Экспериментальные исследования показали, что коррелированные всплески имели узкий частотный спектр $\leqslant 15$ МГц с максимальной интентивностью вблизи $f=576$ МГц и что источник радиоизлучения имеет малые угловые размеры ($\leqslant 1{,}5°$) и быстро перемещается в направлении, более близком к меридиану, чем к параллелям. За две минуты источник проходит угловое расстояние 45—50° (число пересекаемых лепестков ~ 30 при ширине лепестка 1,5°).

Таким образом, вся совокупность экспериментальных данных о коррелированных импульсах длительностью $\sim 2{,}2$ минуты приводит к заключению, что они представляют собой, по-видимому, сигналы от искусственных спутников Земли. За весь период наблюдений никаких других коррелированных по времени в двух пунктах всплесков радиоизлучения на частоте 575 МГц не было обнаружено.

Заметим, что за период наших наблюдений по бюллетеню «Солнечные данные» было отмечено 68 солнечных всплесков на частотах $f=536$ МГц и $f=650$ МГц, близких к нашей частоте. При этом нами было зарегистрировано только три всплеска на $f=575$ МГц, которые могут быть отождествлены с солнечными. Для других 65 случаев отклика приемной системы на $f=575$ МГц не было замечено. Это обстоятельство могло быть обусловлено тем, что антенна, имеющая достаточно узкую диаграмму направленности $\sim 60°$, была направлена в зенит, а период наблюдений в основном приходился на равноденственные месяцы, когда зенитный угол Солнца достаточно большой; кроме того, в течение времени наблюдений не было мощных солнечных всплесков.

3) Одновременно с наблюдениями на частоте 575 МГц проводились также наблюдения на 290 МГц в октябре 1982 г. на Қара-Даге и на 375 МГц в ноябре 1984 г. в Васильсурске. Они не показали наличия всплесков, коррелированных с всплесками на частоте $f=575$ МГц. Всплески на этих частотах по всей вероятности также являются радиопомехами. Таким образом, вышеприведенные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что радиовсплески, зарегистрированные в период 1982—85 гг., не имеют геофизического происхождения, а являются либо наземными радиопомехами, либо радиоизлучением, приходящим по всей вероятности от ИСЗ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Троицкий В. С., Бондарь Л. Н., Стародубцев А. М. и др. — ДАН СССР, 1973, **212**, № 3, с. 607.
2. Троицкий В. С., Бондарь Л. Н., Стародубцев А. М. и др. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, **16**, № 3, с. 323.
3. Бондарь Л. Н., Стрежнева Қ. М., Троицкий В. С. — Астрон. вестник, 1975, **9**, № 4, с. 210.
4. Бондарь Л. Н., Троицкий В. С., Стародубцев А. М. — УФН, 1974, **113**, вып. 4, с. 719.
5. Мусатенко С. И. — Геомагнетизм и аэрономия, 1980, **20**, № 5, с. 884.
6. Мусатенко С. И., Кравченко В. А. — Геомагнетизм и аэрономия, 1979, **19**, № 2, с. 257.
7. Мусатенко С. И. — Астроном. циркуляр № 1140, 1980.
8. Мусатенко С И. — Геомагнетизм и аэрономия, 1980, **20**, № 3, с. 482.
9. Антенны сантиметровых волн. Ч. 2. / Пер. с англ. / Под ред. Я. Н. Фильда. — М.: Сов. радио, 1950.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
26 марта 1987 г.

УДК 517.9:519

ВОСПРИИМЧИВОСТЬ БИФУРКАЦИЙ УДВОЕНИЯ ПЕРИОДА: АНАЛОГ ФЛУКТУАЦИОННО-ДИССИПАТИВНОЙ ТЕОРЕМЫ

А. С. Пиковский

1. Во многих нелинейных диссипативных системах переход к хаосу осуществляется через бифуркации удвоения периода, обладающие замечательными свойствами универсальности [1]. В частности, скейлинг бифуркационных значений параметров и возникающих циклов описывается константами Фейгенбаума $\delta=4{,}669...$ и $\alpha=2{,}5029...$ Через константу α выражаются универсальные характеристики спектра [2, 3], чувствительность к внешнему шуму [4] и др. В работах [5, 6] численно исследовались универсальные свойства внешнего периодического воздействия на переход. В данной работе аналитически находится восприимчивость к внешнему воздействию системы, переходящей к хаосу через удвоения периода, и показывается, что эта восприимчивость просто выражается через спектр возникающих хаотических колебаний.

2. Как известно, удвоения периода адекватно описываются зависящим от одного параметра λ одномерным отображением $x(k+1)=f(\lambda, x(k))$, имеющим квадратичный максимум в точке $x=0$. Пусть при $\lambda=\lambda_n$ устойчивый цикл периода $N=2^n$ проходит через точку $x=0$. Обозначим $f(\lambda_n, x) = f_n(x)$. Рассмотрим малое ($\varepsilon \ll 1$) периодическое воздействие на этот режим:

$$x(k+1) = f_n(x(k)) + \varepsilon \exp(i\omega k)\,. \tag{1}$$

Найдем действие отображения (1) за N итераций. Линеаризуя вблизи траектории цикла с $x(0) = 0$, получим

$$x(N) = f_n^N(x(0)) + \varepsilon\, G_n(\omega)\,,$$

где

$$G_n(\omega) = \sum_{j=1}^{N} \gamma^n(j) \exp(i\omega(j-1)), \qquad \gamma^n(j) = \prod_{l=j}^{N} f'(x(l)), \qquad \gamma^n(N) = 1. \tag{2}$$

Поскольку $f_n^N(0) = 0$, получаем, что в первом приближении по ε $x(N) = \varepsilon G_n(\omega)$, т. е. функция $G_n(\omega)$ есть линейная восприимчивость системы. Общие свойства восприимчивости дискретных систем обсуждаются в [7]. Выражение для $G_n(\omega)$ можно найти, используя установленное в [4] приближенное свойство подобия величин $\gamma^n(j)$:

$$\gamma^{n+1}(j) = \begin{cases} -\alpha\gamma^n(j), & 1 \leqslant j \leqslant N \\ \gamma^n(j-N), & 1+N \leqslant j \leqslant 2N \end{cases}\,. \tag{3}$$

Используя (3) и (2), получаем

$$G_{n+1}(\omega) = [\exp(i\omega N) - \alpha] G_n(\omega)\,. \tag{4}$$

Поскольку $G_0(\omega) = 1$, окончательно имеем

$$G_n(\omega) = \prod_{k=1}^{n} [\exp(i2^{k-1}\omega) - \alpha]\,. \tag{5}$$

Обсудим физический смысл восприимчивости $G_n(\omega)$. Проводившиеся численные [8] и экспериментальные [9] исследования периодического воздействия на удвоения периода показали, что при превышении в уравнении (1) при $n=0$ амплитудой внешней силы ε некоторого критического значения ε_0 происходит переход от регулярного поведения к хаотическому. Если учесть, что функция $f_n^N(x)$ переходит в $f_0(x)$ при изменении масштаба x в α^{-n} раз [1], то условие перехода от цикла периода 2^n к хаосу можно записать в виде $\varepsilon_n = \alpha^{-n} |G_n(\omega)|^{-1} \varepsilon_0$. Поэтому восприимчивость $G_n(\omega)$ определяет зависимость критической амплитуды внешней силы от частоты ω и номера бифуркации n. В частности, если ε и ω фиксированы, из условия $\varepsilon = \alpha^{-n}\varepsilon_0 |G_n(\omega)|^{-1}$ можно определить, сколько удвоений периода будет наблюдаться перед переходом к хаосу.

3. В работе [3] найдено выражение для сплошной части спектра мощности $S_n(\omega)$ «шумового 2^n-цикла», возникающего при закритических значениях параметра $\overline{\lambda_n}$, «зеркальных» к λ_n относительно критической точки λ_∞:

$$S_n(\omega) = 2^{-n}\alpha^{-4n} \prod_{k=1}^{n} |\alpha \exp(-i2^{k-1}\omega) - 1|^2\,. \tag{6}$$

Из сравнения (6) и (5) следует аналог флуктуационно-диссипативной теоремы — формула, связывающая восприимчивость системы до точки перехода со спектром хаотических колебаний:

$$S_n(\omega) = 2^{-n}\alpha^{-4n} |G_n(\omega)|^2\,. \tag{7}$$

Физически соотношение (7) означает, что «шумовой 2^n-цикл» можно представлять как действие на устойчивый 2^n-цикл некоррелированных толчков и спектр колебаний есть результат преобразования равномерного спектра «линейным фильтром» с передаточной характеристикой $|G_n(\omega)|^2$.

Для сравнения уровня внешнего воздействия при различных n удобно ввести нормированную на масштаб изменения x восприимчивость $\overline{G}_n(\omega) = (-\alpha)^n G_n(\omega)$; закон подобия для $\overline{G}_n(\omega)$ непосредственно следует из (4)*.

4. Из формулы (5) следует приближенный закон подобия

$$\overline{G}_{n+1}(\omega)/\overline{G}_n(2\omega) = \varphi_0(\omega) = \alpha(\alpha - \exp(i\omega))\,. \tag{8}$$

Более точное значение функции $\varphi(\omega)$ определяется с помощью метода ренормализационной группы. Ренормализационное уравнение Фейгенбаума — Цвитановича имеет вид [1]

$$g = Rg = -\alpha g g(-x/\alpha), \quad g(0) = 1\,.$$

Взяв возмущение неподвижной точки g в виде $g + \varepsilon Q(\omega, x) \exp(i\omega k)$, получаем в приближении $Q(\omega, x) \simeq Q(x)$ задачу на собственные значения

---

* Через $\overline{G}_n(\omega)$ можно выразить чувствительность к внешнему шуму σ [4]: $\sigma_n = \int |\overline{G}_n(\omega)|^2 d\omega = \alpha^2(1+\alpha^2)\sigma_{n-1}$.

$$\varphi_1(\omega)Q(x) = -\alpha g'(g(-x/\alpha))Q(-x/\alpha) - \alpha Q(g(-x/\alpha))e_{i\omega}. \qquad (9)$$

Используя известную полиномиальную аппроксимацию для $g(x)$, нетрудно численно определить собственное значение $\varphi_1(\omega)$ (аналогичное вычисление проведено в [6]), которое даст более хорошую аппроксимацию соотношения подобия (8). Заметим, что в статическом пределе $\omega=0$ имеем, естественно, $\varphi_1(\omega)=\delta$. Если считать $Q(x) \simeq \text{const}$, то из (9) получим приближение (8): $\varphi_1(\omega)\approx\alpha(\alpha-\exp(i\omega))$. На рис. 1 полученное в численном эксперименте с отображением $f(\lambda, x)=\lambda(1-2x^2)$ значение $\varphi(\omega) = \overline{G}_7(\omega)/\overline{G}_6(2\omega)$ (точки) сравнивается с функциями $\varphi_0(\omega)$ (пунктир) и $\varphi_1(\omega)$ (сплошная линия).

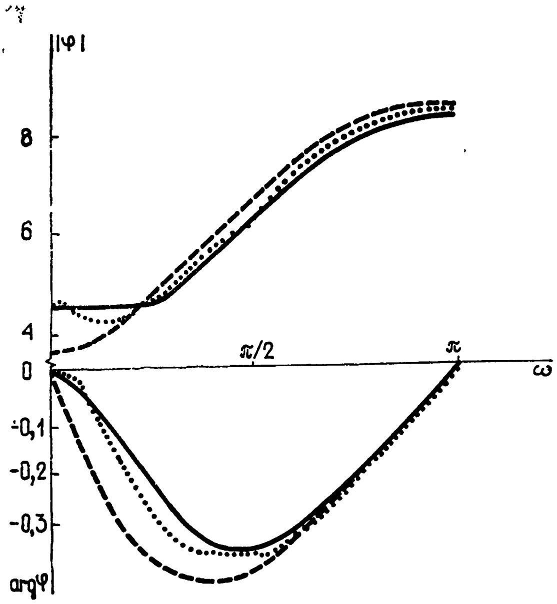

Рис. 1.

Автор выражает благодарность С. П. Кузнецову и М. И. Рабиновичу за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фейгенбаум М. — УФН, 1983, **141**, с. 343.
2. Feigenbaum M. J. — In: Nonlinear Problems: Present and Future / Eds. A. R. Bishop, D. K. Campbell, B. Nicolaenko. North-Holland, 1982, p. 379.
3. Wolf A., Swift J. — Phys. Letters A, 1981, **83**, p. 184.
4. Kai T. — J. Stat. Phys., 1982, **29**, p. 329.
5. Кузнецов С. П. — Письма в ЖЭТФ, 1984, **39**, с. 113.
6. Arneodo A. — Phys. Rev. Lett., 1984, **53**, p. 1240; **54**, p. 86.
7. Heldstab J., Thomas H., Geisel T., Radons G. — Zeit. Physik B, 1983, **50**, p. 141; 1984, **55**, p. 165.
8. Kaneko K. — Prog. Theor. Phys., 1984, **72**, p. 202.
9. Анищенко В. С., Летчфорд Т. Е., Сафонова М. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, **27**, № 5, с. 565.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
12 января 1987 г.

УДК 538.574:530.18

О РЕЗОНАНСНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ СОЛИТОНОВ ШУМОМ

Ю. Р. Вайнберг, Б. И. Меерсон, П. В. Сасоров

Возникновение солитонов в нелинейных диспергирующих средах до настоящего времени исследовалось, в основном, в процессах эволюции начальных возмущений (см. обзоры [1, 2]). Нас будет интересовать здесь другая задача. Пусть имеется среда, допускающая распространение в ней солитонов, и на нее действует малое внешнее (за-