa^2 - \kappa_{02}^2} > 0$. Это неравенство реализуется на контуре интегрирования (γ) в (7), проведенном на комплексной плоскости (κ), разрезанной из точек ветвления $\kappa = \pm \kappa_{0n}$ по линиям $\text{Re} \sqrt{\kappa^2 - \kappa_{02}^2} = 0$.

2. Для представления поля в волноводе в виде ряда нормальных волн интеграл в (7) вычисляется по теореме о вычетах в полюсах подынтегральной функции, лежащих в верхней полуплоскости (κ). Эти полюсы являются корнями дисперсионного уравнения

$$1 - R_p(\varphi) R_3 \exp(2i\lambda_1 h) = 0, \quad (8)$$

решение которого в случае произвольных границ слоя представляет основную трудность при определении характеристик нормальных волн. Зависимость R_p от угла φ еще больше усложняет задачу. Обычно для решения дисперсионного уравнения вида (8) используются приближенные, чаще всего итерационные методы. Мы избрали именно такой метод, причем сходимость итерационного процесса контролировалась по ходу вычислений. Расчеты показали, что достаточно выполнить 4—5 итераций, чтобы получить искомым корень с точностью 10^{-3} .

Влияние вязкого затухания в среде $z > h$ учитывалось путем введения по приведенной в [4] формуле малой поправки λ_2' к входящей в R_p величине λ_2 .

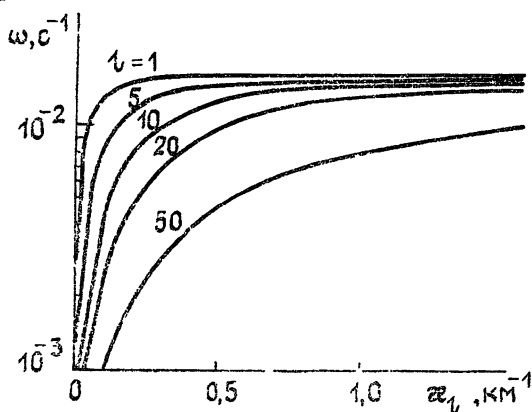


Рис 2.

Дисперсионные кривые $\omega = \omega_l(|\kappa|)$, рассчитанные для слоя толщиной $h = 100$ км, приведены на рис. 2. Качественно они остаются сходными с дисперсионными характеристиками ВГВ в безграничной атмосфере. Существенным отличием рассматриваемого случая от модели безграничной атмосферы является выделение на дисперсионной плоскости ($|\kappa|, \omega$) дискретного набора кривых $\omega = \omega_l(|\kappa|)$. Эти кривые, монотонно возрастаая с ростом $|\kappa|$, занимают ограниченный частотный интервал $0 \leq \omega \leq \omega_{b1}$.

Просачивание энергии из слоя в полупространство $z > h$ описывается мнимой частью κ_l' корней дисперсионного уравнения. На графиках рис. 3 приведены зависимости $\omega = \omega_l(\kappa', \varphi)$ для нескольких мод при перепаде температуры в три раза на высоте $h = 100$ км и скорости ветра, равной $0,1c_1$; сплошные, пунктирные и штрихпунктирные кривые относятся соответственно к случаю $\varphi = \pi/2, 0, \pi$. Из рис. 3, в частности, видно следующее. Когда $\varphi = \pi/2$ ($\Omega = \omega$), что эквивалентно отсутствию ветра в верхней среде, моды всех номеров распространяются без затухания в полосе частот $\omega_{b2} \leq \omega \leq \omega_{b1}$. Под влиянием ветра эта полоса расширяется — $\omega_{b2} - \Delta(\varphi) \leq \omega \leq \omega_{b1}$, если направление ветра и распространения волн совпадают ($\varphi = 0$), и сужается —

$\omega_{b2} + \Delta(\varphi) \leq \omega \leq \omega_{b1}$ — в противоположном случае ($\varphi = \pi$). Характерно, что величина $\Delta(\varphi)$ увеличивается с ростом номера l моды.

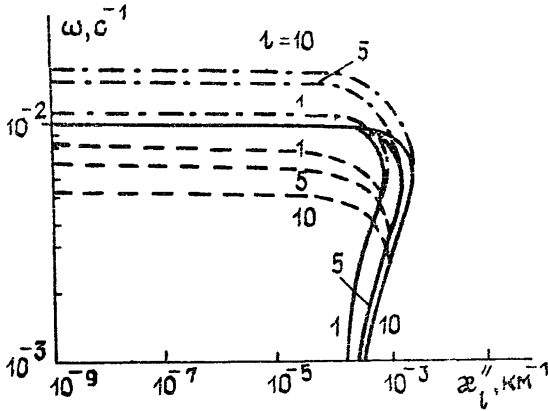


Рис. 3.

3. Удобное для расчетов на больших расстояниях от источника представление поля (7) в волноводе в виде суммы нормальных волн имеет вид

$$P^{(1)}(\rho, \varphi, z) \simeq \frac{\sqrt{Q_\omega} \exp[-(z_0 - h)/2H_1 + i\pi/4]}{4\sqrt{2\pi\rho} h (\omega_{b1}^2 - \omega^2)} \times$$

$$\times \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ [\exp(-i\lambda_l z_0) + R_3 \exp(i\lambda_l z_0)] [\exp(i\lambda_l z) + R_3^{-1} \exp(-i\lambda_l z)] \right\} \times \quad (9)$$

$$\times \left[1 - \frac{i}{2h} \frac{\omega^2}{\omega_{b1}^2 - \omega^2} \frac{\lambda}{\kappa} \frac{1}{R_p R_3} \frac{\partial(R_p R_3)}{\partial \kappa} \right]^{-1} \Bigg|_{\kappa = \kappa_l} \frac{\exp(i\kappa_l \rho)}{\sqrt{\kappa_l}}.$$

(Как показали расчеты, боковая волна по сравнению с рядом (9) в интересующих нас случаях несущественна.)

Проанализируем качественно по формуле (9) частотные свойства поля нормальных волн. Из характера обсуждавшихся в п. 2 кривых $\omega = \omega_l(\kappa_l'', \varphi)$ следует, что в полосе частот $\omega_{b2} \mp \Delta(\varphi) \leq \omega \leq \omega_{b1}$ ряд (9) содержит бесконечное число нормальных волн, распространяющихся без утечки энергии через верхнюю стенку волновода. Другая особенность ряда в (9) — его плохая сходимость на низких частотах из-за медленного убывания с увеличением номера l величины $1/\sqrt{\kappa_l}$, входящей в коэффициент возбуждения нормальных волн. Кроме того, поле ВГВ в (9) расходится на частоте ω_{b1} , так как в знаменателе (9) и у функции $Q_p(\omega)$ есть резонансная особенность при $\omega \rightarrow \omega_{b1}$. Поэтому при вычислении полей ВГВ в волноводе необходимо учесть их вязкую диссипацию. Для этого умножим каждый член ряда в (9) на $\exp[-\gamma(\kappa_l)\rho]$, где $\gamma(\kappa_l)$ — коэффициент вязкого затухания, вычисляющийся по общей формуле, приведенной в работе [4].

4. Обратимся к спектральным характеристикам поля ВГВ в волноводе, определение которых составляет основную цель настоящей работы.

На рис. 4 приведена зависимость от частоты ω величины $|P|^2/T$ в поле нормальных волн с учетом их вязкого затухания. При вычислении $|P|^2$ производилось некогерентное (энергетическое) суммирование полей отдельных нормальных волн в формуле (9), соответствующее усредненной зависимости поля от расстояния до источника, которое может изменяться из-за нестабильности условий эксперимента. Расчеты проводились при той же величине температурного скачка на высоте $h = 100$ км и скорости ветра в верхней среде, для которых на рис. 2 и рис. 3 приводились дисперсионные характеристики. Коэффи-

циент кинематической вязкости среды $\nu = 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}$. Предполагалось, что эквивалентный реальному точечный источник расположен на поверхности Земли: $z_0 = 0$. Высота точки наблюдения составляла $z = 100 \text{ км}$, а ее горизонтальное удаление — $\rho = 5000 \text{ км}$ при различных углах $\varphi = 0, \pi/3, \pi/2, \pi$ между горизонтальным направлением в точку наблюдения и направлением ветра.

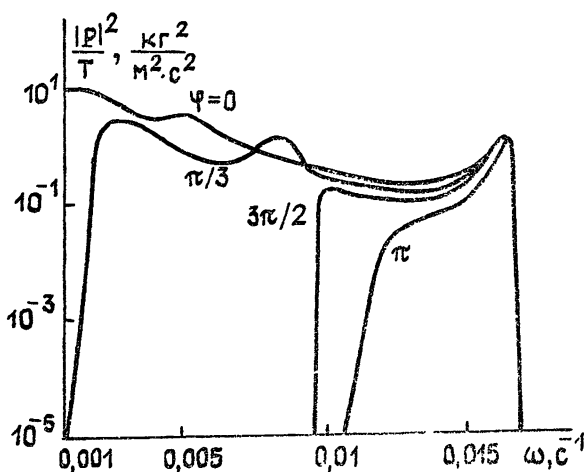


Рис. 4.

Как видно из рис. 4, при любых направлениях ветра в спектре $|P|^2/T$ есть максимум с периодом порядка 6 мин. Частота этого максимума близка к ω_{b1} , и он связан с резонансными свойствами поля ВГВ. Максимумы с периодом 12,5 мин для $\varphi = \pi/3$ и 21 мин для $\varphi = 0$ соответствуют нижним границам интервалов «непрозрачности» $\omega_{b2} - \Delta(\varphi) \ll \omega \ll \omega_{b1}$, в которых отсутствует радиационное затухание нормальных волн. Образование этих максимумов связано также с относительно медленным убыванием с номером l коэффициента возбуждения нормальных волн на низких частотах. При $\varphi > \pi/2$ максимум, соответствующий нижней границе интервала $\omega_{b2} + \Delta(\varphi) \ll \omega \ll \omega_{b1}$, для $\varphi = \pi/2$ слабо выражен, а для $\varphi = \pi$ его нет. Отсутствие низкочастотного максимума в последнем случае объясняется большим вязким затуханием нормальных волн во всей, наиболее узкой при $\varphi = \pi$ полосе «непрозрачности».

Спектры, сходные с экспериментально наблюдаемыми, получаются при суммировании полей нескольких атмосферных вихрей. Мы считаем, что при большой удаленности от точки наблюдения эти источники представляют собой совокупность некогерентных точечных излучателей. Пространственное распределение вихрей можно проследить по синоптическим картам. В частности, по данным [5] на территории СССР постоянно присутствуют 2—3 крупномасштабных циклонических вихря. При характерном для летнего сезона расположении вихрей и зональном ветре, направленном с запада на восток, $\varphi = 0, \pi/3, 3\pi/2$ при точке наблюдения в районе Алма-Ата, для которой приведены в [1] данные эксперимента. В спектре на рис. 5, рассчитанном для описанного выше распределения источников, которые считались равноудаленными от точки наблюдения и одинаковыми по производительности, выделяются максимумы с периодами 6, 12,5 и 21 мин, близкими к наблюдаемым в экспериментах*, — пунктир на рис. 5. Совпадение теоретически рассчитанных спектров с экспериментальными может быть улучшено путем варьирования параметров и расположения вихрей, входящих в рассматриваемое распределение.

* Наблюдаемые в F -области ионосферы спектральные максимумы волновых возмущений также могут быть объяснены на основе предложенной модели.

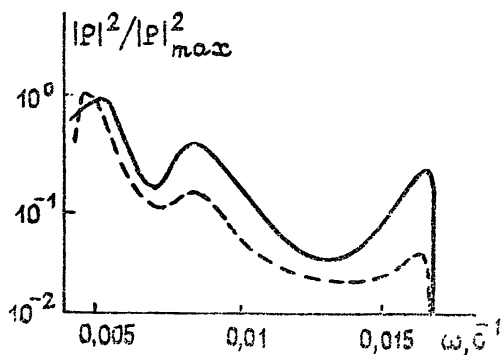


Рис. 5.

В заключение отметим, что удовлетворительное совпадение рассчитанных спектров ВГВ с экспериментальными свидетельствует о применимости механизма волноводного распространения ВГВ для объяснения наблюдаемых спектральных особенностей волновых возмущений. При этом в основу волноводной модели были положены основные особенности вертикального распределения атмосферных параметров, а волновод возбуждался одним из самых распространенных в природе источников — атмосферной турбулентностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дробжев В. И., Краснов В. М., Салихов Н. М. // Радиофизика. —1979. —Т. 22. —№ 2. —С. 244 (Изв. высш. учеб. заведений).
2. Дробязко И. Н., Красильников В. Н. Статья депонирована в ВИНТИ, рег. № 4204-В 87. Деп. от 10 июня 1987 г.
3. Дробязко И. Н., Красильников В. Н. // Радиофизика. —1985. —Т. 28. —№ 11. —С. 1357 (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Голицын Г. С. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. —1965. —Т. 1. —№ 2. —С. 136.
5. Хргиан А. Х. Физика атмосферы. —Л: Гидрометеоздат, 1978. —Т. 1.

Ленинградский государственный
университет

Поступила в редакцию
3 ноября 1986 г.

PROPAGATION OF THE INTERNAL GRAVITY WAVES IN THE ATMOSPHERIC WAVEGUIDE GENERATED BY TURBULENT EDDIES

I. N. Droblyazko, V. N. Krasil'nikov

It is suggested to explain some experimentally observed spectral characteristics of wave disturbances in the ionosphere by propagation of the long internal gravity waves (IGW) generated in the atmosphere by large-scale turbulent eddies. Main features of vertical distributions of the temperature and of the wind velocity in the atmosphere are taken into account in the model used. The calculated spectra of the pressure fields of IGW are compared with the experimental data on the ionospheric wave disturbances.