ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXXI, № 6 РАДИОФИЗИКА 1988

УДК 533.932

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ В ПОЛУОГРАНИЧЕННОЙ СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ СО СЛУЧАЙНО РАССЕИВАЮЩЕЙ ГРАНИЦЕЙ

А. Г. Загородний, А. С. Усенко, И. П. Якименко

На основе описания столкновения электронов с нейтральными частицами в рамках модели Бхатнагара—Гросса—Крука получено кинетическое решение задачи возбуждения полуограниченной слабоионизованной плазмы со случайно рассеивающей границей заданным распределением источников и внешними полями. Рассчитаны коэффициенты отражения плоских волн от полупространства слабоионизованной плазмы.

1. Одной из моделей, наиболее широко применяемых для описания столкновений электронов и ионов с нейтральными частицами, является модель Бхатнагара—Гросса—Крука (БГК) [1]. Ее использование оказалось весьма плодотворным при исследовании различных электромагнитных процессов в плазме, в том числе и при разработке корреляционной теории ограниченной слабоионизованной плазмы.

В работах [2–4] модель БГК использовалась для исследования влияния столкновений заряженных частиц с нейтралами на электродинамические и статистические свойства ограниченной плазмы при зеркальном отражении частиц от плоских границ раздела. Было получено решение электродинамической задачи возбуждения соответствующих систем заданным распределением источников, и на его основе в рамках ланжевеновского подхода рассчитаны спектры интенсивности излучения и корреляционные функции флуктуаций плотности заряженных частиц.

Представляет интерес обобщение результатов, полученных в [2–4], на системы со случайно рассеивающими границами с целью изучения зависимости электромагнитных свойств ограниченной слабоионизованной плазмы от модельных граничных условий. Этой проблеме и посвящена настоящая работа.

Рассматриваются три типа граничных условий, моделирующих случайное рассеяние частиц плоской границей и удовлетворяющих законам сохранения плотности, нормальной компоненты потока и энергии падающих и рассеянных границей частиц, а также модель диффузной границы. Описание основывается на использовании концепции вероятности перехода в фазовом пространстве некоррелированных частиц [5–7]. Соответствующие решения уравнения для вероятности перехода были получены ранее в [8]. Там же были рассчитаны тензоры диэлектрической проницаемости и корреляционные функции источников флуктуаций для рассматриваемых систем.

В настоящей работе на основе найденных в [8] функций отклика получено решение задачи возбуждения полупространства слабоионизованной плазмы со случайно рассеивающей границей заданным распределением источников. Рассчитаны поверхностные импедансы и коэффициенты отражения плоских электромагнитных волн полупространством слабоионизованной плазмы. Обсуждается возможность расчета спектров интенсивности излучения полуограниченной плазмы.

2. Рассмотрим слабоионизованную плазму, занимающую область $(-\infty < x,\ y < \infty,\ z > 0)$ и граничащую с диэлектрической средой,

характеризуемой диэлектрической проницаемостью $\tilde{\varepsilon}(\omega) \equiv \tilde{\varepsilon}$. Будем ограничиваться рассмотрением высокочастотных процессов ($\omega \gg \omega_{pi}$, ω_{pi} — плазменная ионная частота), что позволяет пренебречь движением ионов.

Предположим, что в плазменном полупространстве со случайно рассеивающей границей задано пространственно-временное распределение внешних источников (случайных, либо регулярных) $\boldsymbol{J}^e(\boldsymbol{r},t)$. Электромагнитное поле, возбуждаемое такими источниками в области плазмы, подлежит определению на основе уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)}{\partial t},$$
$$\operatorname{rot} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\left[\boldsymbol{J}^e(\boldsymbol{r}, t) + \boldsymbol{J}^{\text{ind}}(\boldsymbol{r}, t)\right], \tag{1}$$

где $\boldsymbol{J}^{\text{ind}}(\boldsymbol{r}, t)$— индуцированный электронный ток,

$$\boldsymbol{J}^{\text{ind}}(\boldsymbol{r}, t) = -\frac{e^2 n_e}{m_e}\int\limits_{-\infty}^{t} dt' \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{r}'_\perp \int\limits_{0}^{\infty} dz' \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{v} \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{v}'\, W(X, X', t-t') \times$$
$$\times \frac{\partial f_0(\boldsymbol{v}')}{\partial \boldsymbol{v}'}\left\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}', t') + \frac{\boldsymbol{v}'}{c} \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}', t')\right\}. \tag{2}$$

Здесь e, n_c, m_e и $f_0(\boldsymbol{v})$ — заряд, средняя плотность, масса и невозмущенная функция распределения электронов, $W(X, X', t-t')$ — вероятность перехода электрона из точки фазового пространства $X' \equiv (\boldsymbol{r}', \boldsymbol{v}')$ в точку $X \equiv (\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v})$ за время $t-t'$, рассчитанная с учетом рассеяния электронов границей [8].

Используя найденные в [8] вероятности перехода и рассчитанные на их основе функции линейного отклика для полуограниченной плазмы со случайно рассеивающей границей (см. формулы (8), (10), (11) и (17), (18), (21), (22) в [8]), можно показать, что система уравнений (1), (2) эквивалентна следующим функциональным уравнениям:

$$\boldsymbol{k}\boldsymbol{\Phi}^+(\boldsymbol{k}, \omega) - \tilde{\varepsilon}_L(\boldsymbol{k}, \omega)\, \boldsymbol{k}\boldsymbol{E}^-(\boldsymbol{k}, \omega) = i\frac{4\pi}{\omega}\left\{\boldsymbol{k}\boldsymbol{J}^e(\boldsymbol{k}, \omega) + \frac{\nu}{4\pi}\times\right.$$
$$\left.\times k_e W(z_n)\xi^-(\boldsymbol{k}, \omega) T^-(\boldsymbol{k}, \omega) + \frac{\omega}{k_e}\boldsymbol{k}\boldsymbol{n}(\boldsymbol{k}, \omega)\, G^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)\right\}; \tag{3}$$

$$[\boldsymbol{k}\,\boldsymbol{\Phi}^+(\boldsymbol{k}, \omega)]_i - \left(\varepsilon_T(\boldsymbol{k}, \omega) - \frac{c^2 k^2}{\omega^2}\right)[\boldsymbol{k}\boldsymbol{E}^-(\boldsymbol{k}, \omega)]_i = i\frac{4\pi}{\omega}\times$$
$$\times\left\{[\boldsymbol{k}\,\boldsymbol{J}^e(\boldsymbol{k}, \omega)]_i + \frac{\omega}{k_e}\varkappa_T(\boldsymbol{k}, \omega)\, G^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)\, e_{zij}k_j\right\}, \quad i = x, y, z. \tag{4}$$

Здесь $\boldsymbol{\Phi}^+(\boldsymbol{k}, \omega)$ и $\boldsymbol{E}^-(\boldsymbol{k}, \omega), T^-(\boldsymbol{k},\omega)$— предельные значения некоторых функций, аналитичных в верхней и нижней полуплоскостях комплексной переменной k_z при $\operatorname{Im} k_z \to \pm 0$, причем $\boldsymbol{E}^-(\boldsymbol{k}, \omega)$ совпадает с фурье-компонентой электрического поля $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$, заданного в области $z>0$ и продолженного нулем на область $z<0$,

$$\boldsymbol{E}^-(\boldsymbol{k}, \omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{r}_\perp \int\limits_{0}^{\infty} dz \exp\left[i(\omega t - \boldsymbol{k}\boldsymbol{r})\right] \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t), \tag{5}$$

$\tilde{\varepsilon}_L(\boldsymbol{k},\omega)=1+4\pi\tilde{\varkappa}_L(\boldsymbol{k},\omega)$, $\varepsilon_T(\boldsymbol{k},\omega)=1+4\pi\varkappa_T(\boldsymbol{k},\omega)$; $\tilde{\varkappa}_L(\boldsymbol{k},\omega)$ и $\varkappa_T(\boldsymbol{k},\omega)$ — фурье-компоненты продольной и поперечной восприимчивостей, рассчитанных с учетом столкновений электронов с нейтральными частицами в рамках τ-приближения:

$$\tilde{\varkappa}_L(\boldsymbol{k},\omega)=\frac{1}{4\pi}\frac{k_e^2}{k^2}\frac{(\omega+i\nu)W(z)}{\omega+i\nu},$$

$$\varkappa_T(\boldsymbol{k},\omega)=\frac{1}{4\pi}\frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega+i\nu)}\left[W(z)-1\right], \tag{6}$$

$$W(z)=1-z\exp(-z^2/2)\left[\int_0^z dx\exp(x^2/2)-i(\pi/2)^{1/2}\right],$$

$$z=\frac{\omega+i\nu}{ks_e},\quad z_n=\frac{\omega+i\nu}{ks_{ne}},\quad s_e=(T_e/m_e)^{1/2},\quad s_{ne}=(T_{ne}/m_e)^{1/2},$$

$$T_{ne}=\frac{m_eT_n+m_nT_e}{m_e+m_n},\quad \omega_{pe}^2=\frac{4\pi e^2n_e}{m_e},\quad k_e^2=\frac{4\pi e^2n_e}{T_e},$$

T_e и T_n — температуры электронов и нейтралов соответственно, m_n — масса нейтралов, ν — эффективная частота соударений электронов с нейтралами, e_{zij} — абсолютно антисимметричный единичный тензор третьего ранга,

$$T^{\pm}(\boldsymbol{k},\omega)=\frac{k_e}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk_z'}{k_z'-k_z\mp i0}\frac{W(z')}{\xi^{+}(\boldsymbol{k}',\omega)}\frac{\boldsymbol{k}'\boldsymbol{E}^{-}(\boldsymbol{k}',\omega)}{k'^2},\quad \boldsymbol{k}'=(\boldsymbol{k}_\perp,k_z'); \tag{7}$$

$$G^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{1}{\pi B^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\int_{-\infty}^{\infty}dk_z\,\boldsymbol{m}^{(\alpha)}(\boldsymbol{k},\omega)\,\boldsymbol{E}^{-}(\boldsymbol{k},\omega), \tag{8}$$

а величины $\xi^{\pm}(\boldsymbol{k},\omega)$, $B^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)$, $\boldsymbol{n}(\boldsymbol{k},\omega)$, $\boldsymbol{m}^{(\alpha)}(\boldsymbol{k},\omega)$ представляют собой известные функции соответствующих переменных, явный вид которых приведен в [8] (см. формулы (11), (22)). Влияние специфики рассеяния электронов поверхностью проявляется в исходных функциональных уравнениях (3), (4) посредством зависимости фигурирующих в них величин $G^{(\alpha)}(\boldsymbol{k},\omega)$ от модельных граничных условий. Индекс α при этих величинах может пробегать значения $\alpha=0\div3$ и соответствует модели диффузной границы ($\alpha=0$), а также трем моделям случайно рассеивающей границы, удовлетворяющим законам сохранения плотности ($\alpha=1$), нормальной компоненты потока ($\alpha=2$) и энергии ($\alpha=3$) падающих и рассеянных границей частиц (граничные условия (3)—(6) в [8] при $p_\sigma=0$).

Уравнение (4) может быть решено стандартными методами [9], однако уравнение (3) содержит в правой части сингулярный интеграл типа Коши от неизвестной величины $\boldsymbol{E}^{-}(\boldsymbol{k},\omega)$, что не позволяет применить в последнем случае стандартную процедуру решения. Это принципиальное отличие обусловлено использованием модели БГК и отражает существенную особенность модели, связанную с наличием сингулярной части отклика при случайном рассеянии электронов границей раздела. В бесстолкновительном пределе либо при расчетах в рамках модели Лоренца (τ-приближение) зависимость отклика от интегралов типа Коши исчезает и в уравнении (3) будут фигурировать только две неизвестные функции переменной k_z (ср. с [10, 11]).

Возникающие трудности при решении уравнения для продольного поля можно обойти, если воспользоваться тем обстоятельством, что

$$T^+(\boldsymbol{k},\omega) - T^-(\boldsymbol{k},\omega) = \frac{k_e}{k^2}\,\frac{W(z)}{\xi^+(\boldsymbol{k},\omega)}\,\boldsymbol{k}E^-(\boldsymbol{k},\omega). \tag{9}$$

С учетом этого факта уравнение (3) переписывается в виде

$$\left\{\boldsymbol{k}\Phi^+(\boldsymbol{k},\omega) - \left(1+\frac{i\nu}{\omega}\right)k_e\xi^+(\boldsymbol{k},\omega)T^+(\boldsymbol{k},\omega)\right\} - \left\{\boldsymbol{k}E^-(\boldsymbol{k},\omega) - k_e\xi^-(\boldsymbol{k},\omega)\times\right.$$

$$\left.\times\, T^-(\boldsymbol{k},\omega)\right\} = i\,\frac{4\pi}{\omega}\left\{\boldsymbol{k}J^e(\boldsymbol{k},\omega) + \frac{\omega}{k_e}\,\boldsymbol{k}n(\boldsymbol{k},\omega)\,G^{(a)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right\}, \tag{10}$$

формальное решение которого имеет вид

$$\boldsymbol{k}\Phi^+(\boldsymbol{k},\omega) - \left(1+\frac{i\nu}{\omega}\right)k_e\,\xi^+(\boldsymbol{k},\omega)T^+(\boldsymbol{k},\omega) = g^+(\boldsymbol{k},\omega); \tag{11}$$

$$\boldsymbol{k}E^-(\boldsymbol{k},\omega) - k_e\,\xi^-(\boldsymbol{k},\omega)T^-(\boldsymbol{k},\omega) = g^-(\boldsymbol{k},\omega). \tag{12}$$

Здесь

$$g^\pm(\boldsymbol{k},\omega) = \lim_{\mathrm{Im}\,k_z\to\pm 0} g(\boldsymbol{k},\omega),\quad g(\boldsymbol{k},\omega) = P_L(\boldsymbol{k}_\perp,\omega) + F(\boldsymbol{k},\omega) + N(\boldsymbol{k},\omega)G^{(a)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega), \tag{13}$$

$$P_L(\boldsymbol{k}_\perp,\omega) = -E_z(+0) + \frac{2\pi}{\omega}\,\Delta J_z^e(\boldsymbol{k}_\perp,\omega),\quad F(\boldsymbol{k},\omega) = \frac{2}{\omega}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk_z'}{k_z'-k_z}\,\boldsymbol{k}'J^e(\boldsymbol{k}',\omega),$$

$$N(\boldsymbol{k},\omega) = \frac{2}{k_e}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk_z'}{k_z'-k_z}\,\boldsymbol{k}'n(\boldsymbol{k}',\omega),\quad \Delta J_z^e(\boldsymbol{k}_\perp,\omega) = J_z^e(\boldsymbol{k}_\perp,\omega,z=+0) -$$

$$- J_z^e(\boldsymbol{k}_\perp,\omega,z=-0),\quad E_i(+0) = E_i(\boldsymbol{k}_\perp,\omega,z=+0),\quad i = x,y,z.$$

Уравнение (12) совместно с (7) эквивалентно сингулярному уравнению [9]

$$\hat{K}\Psi(\boldsymbol{k},\omega) = \frac{\varkappa_L(\boldsymbol{k},\omega)}{\xi^-(\boldsymbol{k},\omega)}\,g^-(\boldsymbol{k},\omega), \tag{14}$$

где $\hat{K}$ — сингулярный интегральный оператор, совпадающий со своим характеристическим оператором $\hat{K}^\circ$:

$$\hat{K}\Psi(\boldsymbol{k},\omega) = [1+2\pi\tilde{\varkappa}_L(\boldsymbol{k},\omega)]\Psi(\boldsymbol{k},\omega) + i2\tilde{\varkappa}_L(\boldsymbol{k},\omega)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk_z'}{k_z'-k_z}\,\Psi(\boldsymbol{k}',\omega). \tag{15}$$

Здесь

$$\Psi(\boldsymbol{k},\omega) = \frac{\varkappa_L(\boldsymbol{k},\omega)}{\xi^-(\boldsymbol{k},\omega)}\,\boldsymbol{k}E^-(\boldsymbol{k},\omega), \tag{16}$$

$\varkappa_L(\boldsymbol{k},\omega)$ — продольная восприимчивость, рассчитанная в рамках модели БГК:

$$\varkappa_L(\boldsymbol{k},\omega) = \frac{1}{4\pi}\,\frac{k_e^2}{k^2}\,\frac{(\omega+i\nu)W(z)}{\omega+i\nu W(z_n)}. \tag{17}$$

Последовательное решение уравнений (15) и (10) приводит к следующему результату для функции $\Phi(\boldsymbol{k},\omega)$, аналитичной во всей комплексной плоскости k_z с разрезом вдоль действительной оси и совпадающей с $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k},\omega)$ при $\operatorname{Im} k_z<0$:

$$\Phi_i(\boldsymbol{k},\omega)=\frac{1}{k^2}\left\{\widetilde{F}_i(\boldsymbol{k},\omega)+k_i\left[1+\frac{i\nu_n}{\omega}\theta(\operatorname{Im}k_z)\right]Y(\boldsymbol{k},\omega)B_L(\boldsymbol{k},\omega)P_L(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+\right.$$

$$+s(\boldsymbol{k},\omega)X_T(\boldsymbol{k},\omega)P_i(\boldsymbol{k},\omega)+k_i\left\{\left[1+\frac{i\nu_n}{\omega}\theta(\operatorname{Im}\boldsymbol{k}_z)\right]Y(\boldsymbol{k},\omega)K_L(\boldsymbol{k},\omega)+\right.$$

$$\left.\left.+\left(1-\frac{k^2}{k_z^2}\delta_{iz}\right)\frac{k_z}{k_\perp}s(\boldsymbol{k},\omega)X_T(\boldsymbol{k},\omega)K_T(\boldsymbol{k},\omega)\right\}G^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right\},\quad i=x,y,z, \tag{18}$$

где

$$P_L(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{1}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\left\{\overline{F}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+\frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_\perp(1+(i\nu_n/\omega))}P_z(\boldsymbol{k},\omega)\right|_{k_z=ik_\perp}-$$

$$\left.-\left[K_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+\frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{1+(i\nu_n/\omega)}K_T^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right]G^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right\},$$

$$\widetilde{F}(\boldsymbol{k},\omega)=\boldsymbol{k}\left[1+\frac{i\nu_n}{\omega}\theta(\operatorname{Im}k_z)\right]Y(\boldsymbol{k},\omega)F_L(\boldsymbol{k},\omega)+s(\boldsymbol{k},\omega)X_T(\boldsymbol{k},\omega)[\boldsymbol{k}F_T(\boldsymbol{k},\omega)],$$

$$s(\boldsymbol{k},\omega)=\begin{cases}-\dfrac{c}{\omega}(k_z+ik_\perp), & \operatorname{Im}k_z>0\\[2mm] \dfrac{\omega}{c}(k_z-ik_\perp)^{-1}, & \operatorname{Im}k_z<0\end{cases},$$

$$P_i(\boldsymbol{k},\omega)=i\frac{c}{\omega}\times$$

$$\times\begin{cases}[ik_\perp k_z\gamma_s^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-k^2]E_i(+0)+k_i\boldsymbol{k}_\perp\boldsymbol{E}_\perp(+0)-\dfrac{\omega}{c}k_z e_{zij}B_j(+0), & i=x,y\\[2mm] [k_z-ik_\perp\gamma_s^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)]\boldsymbol{k}_\perp\boldsymbol{E}_\perp(+0)+\dfrac{\omega}{c}e_{zlj}k_lB_j(+0), & i=z\end{cases},$$

$$\gamma_s^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=1+2\lambda_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega),\quad \lambda_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{1}{2\pi k_\perp}\int_0^\infty dk_z\ln\tau(\boldsymbol{k},\omega),$$

$$\tau(\boldsymbol{k},\omega)=1-\frac{\omega^2}{c^2k^2}\varepsilon_T(\boldsymbol{k},\omega),\quad Y(\boldsymbol{k},\omega)=X_L(\boldsymbol{k},\omega)\,\xi(\boldsymbol{k},\omega), \tag{19}$$

$$X_L(\boldsymbol{k},\omega)=\exp\left\{\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk_z'}{k_z'-k_z}\ln\varepsilon_L(\boldsymbol{k}',\omega)\right\},$$

$$X_T(\boldsymbol{k},\omega)=\exp\left\{\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk_z'}{k_z'-k_z}\ln\tau(\boldsymbol{k}',\omega)\right\},\quad \varepsilon_L(\boldsymbol{k},\omega)=1+4\pi\varkappa_L(\boldsymbol{k},\omega),$$

$$B_L(\boldsymbol{k},\omega)=1+\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk_z'}{k_z'-k_z}\,\frac{\eta(\boldsymbol{k}',\omega)}{Y^+(\boldsymbol{k}',\omega)}-\frac{(i\nu_n/\omega)\theta(\operatorname{Im}k_z)}{1+(i\nu_n/\omega)\theta(\operatorname{Im}k_z)}\,\frac{1}{Y(\boldsymbol{k},\omega)},$$

$$\eta(\boldsymbol{k},\omega)=\frac{i\nu_n}{\omega+i\nu_n}[1-W(z_n)],$$

$$K_L(\mathbf{k},\omega)=\frac{2}{\omega}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dk'_z}{k'_z-k_z}\,\frac{1}{Y^+(\mathbf{k}',\omega)}\Big\{\mathbf{k}'n(\mathbf{k}',\omega)+\frac{k_e}{i4\pi}\,\eta(\mathbf{k}',\omega)\times$$

$$\times N^-(\mathbf{k}',\omega)\Big\}-\frac{(i\nu_n/\omega)\,\theta(\operatorname{Im}k_z)}{1+(i\nu_n/\omega)\,\theta(\operatorname{Im}k_z)}\,\frac{N(\mathbf{k},\omega)}{Y(\mathbf{k},\omega)}.$$

$$K_T(\mathbf{k},\omega)=\frac{2\omega k_\perp}{ck_e}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dk'_z}{k'_z-k_z}\,\frac{\varkappa_T(\mathbf{k}',\omega)}{(k'_z+ik_\perp)X_T^+(\mathbf{k}',\omega)}=-\frac{k_\perp}{k_e}\times$$

$$\times\Big\{\frac{2k_\perp c}{\omega}\lambda_T(k_\perp,\omega)+\frac{ic}{\omega}(k_z-ik_\perp)\Big[1-\frac{1}{X_T(\mathbf{k},\omega)}\Big]+$$

$$+\frac{i\omega}{c}\,\frac{\theta(\operatorname{Im}k_z)}{(k_z+ik_\perp)\,X_T(\mathbf{k},\omega)}\Big\},$$

$$F_L(\mathbf{k},\omega)=\frac{2}{\omega}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dk'_z}{k'_z-k_z}\,\frac{1}{Y^+(\mathbf{k}',\omega)}\Big\{\mathbf{k}'J^e(\mathbf{k}',\omega)+\frac{\omega}{i4\pi}\,\eta(\mathbf{k}',\omega)F^-(\mathbf{k}',\omega)\Big\}-$$

$$-\frac{(i\nu_n/\omega)\,\theta(\operatorname{Im}k_z)}{1+(i\nu_n/\omega)\,\theta(\operatorname{Im}k_z)}\,\frac{F(\mathbf{k},\omega)}{Y(\mathbf{k},\omega)},$$

$$F_T(\mathbf{k},\omega)=\frac{2}{c}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dk'_z}{k'_z-k_z}\,\frac{[\mathbf{k}'\,J^e(\mathbf{k}',\omega)]}{(k'_z+ik_\perp)\,X_T^+(\mathbf{k}',\omega)},$$

$$\bar F(k_\perp,\omega)=\frac{\omega}{2k_\perp c}\,\frac{\delta(k_\perp,\omega)}{1+i\nu_n/\omega}\,V_T^+(k_\perp,\omega)-F_L^+(k_\perp,\omega),$$

$$V_T(\mathbf{k},\omega)=\frac{4}{\omega}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dk'_z}{k'_z-k_z}\,\frac{k'_z\,\mathbf{k}'\,J^e(\mathbf{k}',\omega)-k'^2J^e_z(\mathbf{k}',\omega)}{(k'_z+ik_\perp)\,X_T^-(\mathbf{k}',\omega)},$$

$$B_L^\pm(k_\perp,\omega)\equiv B_L(\mathbf{k},\omega)\big|_{k_z=\pm ik_\perp},\qquad K_{L,T}^\pm(k_\perp,\omega)\equiv K_{L,T}(\mathbf{k},\omega)\big|_{k_z=\pm ik_\perp},$$

$$V_T^\pm(k_\perp,\omega)=V_T(\mathbf{k},\omega)\big|_{k_z=\pm ik_\perp},\qquad F_L^\pm(k_\perp,\omega)\equiv F_L(\mathbf{k},\omega)\big|_{k_z=\pm ik_\perp},$$

$$\delta(k_\perp,\omega)=\frac{2k_\perp c}{\omega}\,\frac{X_T(k_\perp,\omega)}{Y(k_\perp,\omega)},\qquad Y(k_\perp,\omega)\equiv Y(\mathbf{k},\omega)\big|_{k_z=ik_\perp}=X_L(k_\perp,\omega)\,\xi(k_\perp,\omega)$$

$$X_L(k_\perp,\omega)\equiv X_L(\mathbf{k},\omega)\big|_{k_z=ik_\perp}=\exp\Big\{\frac{k_\perp}{\pi}\int\limits_0^\infty dk_z\,\frac{\ln\varepsilon_L(\mathbf{k},\omega)}{k^2}\Big\},$$

$$X_T(k_\perp,\omega)\equiv X_T(\mathbf{k},\omega)\big|_{k_z=ik_\perp}=\exp\Big\{\frac{k_\perp}{\pi}\int\limits_0^\infty dk_z\,\frac{\ln\varepsilon(\mathbf{k},\omega)}{k^2}\Big\},$$

а $\nu_n=\nu$ при конечных T_{ne} и $\nu_n=0$ при $T_{ne}\to 0$.

Введение величины ν_n позволяет при $\alpha=0$, 1, 2 формально объединить в единой записи решения уравнений поля, полученные при учете столкновений на основе модели БГК и модели Лоренца [12] и при необходимости осуществить в соотношениях (18), (19) соответствующий предельный переход, полагая $T_{ne}\to 0$.

Соотношения (18), (19) определяют фурье-компоненту электрического поля с точностью до констант граничной задачи $E_i(+0)$, $B_i(+0)$, подлежащих определению из граничных условий для электромагнитного поля.

Учитывая, что поле во внешней среде может быть представлено в виде суперпозиции плоских волн, распространяющихся от границы раздела,

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int\limits_{-\infty+i0}^{\infty+i0} d\omega \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{k}_\perp \exp\left[i\left(\boldsymbol{k}_\perp \boldsymbol{r}_\perp - \tilde{k}_z z - \omega t\right)\right] \boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega),$$

$$\tilde{k}_z = \left(\frac{\omega^2 \tilde{\varepsilon}}{c^2} - k_\perp^2\right)^{1/2}, \quad \operatorname{Im} \tilde{k}_z > 0, \tag{20}$$

а также свойство аналитичности функций $\Phi_{x,y}(\boldsymbol{k},\omega)$ в точке $k_z = -ik_\perp$, приходим к следующей системе уравнений для граничных значений тангенциальных компонент элктрического поля:

$$L_{ij}^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) E_j(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{2}{k_\perp} \left\{ X_T(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) E_i^e(\boldsymbol{k}, \omega)|_{k_z = -ik_\perp} - k_i \frac{\omega}{2k_\perp c} \times \right.$$

$$\left. \times\, \delta(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \frac{K(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)} G^{(e)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \right\}, \quad i, j = x, y, \tag{21}$$

где

$$L_{ij}^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{k_i k_j}{k_\perp^2} \gamma_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) L_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) + \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k_\perp^2}\right) \times$$

$$\times\, \gamma_s^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) L_s^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega), \qquad i, j = x, y,$$

$$L_{ps}^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = 1 - r_{p,s}^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega),$$

$$r_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{i\omega^2 \tilde{\varepsilon}}{c^2 k_\perp \tilde{k}_z} \frac{1}{\gamma_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)} \left[1 - \frac{\delta^2(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{1 + i\nu_n/\omega} \frac{B_L^-(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}\right],$$

$$r_s^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{i\tilde{k}_z}{k_\perp} \frac{1}{\gamma_s^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)},$$

$$\gamma_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = 2\left\{1 + \lambda_T(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)\left[1 - \frac{\delta^2(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{1 + i\nu_n/\omega} \frac{B_L^-(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}\right]\right\}, \tag{22}$$

$$\boldsymbol{E}^e(\boldsymbol{k}, \omega) = \boldsymbol{k}\left[1 + \frac{i\nu_n}{\omega} \theta(\operatorname{Im} k_z)\right] Y(\boldsymbol{k}, \omega) E_L(\boldsymbol{k}, \omega) + s(\boldsymbol{k}, \omega) \times$$

$$\times\, X_T(\boldsymbol{k}, \omega) [\boldsymbol{k} F_T(\boldsymbol{k}, \omega)],$$

$$E_L(\boldsymbol{k}, \omega) = F_L(\boldsymbol{k}, \omega) + \frac{B_L(\boldsymbol{k}, \omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)} \bar{F}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega),$$

$$K(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = K_L(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) + K_T(\boldsymbol{k}_\perp, \omega),$$

$$K_L(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = B_L^-(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) K_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) - B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) K_L^-(\boldsymbol{k}_\perp, \omega),$$

$$K_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{1+i\nu_n/\omega}B_L^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)K_T^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-\frac{1}{\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\times$$
$$\times B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)K_T^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega).$$

Решение системы уравнений (21) удобно представить в терминах составляющих $E_z(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)$ и $B_z(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)$:

$$E_z(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{\omega^2}{2c^2k_\perp\tilde{k}_z}\frac{V(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-i2k_\perp c/\omega)\,\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)K(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)G^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\gamma_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)L_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}; \quad (23)$$

$$B_z(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{i2}{c\tilde{k}_z}\frac{r_s^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{L_s^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\int_{-\infty}^{\infty}dk_z\frac{[\boldsymbol{k}\boldsymbol{J}^e(\boldsymbol{k},\omega)]_z}{(k_z+ik_\perp)X_T^+(\boldsymbol{k},\omega)}, \quad (24)$$

где

$$V(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=V_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-i\frac{2k_\perp c}{\omega}\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)V_L(\boldsymbol{k}_\perp,\omega),$$

$$V_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{\delta^2(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{1+i\nu_n/\omega}B_L^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)V_T^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)V_T^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega), \quad (25)$$

$$V_L(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=i\,[B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)F_L(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-B_L^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)F_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)].$$

Заметим, что решение (24) для магнитного поля не зависит от выбора модели границы и является окончательным. Более того, оно совпадает с соответствующим результатом, полученным на основе расчетов в рамках τ-приближения [11, 12]. Вместе с тем соотношение (23) для электрического поля, связанного с возбуждением волн p-поляризации, содержит в правой части величины, зависящие от рассматриваемой модели границы, и тем самым дает окончательное решение лишь в случае диффузного рассеяния частиц ($\alpha=0$, $G^{(0)}(\boldsymbol{k},\omega)=0$). В соответствии с этим $r_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)$ и $r_s^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\equiv r_s^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)$ имеют смысл отношения импедансов плазмы к импедансам внешней среды для полей p- и s-поляризации, а уравнение

$$L_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=0 \quad (26)$$

определяет спектр собственных поверхностных возбуждений в полуограниченной плазме с диффузной границей.

Для случайно рассеивающей границы ($\alpha=1,2,3$) $G^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)$ отлично от нуля и зависит от $E_z(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)$. Для окончательного решения задачи следует подставить выражение (18), взятое при $\operatorname{Im}k_z\to-0$, в формулу (8) и воспользоваться далее решением (23). В результате получаем

$$E_z(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{\omega}{c\tilde{k}_z}\frac{(\omega/2k_\perp c)V(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\Delta^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)K(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)h^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{\gamma_p^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)L_p^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}; \quad (27)$$

$$G^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{1}{\gamma_p^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)L_p^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\left\{\gamma_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)L_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)h^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+\right. \quad (28)$$
$$\left.+\frac{\omega^2}{2k_\perp^2c^2}\frac{V(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\left[\beta_1^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-\frac{i\omega^2\tilde{\varepsilon}}{c^2k_\perp\tilde{k}_z}\beta_2^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right]\right\},$$

где

$$L_p^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=1-r_p^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega),$$

$$r_p^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{i\omega^2\tilde{\varepsilon}}{c^2 k_\perp \tilde{k}_z}\,\frac{1}{\gamma_p^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\left\{\Delta^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\left[1-\frac{\delta^2(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{1+i\nu_n/\omega}\,\frac{B_L^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{\omega}{k_\perp c}\,\frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\,K(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\,\beta_2^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right\},$$

$$\gamma_p^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\gamma_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\,\Delta^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+\frac{\omega}{k_\perp c}\,\frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\,K(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\,\beta_1^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega),$$

$$\beta_1^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=2\lambda_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\,\beta_2^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega),\quad \alpha=1,3,$$

$$\beta_1^{(2)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=-i\left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2}\frac{\omega}{\omega_{pe}}\left[\frac{\gamma_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{2X_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}+\frac{4k_\perp c}{\omega}\,\frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{1+i\nu_n/\omega}\,\frac{\lambda_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\right],$$

$$\beta_2^{(1)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=-4\,\frac{k_\perp^2 c}{k_e\,\omega}\,\frac{1+i\nu_n/\omega}{1+i\nu/\omega}\,\frac{\lambda(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\,\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega),$$

$$\beta_2^{(2)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=i\left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2}\frac{\omega}{\omega_{pe}}\left\{X_T^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\left\{\delta^2(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\left[\frac{B_L^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-2Y(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{(1+i\nu_n/\omega)B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+\,Y^2(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right]-1\right\}+\left(\frac{2k_\perp c}{\omega}\right)^2\left[1-X_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right]\right\},$$

$$\beta_2^{(3)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{c}{3s_e}\,\frac{\omega}{\omega_{pe}}\,\frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\,\frac{1+i\nu/\omega}{1+i\nu_n/\omega}\left\{\varepsilon_{pe}\frac{B_L^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{Y(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}-\right.$$

$$\left.-(1+i\nu_n/\omega)B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\,Y(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+\frac{T_{ne}}{T_e}\,\frac{(2k_\perp s_e)^2}{\omega(\omega+i\nu)}\left[\lambda(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-a(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right]\right\},\tag{29}$$

$$\Delta^{(1)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=B^{(1)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-\frac{4k_\perp}{k_e}\,\frac{\lambda(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\,\frac{1+i\nu_n/\omega}{1+i\nu/\omega}\times$$

$$\times\left[K_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+\frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{1+i\nu/\omega}\,K_T^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right],$$

$$\Delta^{(2)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=-1+B^{(2)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+i\left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2}\frac{k_\perp}{k_e}\left\{\frac{\gamma_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{2X_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}-\right.$$

$$-1-\tilde{\lambda}_L(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+\frac{k_e}{k_\perp}\left[N^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+N^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right]+$$

$$+\frac{1}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\left\{\frac{k_e}{k_\perp}\left[\frac{K_L(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{Y(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}-2K_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right]+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{Y^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{1+i\nu_n/\omega}\left[2\left(\frac{2k_\perp c}{\omega}\right)^2X_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\,\lambda_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-\frac{B_L^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{Y(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}+2\right]\right\}\right\},$$

$$\Delta^{(3)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=B^{(3)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+\frac{k_e}{3k_\perp}\,\frac{\omega(\omega+i\nu)}{\omega_{pe}^2}\left\{\frac{\omega}{2k_\perp c}\,\varepsilon_{pe}\,\frac{K_T^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{X_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}-\right.$$

$$-\frac{2k_\perp c}{\omega}\,X_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\,K_T^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+\varepsilon_{pe}\frac{K(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\,Y^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-$$

$$- [N^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) - N^-(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)] + \frac{T_{ne}}{T} \frac{(2k_\perp s_e)^2}{\omega(\omega + i\nu)} \left\{ d(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) - \frac{i\nu}{\omega} \frac{k_e}{8k_\perp} + \right.$$

$$\left. + \left[K_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) + \frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{1 + i\nu_n/\omega} K_T^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \right] \frac{a(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) - \lambda(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)} \right\} \Bigg\},$$

$$h^{(1)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{4k_\perp}{k_e} \left[\frac{1 + i\nu_n/\omega}{1 + i\nu/\omega} f_L^{(1)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) - \frac{\lambda(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)} \overline{F}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \right],$$

$$h^{(2)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = i \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \frac{\omega}{\omega_{pe}} \left\{ \frac{1}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)} \left\{ \left(\frac{\omega}{2k_\perp c}\right)^2 \frac{V(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{X_T(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + 2F_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) - \frac{\omega}{k_\perp c} \frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{1 + i\nu_n/\omega} V_T^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \right\} - f_z(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \right\},$$

$$h^{(3)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{k_e}{3k_\perp} \frac{\omega(\omega + i\nu)}{\omega_{pe}^2} \left\{ \varepsilon_{pe} \left(\frac{\omega}{2k_\perp c}\right)^2 \left[\frac{V(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)} + V_T^-(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \right] \times \right.$$

$$\times X_T^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) + F(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) - X_T(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) V_T^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) - \frac{T_{ne}}{T_e} \frac{(2k_\perp s_e)^2}{\omega(\omega + i\nu)} \times$$

$$\times \left\{ \frac{a(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) - \lambda(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)} \left[\frac{\omega}{2k_\perp c} \frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{1 + i\nu_n/\omega} V_T^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) - F_L^+(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \right] + \right.$$

$$\left. \left. + f_L^{(3)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \right\} \right\},$$

$$\tilde{\lambda}_L(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{8}{k_\perp} \int_0^\infty dk_z \frac{k_z^2}{k^3} \varkappa_L(\boldsymbol{k}, \omega),$$

$$\lambda(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{1}{2\pi k_\perp} \int_0^\infty dk_z \ln[\varepsilon_L(\boldsymbol{k}, \omega) \alpha(\boldsymbol{k}, \omega)],$$

$$\alpha(\boldsymbol{k}, \omega) = \frac{1 + (i\nu_n/\omega) W(z_n)}{1 + i\nu_n/\omega},$$

$$a(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{1}{2\pi k_\perp} \int_{-\infty}^\infty dk_z \alpha(\boldsymbol{k}, \omega) [1 - B_L^-(\boldsymbol{k}, \omega) Y^-(\boldsymbol{k}, \omega)],$$

$$d(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{1}{2\pi k_\perp} \int_{-\infty}^\infty dk_z \alpha(\boldsymbol{k}, \omega) [N^-(\boldsymbol{k}, \omega) - K_L^-(\boldsymbol{k}, \omega) Y^-(\boldsymbol{k}, \omega)],$$

$$f_L^{(1)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{1}{4\pi k_\perp} \int_{-\infty}^\infty dk_z \left[1 - \frac{1}{X_L^+(\boldsymbol{k}, \omega)} \right] \left[\frac{F^+(\boldsymbol{k}, \omega)}{\xi^+(\boldsymbol{k}, \omega)} - \frac{F^-(\boldsymbol{k}, \omega)}{\xi^-(\boldsymbol{k}, \omega)} \right],$$

$$f_L^{(3)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{1}{2\pi k_\perp} \int_{-\infty}^\infty dk_z \left\{ \left[1 - \frac{1}{2X_L^+(\boldsymbol{k}, \omega)} \right] \left[\frac{F^+(\boldsymbol{k}, \omega)}{\xi^+(\boldsymbol{k}, \omega)} - \frac{F^-(\boldsymbol{k}, \omega)}{\xi^-(\boldsymbol{k}, \omega)} \right] - \right.$$

$$\left. - i \frac{2\pi}{\omega} \boldsymbol{k} J^e(\boldsymbol{k}, \omega) + \alpha(\boldsymbol{k}, \omega) [F^-(\boldsymbol{k}, \omega) - F_L^-(\boldsymbol{k}, \omega) Y^-(\boldsymbol{k}, \omega)] \right\},$$

$$f_z(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = \frac{4}{\omega}\int_{-\infty}^{\infty} dk_z J_z^e(\boldsymbol{k}, \omega), \quad F(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = i\,\frac{4k_\perp}{\omega}\int_{-\infty}^{\infty} dk_z \frac{\boldsymbol{k}\boldsymbol{J}^e(\boldsymbol{k}, \omega)}{k^2},$$

$$N^{\pm}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \equiv N(\boldsymbol{k}, \omega)|_{k_z=\pm ik_\perp}, \quad \varepsilon_{pe} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + i\nu)}.$$

Полагая в (22), (23), (27) — (29) $T_{ne}=0$ (такой формальный предел соответствует переходу от модели БГК к модели Лоренца), приходим к известному результату, полученному на основе расчетов в рамках τ-приближения [11–13].

В другом предельном случае $T_{ne}=T_e$ величины, входящие в $\Phi(\boldsymbol{k}, \omega)$, $\gamma_p^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)$ и $h^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)$, могут быть вычислены явно. Окончательный результат расчета таких величин представлен в Приложении.

3. Величинам $\gamma_p^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)$ можно придать смысл отношения импедансов плазмы и внешней среды в случае p-поляризованных волн. В соответствии с этим дисперсионное уравнение для поверхностных волн в полуограниченной плазме со случайно рассеивающей границей имеет вид

$$L_p^{(\alpha)}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = 0. \tag{30}$$

Зная импедансы плазмы, можно получить также решение задачи о рассеянии плоской электромагнитной волны полупространством слабоионизованной плазмы и рассчитать коэффициенты отражения плоских волн. Процедура такого решения полностью аналогична той, которая использовалась в [12, 13] при расчетах с лоренцовским оператором столкновений, и приводит к стандартным выражениям

$$R_p^{(\alpha)} = \left|\frac{1 + r_p^{(\alpha)}}{1 - r_p^{(\alpha)}}\right|^2, \qquad R_s^{(\alpha)} \equiv R_s^{(0)} = \left|\frac{1 + r_s^{(0)}}{1 - r_s^{(0)}}\right|^2. \tag{31}$$

Вполне естественно, что при $\alpha=0$, $T_{ne}=0$ эти соотношения совпадают с полученными ранее результатами [10, 11, 14–16].

Заметим, наконец, что полученные решения могут быть применены для построения корреляционной теории полуограниченной слабоионизованной плазмы со случайно рассеивающей границей раздела, в частности для расчета интенсивности теплового излучения. Для этого необходимо придать величине $\boldsymbol{J}^e(\boldsymbol{r}, t)$ смысл ланжевеновского источника, рассчитать соответствующие квадратичные комбинации и выполнить статистическое усреднение, используя корреляционные функции микротоков, найденные в [8]. Реализация такой схемы расчета не встречает принципиальных затруднений, однако сопряжена с громоздкими алгебраическими преобразованиями. Более удобным оказывается путь, основывающийся на использовании теоремы взаимности и флуктуационно-диссипативной теоремы [17]. В конечном итоге интенсивность излучения определяется законом Кирхгофа в форме Левина—Рытова

$$I_\omega^{(\alpha)} = I_{0\omega}\left[1 - \frac{R_p^{(\alpha)} + R_s^{(0)}}{2}\right], \tag{32}$$

где $I_{0\omega} = \omega^2\tilde{\varepsilon}T_e/4\pi^3c^2$ — интенсивность излучения абсолютно черного тела.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Предельные значения величин, определяющих импедансы и амплитуды тангенциальных компонент излучаемых полей, при $T_{ne} = T_e \neq 0$ имеют вид

$$\Delta^{(1)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\xi(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-\frac{\omega}{i\nu}[1-\xi(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)][1-\xi^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)]-$$

$$-\frac{\omega}{i\nu}\frac{2k_\perp\lambda(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\left[\left(1+\frac{i\nu}{\omega}\right)\frac{\widetilde{Y}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_{z0}+k_\perp}-\frac{\widetilde{Y}^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_{z0}-k_\perp}-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{2k_\perp}{k_e}\right)^2\frac{c}{\omega}\frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{1+\omega/i\nu}\lambda_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right],$$

$$\Delta^{(2)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=i(2\pi)^{1/2}\frac{\omega}{\omega_{pe}}\frac{k_\perp}{k_e}\left\{\frac{\gamma_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{2X_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}+\frac{1}{B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{2k_\perp c}{\omega}\frac{\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{1+i\nu/\omega}\lambda_T(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-\frac{k_e}{k_\perp}K_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right]\right\},$$

$$K_L(\boldsymbol{k},\omega)=\frac{k_e}{2}\frac{\omega}{\nu}\left\{\left(1+\frac{i\nu}{\omega}\right)\frac{\widetilde{Y}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_z+ik_{z0}}+\frac{\widetilde{Y}^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_z-ik_{z0}}-\right.$$

$$\left.-\frac{2k_z}{k_z^2+k_{z0}^2}\frac{1}{Y(\boldsymbol{k},\omega)}\frac{1+i\nu/\omega}{1+(i\nu/\omega)\theta(\operatorname{Im}k_z)}\right\},$$

$$K_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{k_e}{2}\frac{\omega}{i\nu}\left[\left(1+\frac{i\nu}{\omega}\right)\frac{\widetilde{Y}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_{z0}+k_\perp}-\frac{\widetilde{Y}^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_{z0}-k_\perp}+\right.$$

$$\left.+2\frac{k_\perp}{k_e^2}\frac{Y^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{1+\omega/i\nu}\right],$$

$$K_L^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{k_e}{2}\frac{\omega}{i\nu}\left[\left(1+\frac{i\nu}{\omega}\right)\frac{\widetilde{Y}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_{z0}-k_\perp}-\frac{\widetilde{Y}^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_{z0}+k_\perp}-\right.$$

$$\left.-2\frac{k_\perp}{k_e^2}\frac{i\nu}{\omega}Y(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right],$$

$$K(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{k_\perp}{k_e}\left[\frac{k_\perp c}{\omega}\frac{\gamma_p^{(0)}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{\delta(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}B_L^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-\frac{2}{1+i\nu/\omega}\right],$$

$$B_L(\boldsymbol{k},\omega)=\frac{\omega}{\nu}\frac{k_e^2}{2k_{z0}}\left[\left(1+\frac{i\nu}{\omega}\right)\frac{\widetilde{Y}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_z+ik_{z0}}-\frac{\widetilde{Y}^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_z-ik_{z0}}\right]+$$

$$+\frac{k^2}{k_z^2+k_{z0}^2}\frac{1}{Y(\boldsymbol{k},\omega)}\frac{1}{1+(i\nu/\omega)\theta(\operatorname{Im}k_z)},$$

$$B_L^\pm(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)=\frac{k_e^2}{2k_{z0}}\frac{\omega}{i\nu}\left[\left(1+\frac{i\nu}{\omega}\right)\frac{\widetilde{Y}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_{z0}\pm k_\perp}+\frac{\widetilde{Y}^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_{z0}\mp k_\perp}\right],$$

$$F_L(\boldsymbol{k},\omega)=\frac{k_e^2}{2k_{z0}}\frac{\omega}{\nu}\left[\left(1+\frac{i\nu}{\omega}\right)\frac{\widetilde{Y}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_z+ik_{z0}}\widetilde{F}^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)-\frac{\widetilde{Y}^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_z-ik_{z0}}\times\right.$$

$$\left.\times\widetilde{F}^+(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)\right]+\frac{k^2}{k_z^2+k_{z0}^2}\frac{F(\boldsymbol{k},\omega)}{Y(\boldsymbol{k},\omega)}\frac{1}{1+(i\nu/\omega)\theta(\operatorname{Im}k_z)}-g_L(\boldsymbol{k},\omega),$$

$$F_L^\pm(\boldsymbol{k},\omega)=\frac{k_e^2}{2k_{z0}}\frac{\omega}{i\nu}\left[\left(1+\frac{i\nu}{\omega}\right)\frac{\widetilde{Y}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_{z0}\pm k_\perp}\widetilde{F}^-(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)+\frac{\widetilde{Y}^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp,\omega)}{k_{z0}\mp k_\perp}\times\right.$$

$$\times \tilde{F}^{+}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)\Big] - g_L^{\pm}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega),$$

$$g_L(\boldsymbol{k}, \omega) = -\frac{2k_e^2}{i\nu}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk'_z}{k'_z - k_z}\frac{k' J^e(\boldsymbol{k}', \omega)}{(k_z'^2 + k_{z0}^2)\, Y^{+}(\boldsymbol{k}', \omega)},$$

$$g_L^{\pm}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \equiv g_L(\boldsymbol{k}, \omega)|_{k_z=\pm ik_\perp}, \quad \tilde{Y}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \equiv Y(\boldsymbol{k}, \omega)|_{k_z=ik_{z0}},$$

$$V_L(\boldsymbol{k}_\perp,\omega) = -i\frac{k_\perp}{k_{z0}} F(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) + \frac{i}{2}\left\{\frac{k_\perp}{k_{z0}}\left[\tilde{Y}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) - \frac{\tilde{Y}^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{1 + i\nu/\omega}\right]\times\right.$$

$$\left.\times g^{+}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) + \left[\tilde{Y}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) + \frac{\tilde{Y}^{-1}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}{1 + i\nu/\omega}\right] g^{-}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)\right\},$$

$$g^{\pm}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = g_L^{+}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) \pm g_L^{-}(\boldsymbol{k}_\perp, \omega) = -\frac{4k_e^2}{i\nu}\int_{-\infty}^{\infty} dk_z \frac{kJ^e(\boldsymbol{k}, \omega)}{k^2(k_z^2 + k_{z0}^2)\, Y^{+}(\boldsymbol{k}, \omega)}\times$$

$$\times\begin{cases} k_z \\ ik_\perp \end{cases}, \quad k_{z0} = (k_\perp^2 + k_e^2(1 + \omega/i\nu))^{1/2}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Bhatnagar P. L., Gross E. P., Krook M. — Phys. Rev., 1954, 94, № 3, p. 511.
2. Загородний А. Г., Криевцун И. В., Якименко И. П. — УФЖ, 1977, 22, № 9, с. 1533.
3. Генчев Ж. Д. — Доклады Болг. АН, 1979, 52, № 1, с. 11.
4. Загородний А. Г., Якименко И. П. — Физика плазмы, 1978, 4, вып. 2, с. 420.
5. Ситенко А. Г., Якименко И. П. В кн.: Проблемы теории плазмы. — Киев: Наукова думка, 1972, с. 22.
6. Ichimaru S, Yakimenko I. P. — Physica Scripta, 1973, 7, № 5, p. 198.
7. Якименко И. П. В кн.: Проблемы теории плазмы. — Киев: Наукова думка, 1976, с. 80.
8. Загородний А. Г., Усенко А. С., Якименко И. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1986, 29, № 2, с. 169.
9. Мусхелишвили М. И. Сингулярные интегральные уравнения. — М.: Наука, 1968.
10. Мирошниченко В. И. — ЖТФ, 1966, 36, вып. 6, с. 1008.
11. Резвов А. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 3, с. 343
12. Usenko A. S, Yakimenko I. P., Zagorodny A. G. — Physica Scripta, 1985, 32, № 3, p. 225.
13. Загородний А. Г., Усенко А. С., Якименко И. П. Препринт ИТФ АН УССР № 149Р. — Киев, 1985.
14. Силин В. П., Фетисов Е. П. — ЖЭТФ, 1961, 41, вып. 1(7), с. 159.
15. Романов Ю. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11, № 10, с. 1533.
16. Clemmow P. C., Karunarathne V. B. — J. Plasma Phys., 1970, 4, part 1, p. 67.
17. Левин М. Л., Рытов С. М. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. — М.: Наука, 1967.

Институт теоретической физики
АН УССР

Поступила в редакцию
14 апреля 1986 г.

ELECTROMAGNETIC FIELDS IN SEMI-BOUNDED WEAKLY-IONIZED PLASMA WITH RANDOM SCATTERING BOUNDARY

A. G. Zagorodnij, A. S. Usenko, I. P. Yakimenko

Within the framework of the Bhatnagar—Gross—Krook collision model the kinetic solution of the boundary-value problem of semi-bounded weakly-ionized plasma excitation by the given distribution of sources and external fields has been obtained. Three types of boundary conditions describing the random scattering of particles are considered. The coefficients of reflection of plane electromagnetic waves by the plasma half-space have been calculated.