

Для класса решений, рассматриваемых нами, при  $\xi \rightarrow \pm \infty$  все  $f_k(\xi)$  обращаются в нуль, за исключением  $|f_0(\xi)|^2 = 1$ . В случае простой гармонической модуляции сигнала (формула (9) работы [7]) для спектра сигналов можно найти аналитические формулы:

$$f_0(\xi) = \frac{\rho \kappa^2 \operatorname{ch} \delta \xi - \sqrt{\rho^2 \operatorname{ch}^2 \delta \xi - 1} + i \rho \operatorname{sh} \delta \xi}{\sqrt{\rho^2 \operatorname{ch}^2 \delta \xi - 1}}, \quad \rho = \frac{x}{\delta},$$

$$f_k(\xi) = \frac{(\rho \operatorname{ch} \delta \xi - \sqrt{\rho^2 \operatorname{ch}^2 \delta \xi - 1})^k}{\sqrt{\rho^2 \operatorname{ch}^2 \delta \xi - 1}} (\rho \kappa^2 \operatorname{ch}^2 \delta \xi + i \rho \delta \operatorname{sh} \delta \xi).$$

В случае же модуляции двумя гармониками мы проводили расчеты спектра сигналов численными методами. На рис. 2 изображена эволюция спектров для случая  $n = 2$  при двух различных значениях сдвига фаз двух гармоник (рис. б и в) и для сравнения спектры, рассчитанные с помощью формул (5). Из рисунка видно, что при модуляции одной гармоникой максимальный коэффициент преобразования в одну из ближайших боковых полос  $k=1$  составляет  $\sim 34\%$ . При модуляции двумя гармониками коэффициент преобразования может быть существенно выше и составляет  $\sim 46,5\%$  при нулевом сдвиге фазы между гармониками (в сумме две боковые полосы  $k = \pm 1$  дают  $93\%$ ). Как видим, модуляция двумя гармониками значительно выгоднее с точки зрения практической реализации преобразователя частоты на оптическом волокне. При сдвиге фазы между гармониками  $\Delta\varphi = \pi/\kappa$  (рис. 2в) более эффективным, чем при простой гармонической модуляции, является и преобразование во вторую  $k=2$  боковую полосу. В точке  $\xi=0$  коэффициент преобразования составляет  $\sim 21\%$ . На рис. 3 приведена эволюция спектров сигнала для случая  $n=3$ . При этом получить большее значение (чем  $\sim 46,5\%$ ) коэффициента преобразования в какую-то одну из боковых полос уже не удастся. В случае  $\tau_{01} = \pi/\kappa$  и  $\tau_{02} = \pi/3\kappa$  в точке  $\xi=0$  энергии первой и второй боковых полос оказываются примерно одинаковыми ( $\sim 22\%$  в каждой). Таким образом, для рассмотренных типов решений наиболее выгодным в смысле преобразования частоты оказывается случай  $n=2$ .

Отметим любопытную особенность исследуемых спектров. При заданном  $n$  величины  $f_0(\xi)$  в точке  $\xi=0$  для всех значений сдвига фазы между гармониками одинаковы:  $f_0(0) = 0,0111$  при  $n = 2$  и  $f_0(0) = 0,0702$  при  $n=3$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Баак К., Эльзе Г., Гроскопф Г., Вольф Г. — ТИИЭР, 1983, 71, с. 8.
2. Хасэгава А., Кодама Ю. — ТИИЭР, 1981, 69, с. 57.
3. Выслоух В. А. — УФН, 1982, 136, с. 519.
4. Hasegawa A. — Opt. Lett., 1984, 9, p. 288.
5. Tai K., Hasegawa A., Tomita A. — Phys. Rev. Lett., 1986, 56, p. 135.
6. Tai K., Tomita A., Jewel J. L., Hasegawa A. — Appl. Phys. Lett., 1986, 49, p. 236.
7. Ахмедиев Н. Н., Елеонский В. М., Кулагин Н. Е. — ЖЭТФ, 1985, 89, с. 1542.
8. Салль М. А. — ТМФ, 1982, 53, с. 227.
9. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. — М.: Наука, 1965.

Поступила в редакцию  
16 января 1987 г.,  
после переработки  
24 августа 1987 г.

УДК 537.525.1

### К ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ РАЗРЯДА В ИОНИЗАЦИОННО-РЕКОМБИНАЦИОННОМ РЕЖИМЕ

А. Х. Мурадов

Изучение динамических свойств разряда исходя из элементарных процессов, происходящих в самом разряде, дает возможность решить вопросы об устойчивости тока разряда при заданных условиях [1], характера установления стационарных состояний [2], а также способствует решению некоторых практических задач, связанных с эффективностью излучения разряда [3]. В работе [2] впервые была рассмотрена система уравнений, описывающая положительный столб разряда в условиях прямой ионизации, когда на постоянную ЭДС, питающую разрядный промежуток, наложено малое периодическое возмущение и все внутренние параметры также возмущены. Считалось, что столб находится в режиме амбиполярной диффузии. Полученные в этой работе результаты применимы к разрядам при низких давлениях.

С повышением давления газа возрастает роль ступенчатой ионизации и возбуждения в разряде. Ступенчатые процессы определяются, в основном, заселенностями нижних возбужденных уровней, являющихся метастабильными. Относительно большие времена жизни метастабильных уровней приводят к тому, что при исследовании динамических свойств столба при сравнительно низких частотах проявляются изменения соотношений между прямыми и ступенчатыми процессами в различных фазах колебаний. При этом в зависимости от величины, формы и частоты возмущения, наложенного на разряд, возникает ряд интересных эффектов.

Учет ступенчатой ионизации [4-6] в том предположении, что столб находится все еще в диффузионном режиме, привел к тому, что были получены качественно другие частотные характеристики колебаний параметров разряда. В частности, было получено, что в случае чисто ступенчатой ионизации амплитуды колебаний концентрации электронов  $n_i$ , напряженности продольного электрического поля  $E$  и заселенностей метастабильных уровней  $N_m$  могут иметь максимумы, в то время как в случае чисто прямой ионизации эти величины изменяются монотонно. Характерные частоты, при которых эти величины достигают максимума, имели порядок

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\tau_a} \left( \frac{1}{\tau_m} + \alpha_m n_0 \right)}, \quad (1)$$

где  $\tau_a$  — время амбиполярной диффузии,  $\tau_m$  — время диффузии метастабильных атомов к стенкам сосуда,  $\alpha_m n_0$  — скорость их разрушения за счет электронного удара.

При повышении давления наряду с увеличением роли ступенчатой ионизации одновременно возрастает также роль объемной рекомбинации. Поэтому изучение динамических свойств разряда в условиях ступенчатой ионизации с учетом объемной рекомбинации имеет важное значение, так как существенно расширяет диапазон условий применения теории. Изучение динамических свойств разрядов в ионизационно-рекомбинационном режиме представляет также практический интерес в связи с широким применением в последние годы в целях освещения ламп высокого давления, в которых ионизация происходит ступенчато, а гибель заряженных частиц — за счет объемной рекомбинации. Полученные результаты могут быть полезными при выборе оптимальных рабочих условий, а также на пути повышения эффективности излучения ламп высокого давления. В данной работе на основе системы уравнений баланса электронов, метастабильных атомов и полного тока цепи рассмотрена линейная теория положительного столба разряда с учетом рекомбинации.

Принимается упрощенная трехуровневая модель атома, состоящая из основного, метастабильного уровня и уровня ионизации. Эти уровни обозначены индексами 0,  $m$ ,  $i$  соответственно.

Рассматриваемая система уравнений имеет вид

$$I(t) = eg(R) b_e n_e(t) E(t); \quad (2)$$

$$\frac{dN_m(t)}{dt} = N_0 \alpha_{0m}(E) n_e(t) - \left[ \alpha_m n_e(t) + \frac{1}{\tau_m} \right] N_m(t), \quad (3)$$

$$\frac{dn_e(t)}{dt} = N_{m0}(t) \alpha_{mi} n_e(t) - \beta n_e^2(t), \quad (4)$$

В формулах (2) — (4)  $I$  — сила разрядного тока,  $N_0$  — концентрация нормальных атомов,  $\alpha_{0m}$  — скорость прямого возбуждения,  $\alpha_m$  и  $\alpha_{mi}$  — скорости разрушения метастабильного уровня электронным ударом и ступенчатой ионизации,  $\beta$  — коэффициент объемной рекомбинации,  $b_e$  — подвижность электронов,  $R$  — радиус трубки,  $g(R)$  — фактор, учитывающий радиальное распределение концентрации.

Рассмотрим случай, когда разрядный ток  $I(t)$  периодически модулируется:

$$I(t) = I_0 + I_1 e^{i\omega t}, \quad (5)$$

Тогда величины  $n_e(t)$ ,  $E(t)$ ,  $N_m(t)$  также будут модулироваться:

$$n_e(t) = n_0 + n_1 e^{i\omega t}, \quad E(t) = E_0 + E_1 e^{i\omega t}, \quad N_m(t) = N_{m0} + N_1 e^{i\omega t}. \quad (6)$$

В случае малых глубин модуляции

$$I_1 \ll I_0, \quad n_1 \ll n_0, \quad E_1 \ll E_0, \quad N_1 \ll N_{m0}. \quad (7)$$

Подстановка (5), (6) в систему (2) — (4) с учетом условий (7) приводит к обычной системе уравнений стационарной теории положительного столба относительно величин  $I_0$ ,  $n_0$ ,  $E_0$ ,  $N_{m0}$ :

$$I_0 = eg(R) b_e n_0 E_0; \quad (8)$$

$$N_0 \alpha_{0m} n_0 = (\alpha_m n_0 + \tau_m^{-1}) N_{m0}; \quad (9)$$

$$N_{m0} \alpha_{mi} = \beta n_0. \quad (10)$$

Для комплексных амплитуд переменных составляющих с учетом (8) — (10) имеем

$$E_1 = \frac{I_1}{I_0} E_0 - \frac{n_1}{n_0} E_0; \quad (11)$$

$$\left(i\omega + \frac{N_0 \alpha_{0m} n_0}{N_{m0}}\right) N_{m1} - \frac{N_{m0}}{n_0 \tau_m} n_1 + N_0 \frac{d\alpha_{0m}}{dE} n_0 E_1 = 0; \quad (12)$$

$$(i\omega + \beta n_0) n_1 - \alpha_{mi} n_0 N_{m1} = 0. \quad (13)$$

Предположив, что величины  $\alpha_m$ ,  $\alpha_{mi}$ ,  $\tau_a$ ,  $b_e$ ,  $\tau_m$ ,  $\beta$  зависят от поля слабо, пренебрегли производными этих величин. Это свойство характерно для разрядов во многих газах и парах металлов, поскольку функция распределения электронов по энергиям за первым потенциалом возбуждения имеет резкий спад. В результате этого скорость прямого возбуждения экспоненциально зависит от поля, поскольку в этой реакции участвуют только электроны высокоэнергетического «хвоста» распределения. Процессы, связанные с большинством электронов («телом распределения»), слабо зависят от поля и поэтому обоснованно можно пренебречь этими зависимостями.

Решая систему уравнений (11)–(13) относительно  $n_1$ ,  $E_1$ ,  $N_1$ , имеем

$$n_1 = A_n \cos(\omega t + \varphi_n), \quad (14)$$

где

$$A_n = \frac{I_1}{I_0} n_0 \frac{p^2}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + Q^2 \omega^2}}; \quad (15)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_n = Q\omega(\omega^2 - \omega_0^2)^{-1}. \quad (16)$$

Введены обозначения

$$\omega_0^2 = N_0 \frac{d\alpha_{0m}}{dE} E_0 \alpha_{mi} n_0 + \frac{N_0 \alpha_{cm} n_0^2 \beta}{N_{m0}} - \frac{N_{m1} \alpha_{mi}}{\tau_m}; \quad (17)$$

$$p^2 = N_0 (d\alpha_{0m}/dE) E_0 \alpha_{mi} n_0, \quad (18)$$

$$Q = N_0 \alpha_{0m} n_0 N_{m0}^{-1} + \beta n_0 \quad (19)$$

Анализ выражений (15) и (16) с учетом свойств  $\alpha_{0m}$ ,  $\alpha_{mi}$ ,  $\beta$ ,  $\tau_a$ ,  $\tau_m$  и порядков характерных значений  $N_0$ ,  $N_m$ ,  $n_e$  показал, что фазовый сдвиг колебаний концентрации электронов относительно колебаний тока  $\varphi_n$  изменяется в пределах  $\pi$ , а  $A_n$  может иметь максимум при частотах порядка  $\omega_0$ . Качественная зависимость  $A_n$  (кривая 1) и  $\varphi_n$  (кривая 2) от  $\omega$  представлена на рис. 1.

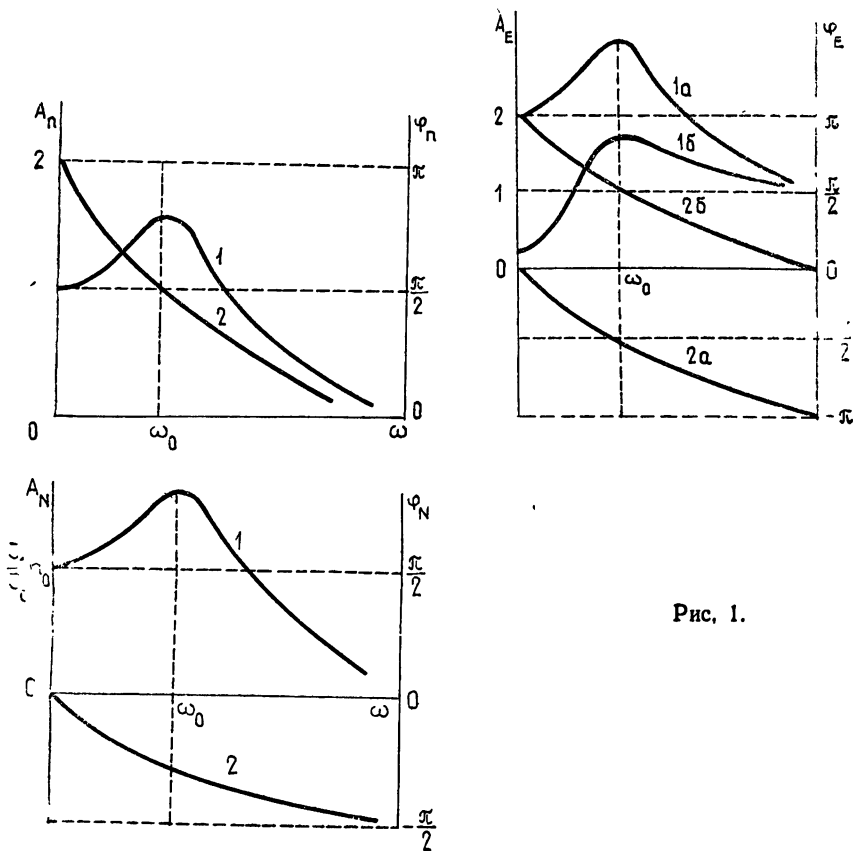


Рис. 1.

Колебания поля  $\vec{E}_1$  имеют вид

$$E_1 = A_E \cos(\omega t + \varphi_E), \quad (20)$$

где

$$A_E = \frac{I_1}{I_0} E_0 \sqrt{\left[ 1 - \frac{p^2(\omega^2 - \omega_0^2)}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + Q^2 \omega^2} \right]^2 + \frac{p^4 Q^2 \omega^2}{[(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + Q^2 \omega^2]^2}}; \quad (21)$$

$$\varphi_E = - \frac{p^2 Q \omega}{\omega_0^2 R^2 + (Q^2 - p^2 - 2\omega_0^2) \omega^2 + \omega^4}. \quad (22)$$

Введено обозначение

$$R = 2\alpha_{mi} n_0 - \frac{N_{m0} \alpha_{mi}}{\tau_m} + \frac{N_0 \alpha_{om} n_0^2 \beta}{N_{m0}}. \quad (23)$$

Качественные зависимости  $A_E$  (кривая 1а) и  $\varphi_E$  (кривая 2а) от  $\omega$  представлены на рис. 2. На том же рисунке приводятся аналогичные зависимости, полученные в работе [4] для столба в режиме амбиполярной диффузии (кривые 1б, 2б). Из сравнения этих результатов видно, что в режиме рекомбинации при малых частотах достигаются относительные колебания электрического поля с удвоенной, по сравнению с разрядным током, глубиной модуляции.

Колебания концентрации метастабильных атомов имеют вид

$$n_1 = A_N \cos(\omega t + \varphi_N), \quad (24)$$

где

$$A_N = \frac{I_1}{I_0} n_0 \frac{p^2}{\alpha_{mi} n_0} \sqrt{\frac{[\beta n_0 (\omega^2 - \omega_0^2) - Q \omega^2]^2 + \omega^4 (Q \beta n_0 + \omega^2 - \omega_0^2)^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 Q}}; \quad (25)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_N = \frac{\omega (\beta n_0 Q + \omega^2 - \omega_0^2)}{\beta n_0 (\omega^2 - \omega_0^2) - \omega^2 Q}. \quad (26)$$

Качественные зависимости  $A_N$  (кривая 1) и  $\varphi_N$  (кривая 2) от  $\omega$  представлены на рис. 3.

Из полученных результатов следует, что в режиме рекомбинации при довольно низких частотах модуляции разрядного тока напряженность продольного электрического поля подвергается колебаниям с глубиной модуляции, превышающей глубину модуляции разрядного тока. Из-за экспоненциальной зависимости от поля числа возбуждений высокорасположенных уровней такие колебания электрического поля могут привести к повышению среднего числа возбуждений и, следовательно, эффективности излучения разряда. Следует отметить, что подобные эффекты усиления возможны в диффузионном режиме столба, находящемся в условиях ступенчатой ионизации при частотах порядка  $\nu_0 = (2\pi)^{-1} \sqrt{\tau_a^{-1} (\tau_m^{-1} + \alpha_m n_0)}$ , а в условиях прямой ионизации — только при  $\nu \approx (2\pi \tau_a)^{-1}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. — М.: Гостехиздат, 1952, т. 1, с. 374.
2. Грановский В. Л. — ДАН СССР, 1940, 26, с. 873; 1940, 28, с. 41.
3. Polman I., Van der Werf I. E., D'gor P. C. — J. Phys. D: Appl. Phys., 1972, 5, p. 266.
4. Каган Ю. М., Лягушенко Р. И., Миленин В. М., Мурадов А. Х. — ЖТФ, 1975, 45, вып. 5, с. 1019.
5. Pfau S., Deutsch H. — Beitr. Plasmaphys., 1972, 12, № 4, p. 213.
6. Каган Ю. М., Миленин В. М., Мурадов А. Х. — ЖТФ, 1973, 43, вып. 11, с. 2003.

Азербайджанский государственный университет

Поступила в редакцию  
10 февраля 1987 г.