

система разрушается вскоре после точки z_2 максимального сжатия импульса, образовавшегося при слиянии двух солитонов, но пиковое значение интенсивности в точке z_2 не сильно меняется вплоть до $\beta=0,5$ (для $\Delta=3$ — вплоть до $\beta=0,2$). Если вклад дисперсии третьего порядка в уравнение (1) велик (β приближается к единице), уже в точке z_2 мы наблюдаем последовательность нескольких субимпульсов. Но даже при больших β кубичная дисперсия не существенно влияет на длину столкновения z_1 солитонов, выраженную в дисперсионных длинах, по сравнению с $\beta=0$ (рис. 3). Поскольку рост β соответствует уменьшению дисперсии (росту z_d), то реальная длина информационной системы может быть сильно увеличена при приближении длины волны излучения к λ_0 . Для случая больших начальных интервалов между солитонами ($2\Delta \geq 8$) в [10] численным анализом вскрыт дополнительный механизм, позволяющий повысить дальность передачи информации — ослабление взаимодействия солитонов под влиянием кубичной дисперсии.

Сравнение результатов теоретических расчетов с результатами непосредственного численного интегрирования, проведенное для $\Delta=3$ и 4, показало, что уравнение прямой (4) с хорошей точностью описывает движение центра системы импульсов; уравнение (3) в случае чисто квадратичной дисперсии применимо почти до точки z_1 слияния импульсов. При наличии кубичной дисперсии уравнение (3) дает заниженную оценку $\beta_{кр}(\Delta)$.

Итак, подчеркнем основные особенности, выявленные в результате проведенного исследования. Во-первых, влияние дисперсионных эффектов третьего порядка ограничивает применение N -солитонных импульсов в информационных системах; так, связанное состояние трех солитонов необратимо распадается уже при небольшом вкладе кубичной дисперсии $\beta=0,1$ на расстоянии, меньшем дисперсионной длины. В то же время приближение длины волны излучения к λ_0 позволяет существенно увеличить дальность передачи пары «притягивающихся» солитонов. Во-вторых, в известных пределах кубичная дисперсия не препятствует компрессии импульсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Marcuse D. — Appl. Opt., 1980, 19, № 10, p. 1653.
2. Marcuse D. — Appl. Opt., 1981, 20, № 17, p. 2969.
3. Marcuse D. — Appl. Opt., 1981, 20, № 20, p. 3573.
4. Lin C., Marcuse D. — Electron. Lett., 1981, 17, № 1, p. 54.
5. Хасэгава А., Колама Ю. — ТИИЭР, 1981, 69, № 9, с. 57.
6. Выслух В. А. — Квантовая электроника, 1983, 10, № 8, с. 1688.
7. Wai P. K. A., Menyuk C. R., Lee Y. C., Chen H. H. — Opt. Lett., 1986, 11, № 7, p. 464.
8. Blow K. G., Dorian N. G. — Opt. Commun., 1982, 42, № 6, p. 403.
9. Dorian N. G., Blow K. G. — IEEE J. Quant. Electron., 1983, QE-19, № 12, p. 1883.
10. Chu P. L., Desem C. — Electron. Lett., 1985, 21, № 6, p. 228.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию 15 декабря 1986 г.

УДК 537.876:621.372.8

О НЕЛИНЕЙНОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ НЕПРЕРЫВНОГО СИГНАЛА С ДВУХЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ В ОПТИЧЕСКОМ ВОЛОКНЕ

Н. Н. Ахмедиев, Л. Л. Бетина, В. И. Корнеев

Оптические волокна в настоящее время широко применяются в линиях связи и устройствах высокоскоростной обработки информации [1]. Одним из способов повышения скорости передачи информации по волокну является использование нелинейных свойств материала волокна [2] на длинах волн 1,5—1,6 мкм. В ряде работ [2, 3] было показано, что распространение волн в оптическом волокне на этих длинах волн в преобладании затуханием и дисперсией высших порядков описывается нелинейным уравнением Шредингера (НУШ). Новым эффектом, предсказываемым теорией [4], является распад световой волны в оптическом волокне в серию импульсов, обусловленный модуляционной неустойчивостью. Это явление может быть использовано, например, при создании задающих генераторов импульсов в оптических линиях связи или для преобразования спектра сигналов. Первое экспериментальное наблюдение эффекта было осуществлено в работе [3]. С практической точки зрения выгодным является такой процесс, в котором задается слабая начальная модуляция непрерывного сигнала [6]. При этом форма импульсов на выходе волокна сильно зависит от вида исходной модуляции. В работе [7] был получен ряд точных решений НУШ, описывающих преобразо-

вание непрерывного сигнала в оптическом волокне в периодическую последовательность импульсов при некоторых простых типах начальной модуляции. Представляет интерес также получение точных решений при типах начальной модуляции, отличных от рассмотренной в [7]. Задача о нахождении формы импульсов при произвольной начальной модуляции сигнала пока далека от полного решения, и в этой ситуации имеет смысл предварительное рассмотрение различных частных случаев.

В данной работе нами найдено семейство двухчастотных периодических решений НУШ с произвольным целочисленным параметром и проведен их анализ в приложении к распространению волн в оптическом волокне. Численно рассчитаны форма импульсов, а также спектры сигналов на выходе оптического волокна, описываемые найденными решениями. Сами решения мы получали методом, основанным на сопоставлении коэффициентов в разложении предполагаемого вида решения, вычисленных двумя различными способами, однако описания метода здесь не приводим из-за громоздкости выкладок. Альтернативным методом получения приводимого решения может служить метод преобразований Дарбу [8].

Следуя работе [7], запишем НУШ в виде

$$iu_{\xi} + (1/2)u_{\tau\tau} - u + |u|^2u = 0, \quad (1)$$

где u — нормированная огибающая высокочастотного поля, физический смысл переменных ξ и τ тот же, что и в [7]. Нас будет интересовать решение НУШ, описывающее рост модуляционной неустойчивости на фоне стационарного решения $u = \exp(i\varphi)$, начальное возмущение в котором задается двумя гармониками $\sim \cos \kappa(\tau - \tau_{01})$ и $\sim \cos n\kappa(\tau - \tau_{0n})$ основной частоты κ , такими, что инкременты нарастания у них одинаковы: $\delta^{(2)} = \delta(n\kappa)$, (n — натуральное число). Условие $\delta^{(2)} = \delta(n\kappa) = 2n/(n^2 + 1)$ выполнено в том случае, если $\kappa = 2/\sqrt{n^2 + 1}$, что легко установить, зная зависимость δ от κ : $\delta = \kappa\sqrt{1 - \kappa^2/4}$. Искомое решение имеет вид

$$u(\xi, \tau) = \frac{\text{ch}^2 \delta \xi + P(\tau) \text{ch} \delta \xi + C_1(\tau) + iF_1(\tau) \text{sh} \delta \xi}{\text{ch}^2 \delta \xi + F_2(\tau) \text{ch} \delta \xi + C_2(\tau)} e^{i\varphi}, \quad (2)$$

где

$$P(\tau) = A \left[\frac{1 - n^2}{4} \cos \kappa(\tau - \tau_{01}) + \frac{n^2 - 1}{4n} \cos n\kappa(\tau - \tau_{0n}) \right],$$

$$F_1(\tau) = -\frac{A}{2} [n \cos \kappa(\tau - \tau_{01}) + \cos n\kappa(\tau - \tau_{0n})], \quad F_2(\tau) = \frac{n^2 + 1}{2n} F_1(\tau),$$

$$C_2(\tau) = A^2 \frac{n^2 + 1}{16} \left[2 + \frac{(n + 1)^2}{2n} \cos(n - 1)\kappa \left(\tau + \frac{\tau_{01}}{n - 1} - \frac{n\tau_{0n}}{n - 1} \right) + \right. \\ \left. + \frac{(n - 1)^2}{2n} \cos(n + 1)\kappa \left(\tau - \frac{\tau_{01}}{n + 1} - \frac{n\tau_{0n}}{n + 1} \right) \right],$$

$$A = \frac{-4n}{(n^2 - 1)(n^2 + 1)^{1/2}}, \quad C_1(\tau) = -C_2(\tau).$$

Приведенные формулы дают возможность рассчитывать численными методами форму импульсов на выходе оптического волокна, если на входе подавался непрерывный сигнал с модуляцией двумя связанными гармониками. На рис. 1 представлена форма импульсов на выходе оптического волокна для случая $n = 3$. Графики для случая $n = 2$ приводились в работе [7]. Как и в случае $n = 2$ амплитуда импульсов максимальна, а форма их симметрична по τ внутри каждого периода при $\tau_{01} = \pi/\kappa$, $\tau_{0n} = 0$. Ширина импульсов при этом меньше, чем в случае $n = 2$, однако наблюдается больший фон в виде дополнительных импульсов внутри периода. С ростом n при соотношении фаз $\tau_{01} = \pi/\kappa$, $\tau_{0n} = 0$ ширина импульса уменьшается, но при этом растет и фон сигнала. Проведенное нами численное моделирование сигналов с многочастотной модуляцией показало, что добавлением промежуточных гармоник можно добиться увеличения амплитуды центрального импульса и избавиться от фона. Однако аналитическая запись таких решений весьма громоздка. При других соотношениях фаз сигнал становится многоимпульсным в пределах каждого периода (рис. 1б, в). Получение сигналов типа приведенных на рис. 1в выгодно с точки зрения преобразования их спектра.

Любой периодический сигнал, четный внутри периода, можно представить в виде косинус-разложения Фурье

$$u(\xi, \tau) = f_0(\xi) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} f_k(\xi) \cos k\kappa(\tau - \tau_0). \quad (3)$$

Коэффициенты в (3) рассчитываются по стандартным формулам [9]. Сумма квадратов модулей коэффициентов $f_k(\xi)$ при любом ξ удовлетворяет соотношению

$$|f_0(\xi)|^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} |f_k(\xi)|^2 = \frac{\kappa}{2\pi} \int_0^{2\pi/\kappa} |u|^2 d\tau = 1. \quad (4)$$

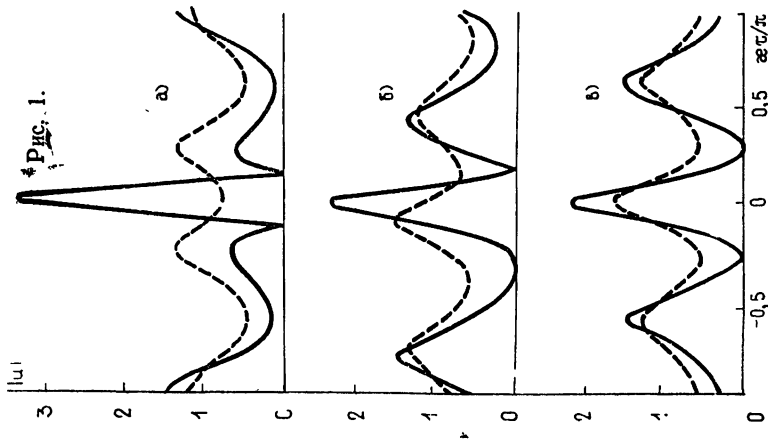


Рис. 1.

Рис. 2.

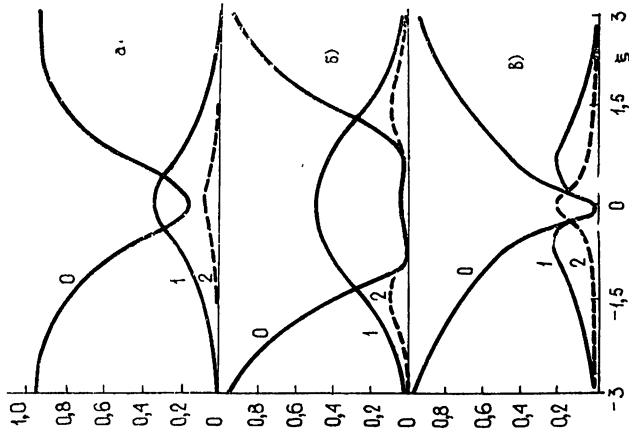


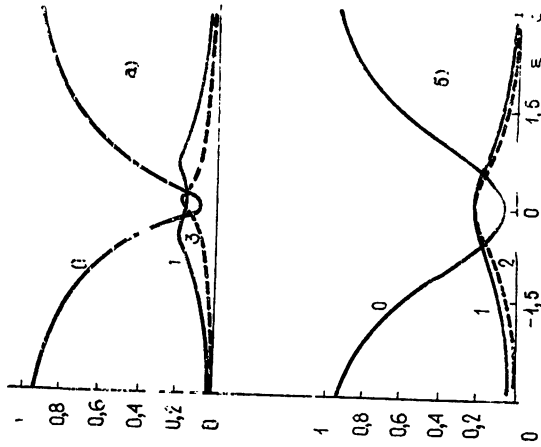
Рис. 1. Форма импульсов на выходе волокна при начальной модуляции двумя гармониками. Величины параметров: $n=3$, $\xi=0$ (сплошные кривые), ± 2 (штрихи), $\tau_{01}=\pi/\kappa$, $\tau_{02}=0$, $\tau_{03}=0$ (а), $\pi/3\kappa$ (б), $\pi/3\kappa$ (в).

Рис. 2. Эволюция спектра непрерывного сигнала с гармонической модуляцией при распространении в волокне:

а) случай простой гармонической модуляции $\kappa = \sqrt{2}$; б) модуляция двумя гармониками $n=2$, $\tau_{01}=0$, $\tau_{02}=0$; в) модуляция двумя гармониками $n=2$, $\tau_{01}=\pi/\kappa$, $\tau_{02}=0$. Цифрами у кривых обозначены номера боковых полос k .

а) $\tau_{01}=\pi/\kappa$, $\tau_{02}=0$; б) $\tau_{01}=\pi/\kappa$, $\tau_{03}=\pi/(3\kappa)$.

Рис 3



Для класса решений, рассматриваемых нами, при $\xi \rightarrow \pm \infty$ все $f_k(\xi)$ обращаются в нуль, за исключением $|f_0(\xi)|^2 = 1$. В случае простой гармонической модуляции сигнала (формула (9) работы [7]) для спектра сигналов можно найти аналитические формулы:

$$f_0(\xi) = \frac{\rho \kappa^2 \operatorname{ch} \delta \xi - \sqrt{\rho^2 \operatorname{ch}^2 \delta \xi - 1} + i \rho \operatorname{sh} \delta \xi}{\sqrt{\rho^2 \operatorname{ch}^2 \delta \xi - 1}}, \quad \rho = \frac{x}{\delta},$$

$$f_k(\xi) = \frac{(\rho \operatorname{ch} \delta \xi - \sqrt{\rho^2 \operatorname{ch}^2 \delta \xi - 1})^k}{\sqrt{\rho^2 \operatorname{ch}^2 \delta \xi - 1}} (\rho \kappa^2 \operatorname{ch}^2 \delta \xi + i \rho \delta \operatorname{sh} \delta \xi).$$
(5)

В случае же модуляции двумя гармониками мы проводили расчеты спектра сигналов численными методами. На рис. 2 изображена эволюция спектров для случая $n = 2$ при двух различных значениях сдвига фаз двух гармоник (рис. б и в) и для сравнения спектры, рассчитанные с помощью формул (5). Из рисунка видно, что при модуляции одной гармоникой максимальный коэффициент преобразования в одну из ближайших боковых полос $k=1$ составляет $\sim 34\%$. При модуляции двумя гармониками коэффициент преобразования может быть существенно выше и составляет $\sim 46,5\%$ при нулевом сдвиге фазы между гармониками (в сумме две боковые полосы $k = \pm 1$ дают 93%). Как видим, модуляция двумя гармониками значительно выгоднее с точки зрения практической реализации преобразователя частоты на оптическом волокне. При сдвиге фазы между гармониками $\Delta\varphi = \pi/\kappa$ (рис. 2в) более эффективным, чем при простой гармонической модуляции, является и преобразование во вторую $k=2$ боковую полосу. В точке $\xi=0$ коэффициент преобразования составляет $\sim 21\%$. На рис. 3 приведена эволюция спектров сигнала для случая $n=3$. При этом получить большее значение (чем $\sim 46,5\%$) коэффициента преобразования в какую-то одну из боковых полос уже не удастся. В случае $\tau_{01} = \pi/\kappa$ и $\tau_{03} = \pi/3\kappa$ в точке $\xi=0$ энергии первой и второй боковых полос оказываются примерно одинаковыми ($\sim 22\%$ в каждой). Таким образом, для рассмотренных типов решений наиболее выгодным в смысле преобразования частоты оказывается случай $n=2$.

Отметим любопытную особенность исследуемых спектров. При заданном n величины $f_0(\xi)$ в точке $\xi=0$ для всех значений сдвига фазы между гармониками одинаковы: $f_0(0) = 0,0111$ при $n = 2$ и $f_0(0) = 0,0702$ при $n=3$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баак К., Эльзе Г., Гроскопф Г., Вольф Г. — ТИИЭР, 1983, 71, с. 8.
2. Хасэгава А., Кодама Ю. — ТИИЭР, 1981, 69, с. 57.
3. Выслоух В. А. — УФН, 1982, 136, с. 519.
4. Hasegawa A. — Opt. Lett., 1984, 9, p. 288.
5. Tai K., Hasegawa A., Tomita A. — Phys. Rev. Lett., 1986, 56, p. 135.
6. Tai K., Tomita A., Jewel J. L., Hasegawa A. — Appl. Phys. Lett., 1986, 49, p. 236.
7. Ахмедиев Н. Н., Елеонский В. М., Кулагин Н. Е. — ЖЭТФ, 1985, 89, с. 1542.
8. Салль М. А. — ТМФ, 1982, 53, с. 227.
9. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. — М.: Наука, 1965.

Поступила в редакцию
16 января 1987 г.,
после переработки
24 августа 1987 г.

УДК 537.525.1

К ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ РАЗРЯДА В ИОНИЗАЦИОННО-РЕКОМБИНАЦИОННОМ РЕЖИМЕ

А. Х. Мурадов

Изучение динамических свойств разряда исходя из элементарных процессов, происходящих в самом разряде, дает возможность решить вопросы об устойчивости тока разряда при заданных условиях [1], характера установления стационарных состояний [2], а также способствует решению некоторых практических задач, связанных с эффективностью излучения разряда [3]. В работе [2] впервые была рассмотрена система уравнений, описывающая положительный столб разряда в условиях прямой ионизации, когда на постоянную ЭДС, питающую разрядный промежуток, наложено малое периодическое возмущение и все внутренние параметры также возмущены. Считалось, что столб находится в режиме амбиполярной диффузии. Полученные в этой работе результаты применимы к разрядам при низких давлениях.