

УДК 533 951.7

## О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ КОЛЕБАНИЙ В НЕРАВНОВЕСНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

*В. М. Воробьев, А. Н. Кондратенко, Ю. В. Сидоренко*

Рассмотрено развитие пучковой неустойчивости в холодной магнитоактивной плазме в условиях выполнения для частиц пучка черенковского и циклотронных резонансов. Найдена область значений параметров задачи, где взаимодействие неустойчивых колебаний происходит наиболее эффективно. Исследовано влияние предварительной модуляции пучка и шума на данный процесс.

Известно, что в пучково-плазменной системе, находящейся во внешнем магнитном поле, возможно возбуждение различных типов волн [1]. Наиболее интенсивно оно происходит в условиях черенковского и циклотронных резонансов [2-4].

В данной работе рассматривается взаимодействие двух колебаний с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  и волновыми векторами  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$ , возбуждающимися моноэнергетическим пучком заряженных частиц малой плотности ( $\alpha = (n_{ob}/n_{oe}) \ll 1$ ,  $n_{ob}$  и  $n_{oe}$  — соответственно плотности пучка и плазмы) в условиях аномального эффекта Доплера

$$\omega_1 - \mathbf{k}_1 \mathbf{v}_0 = -\omega_B \quad (1)$$

и черенковского резонанса

$$\omega_2 - \mathbf{k}_2 \mathbf{v}_0 = 0, \quad (2)$$

где  $\mathbf{v}_0 = (0, 0, v_0)$  — невозмущенная скорость движения частиц пучка через холодную плазму, помещенную в постоянное внешнее поле, вектор напряженности которого  $\mathbf{B} = (0, 0, B_0)$  направлен, так же как и  $\mathbf{v}_0$ , вдоль оси Oz декартовой системы координат,  $\omega_B = eB_0/mc$  — циклотронная частота ( $e, m$  — соответственно заряд и масса электрона,  $c$  — скорость света,  $v_0 \ll c$ ).

Взаимодействие возбуждаемых пучком колебаний в свободной плазме рассматривалось в работах [5-8].

Движение частицы пучка во внешнем поле  $\mathbf{B}$  и в электрических полях возбуждающихся волн  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$  описывается уравнением

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = e\mathbf{E}_1 + e\mathbf{E}_2 + \frac{e}{mc} [\mathbf{v}, \mathbf{B}], \quad (3)$$

которое можно приближенно проинтегрировать в случае малых амплитуд электрических полей  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$ , когда характерная дрейфовая скорость движения частицы

$$v_d = c [(E_1/B_0)^2 + (E_2/B_0)^2]^{1/2} \quad (4)$$

значительно меньше фазовых скоростей волн  $v_{\phi j} = \omega_j/k_j$  ( $j=1, 2$ ) и поперечной скорости частиц  $v_{\perp}$ . Процедура получения основных уравнений, описывающих нелинейную стадию взаимодействия моноэнергетического пучка с собственными модами плазмы в условиях черенковского и циклотронных (аномального эффекта Доплера) резонансов, аналогична изложенной в [3].

В безразмерных переменных  $\tau = \gamma_A t$ ,  $v_i = k_{iz} v_{zi} / \gamma_A$ ,  $\mathcal{E}_1 = \frac{ek_{1x}}{m\omega_B \gamma_A} E_1$ ,

$$\mathcal{E}_2 = \frac{ek_{2z}}{m\gamma_0^2} E_2, \quad \gamma_A = \left[ \Omega_b^2 \omega_B \frac{k_1^2}{k_{1x}^2} \left( \frac{\partial \epsilon_p}{\partial \omega} \right)_{\omega_1}^{-1} \right]^{1/2} \text{ — инкремент неустой-$$

чивости в условиях аномального эффекта Доплера,  $\epsilon_p(\omega_j, \mathbf{k}_j) = \epsilon_{1j} k_{jx}^2 / k_j^2 + \epsilon_{3j} k_{jz}^2 / k_j^2$  — диэлектрическая проницаемость плазменной системы ( $\epsilon_{1j} = 1 - \Omega_e^2 / (\omega_j^2 - \omega_B^2)$ ),  $\epsilon_{3j} = 1 - \Omega_e^2 / \omega_j^2$ ),  $\gamma_0 = \alpha^{1/3} \Omega_e$  — инкремент черенковской неустойчивости,  $\Omega_b$  и  $\Omega_e$  — ленгмюровские частоты пучка и плазмы, система уравнений имеет вид

$$\frac{d\mathcal{E}_l}{d\tau} = N^{-1} P_l \sum_{i=1}^N J_1(\bar{a}_{li}) \sin \Lambda_{li}, \quad l=1,2; \quad (5)$$

$$\frac{d\varphi_l}{d\tau} = (N \mathcal{E}_l)^{-1} P_l \sum_i J_1(\bar{a}_{li}) \cos \Lambda_{li}; \quad (6)$$

$$\frac{d\bar{a}_{li}}{d\tau} = \mathcal{E}_l \bar{a}_{li} J_{2-l}(\bar{a}_{li}) \sin \Lambda_{li}; \quad (7)$$

$$\frac{d\chi_l}{d\tau} = -\mathcal{E}_l \bar{a}_{li} [J_0(\bar{a}_{li}) + \bar{a}_{li}^{-1} J_1(\bar{a}_{li})] \cos \Lambda_{li}; \quad (8)$$

$$\frac{dv_l}{d\tau} = -\sum_{i=1}^2 A_i \mathcal{E}_l J_{2-l}(\bar{a}_{li}) \sin \Lambda_{li}; \quad (9)$$

$$\frac{d\xi_l}{d\tau} = v_l / 2\pi S_l, \quad \Lambda_{li} = 2\pi \xi_{li} + \varphi_l, \quad l=1,2,$$

$$\xi_{1i} = S_1 \xi_i + \chi_i / 2\pi, \quad \xi_{2i} = S_2 \xi_i, \quad P_l = (1, -R), \quad (10)$$

$$R = \gamma_0 / \gamma_A, \quad A_1 = k_{1z}^2 \omega_B / (k_{1x}^2 \gamma_A), \quad A_2 = -k_{1z} R^2 / k_{2z},$$

где  $\bar{a}_{li}$  — безразмерная поперечная составляющая скорости частицы,  $\chi_i$  — угловая переменная, характеризующая движение частицы в плоскости  $xy$ .

Предположим, что система, описываемая уравнениями (5)–(10), периодична с пространственным периодом  $L$ , на котором без остатка укладываются длины обеих волн:

$$L = 2\pi l_1 / k_{1z} = 2\pi l_2 / k_{2z}, \quad S_l = k_{lz} L / 2\pi, \quad (11)$$

где  $k_{jz}$  — проекции волновых векторов на ось  $Oz$ ,  $l_j$  — целые числа,  $j=1,2$ . Тогда

$$\Lambda_{1i} = 2\pi l_1 \xi_i + \varphi_1 + \chi_i, \quad \Lambda_{2i} = 2\pi l_2 \xi_i + \varphi_2. \quad (12)$$

Система уравнений (5)–(10) имеет следующие интегралы движения:

$$\bar{v} + (1/2) A_1 \mathcal{E}_1^2 + (1/2) A_2 \mathcal{E}_2^2 = \text{const}; \quad (13)$$

$$\overline{(a_i^2)} + \mathcal{E}_i^2 = \text{const}, \quad (14)$$

Здесь  $\bar{b} = N^{-1} \sum_{i=1}^N b_i$ .

Естественно ожидать, что взаимодействие неустойчивых колебаний будет наиболее эффективным, если их инкременты незначительно отличаются друг от друга, то есть необходимо, чтобы

$$R = \gamma_0 \gamma_A^{-1} = 2\alpha^{-1/6} \sin^{-1} \theta [\omega_B (\omega_{1+}^2 - \omega_{1-}^2) / \omega_{1\pm} |\omega_{1\pm}^2 - \omega_B^2|]^{1/2} \sim 1, \quad (15)$$

где  $\sin \theta = k_{1x}/k_1$ , а значения частот  $\omega_{\pm}$  определяются из дисперсионного уравнения данной плазменной системы (см., например, [1])

$$\omega_{1\pm}^2 = \frac{1}{2} (\Omega_e^2 + \omega_B^2) \pm \frac{1}{2} [(\omega_B^2 + \Omega_e^2)^2 - 4\omega_B^2 \Omega_e^2 \cos^2 \theta]^{1/2}, \quad (16)$$

$\gamma_{A,0}$  — инкременты неустойчивости колебаний с частотами  $\omega_{1,2}$ . При получении (15) предполагалось, что волна  $\omega_2$  распространяется вдоль пучка, поэтому для нее  $\omega_2 = \Omega_e$ ,  $k_{2x} \ll k_{2z}$ , то есть  $a_{2i} \ll 1$ .

Очевидно, выражение (15) будет минимальным при  $\sin \theta \rightarrow 1$  ( $\theta \rightarrow \pi/2$ ), следовательно, плазменные колебания с частотой  $\omega_2 = \Omega_e$  будут наиболее эффективно взаимодействовать с колебаниями, возбуждающимися в условиях аномального эффекта Доплера, для которых  $|\cos \theta| \ll 1$ , то есть  $k_{1z} \ll k_1$ ,  $k_{1x} \sim k_1$ . Тогда из (1), (2), (16) получим, что (15) можно упростить:

$$R \approx 2\alpha^{-1/6} [\beta(1+\beta^2)^{1/2}]^{1/2}, \quad (17)$$

причем параметр  $\beta = \omega_B/\Omega_e$  связан с другим основным параметром задачи — обратным отношением длин волн  $r = k_{1z}/k_{2z}$ , следующим образом:

$$\beta = (r^2 - 1)/2r. \quad (18)$$

Легко убедиться, что при  $\beta \sim \alpha^{1/3} \ll 1$   $R \sim 1$ , то есть наиболее эффективное взаимодействие неустойчивых колебаний должно наблюдаться при слабых магнитных полях.

Это подтверждается прямым численным интегрированием системы уравнений (5) — (10) с самосогласованными начальными условиями, соответствующими следующим случаям:

- а) пучок предварительно не модулирован,
- б) пучок в момент времени  $\tau = 0$  модулируется на частоте  $\omega_1$ .

Результаты численных расчетов при  $\alpha = 10^{-3}$ ,  $N = 300$ ,  $\bar{a}_{2i}(\tau = 0) = 5 \cdot 10^{-2}$  представлены на рис. 1, 2.

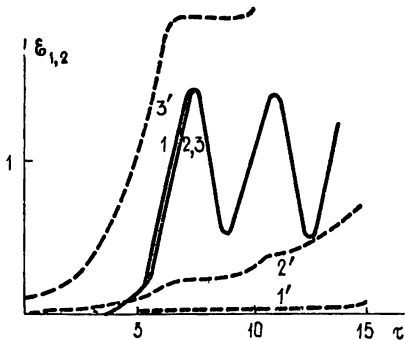


Рис. 1.

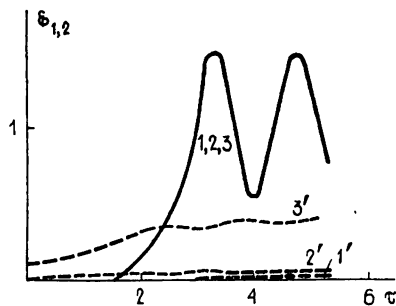


Рис. 2.

Рис. 1. Зависимость амплитуд волн  $\mathcal{E}_1$  (пунктирная кривая) и  $\mathcal{E}_2$  (сплошная кривая) от времени  $\tau$  при  $\beta = 0,292$ . Кривые 1, 1' рассчитаны для  $\mathcal{E}_{10} = \mathcal{E}_{20} = 10^{-3}$ , кривые 2, 2' — для  $\mathcal{E}_{10} = 10^{-2}$ ,  $\mathcal{E}_{20} = 10^{-3}$ .

Рис. 2. Зависимость амплитуд волн  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  от  $\tau$  при  $\beta = 1,05$ . Кривые рассчитаны для тех же значений  $\mathcal{E}_{10}$  и  $\mathcal{E}_{20}$ , что и на рис. 1.

Для всех данных расчетов характерным является то, что отношение инкрементов здесь достаточно велико:  $R \geq 2,5$ . Это означает, что развитие черенковской неустойчивости будет происходить с заметно большим инкрементом, чем в условиях аномального эффекта Доплера, и поэтому, как видно из рисунков, даже сильной модуляцией пучка на частоте  $\omega_1$  ( $\mathcal{E}_{10} > \mathcal{E}_{20}$ ,  $\mathcal{E}_{1,2,20} = \mathcal{E}_{1,2}(\tau = 0)$ ) не удастся сколько-нибудь заметно подавить черенковскую неустойчивость, несмотря на то, что в слабом магнитном поле (рис. 1,  $\beta = 0,292$ ) амплитуда волны  $\mathcal{E}_1$

достигает захватных значений. С увеличением параметра  $\beta$  максимальное значение амплитуды волны  $\mathcal{E}_1$  уменьшается, и в достаточно сильном магнитном поле ( $\beta \leq 1$ ) определяющей является пучковая неустойчивость в условиях черенковского резонанса.

Отметим, что при равных начальных условиях ( $\mathcal{E}_{10} = \mathcal{E}_{20}$ ), соответствующих развитию неустойчивости в случае предварительно не модулированного пучка, наблюдается практически полное подавление волны с меньшим инкрементом (волны с амплитудой  $\mathcal{E}_1$ ). Вследствие быстрого роста волны  $\mathcal{E}_2$  здесь трудно выделить, на какой стадии неустойчивости происходит подавление. Однако уже при  $\mathcal{E}_{10} = 10 \mathcal{E}_{20}$  (см., например, рис. 1, 2, кривые 2) можно видеть, что оно начинается на начальной стадии неустойчивости волны  $\mathcal{E}_2$  ( $\mathcal{E}_2 < 0,5$ ).

Аналогичная ситуация имеет место при взаимодействии двух резонансно возбуждаемых пучком колебаний в холодной плазме [7].

Рассмотрим далее развитие вышеописанных неустойчивостей в системе с достаточно большим уровнем шума.

Известно [2, 9], что интенсивность шума, как в равновесной плазме, так и в пучково-плазменной системе, вблизи собственных частот значительно выше, чем в других областях спектра. Поэтому представляется важным выяснение влияния шума на развитие пучковой неустойчивости в условиях черенковского и циклотронных резонансов. В работе [8] было показано, что развитие резонансной пучковой неустойчивости в свободной плазме с высоким уровнем шума происходит с заметно уменьшенным эффективным линейным инкрементом. Это обстоятельство может существенно облегчить управление неустойчивостью путем предварительной модуляции пучка на рабочей частоте.

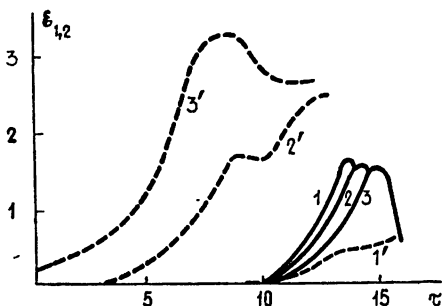


Рис. 3.

Рис. 3. Зависимость амплитуд волн  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  от  $\tau$  при  $\beta = 0,292$ ,  $\varphi_0 = 20$ . Кривые рассчитаны для тех же значений  $\mathcal{E}_{10}$  и  $\mathcal{E}_{20}$ , что и на рис. 1.

Рис. 4. Зависимость амплитуд волн  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  от  $\tau$  при  $\beta = 0,292$ ,  $\varphi_0 = 35$ . Кривые 1—3, 1'—3' рассчитаны для тех же значений  $\mathcal{E}_{10}$  и  $\mathcal{E}_{20}$ , что и на рис. 1, кривая 4 — для  $\mathcal{E}_{10} = 0$ ,  $\mathcal{E}_{20} = 10^{-3}$ .

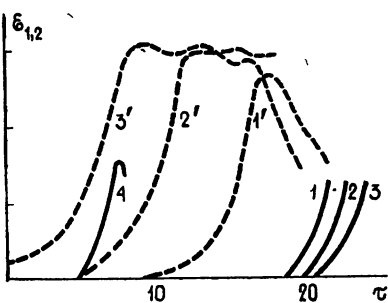


Рис. 4.

Предположим, что в нашей системе развитие обеих неустойчивостей начинается с шумового (флуктуационного) уровня. Пучок, как и прежде, предварительно модулируется на частоте  $\omega_1$ . Это позволяет считать колебания, возбуждающиеся в условиях аномального эффекта Доплера, регулярными и использовать для их описания систему уравнений (5)—(10). Для описания неустойчивости в условиях черенковского резонанса воспользуемся моделью, предложенной в [8], в рамках которой система уравнений для данной неустойчивости аналогична системе (5)—(10), за исключением слагаемого, добавленного в правую часть уравнения для фазы  $\varphi_2$  и учитывающего воздействие шума

$$\frac{d\varphi_2}{d\tau} = \frac{P_2}{N\mathcal{E}_2} \sum_{i=1}^N J_n(\bar{a}_{2i}) \cos \Lambda_{2i} + \frac{\sqrt{2} \varphi_n \{A\}}{\sqrt{1 + \mathcal{E}_2^2/\mathcal{E}_0^2}}, \quad (19)$$

где  $\varphi_0$  — среднее значение скачка фазы колебаний,  $\{A\}$  — случайная величина, определяющая собой фазы ( $-1 \leq A \leq 1$ ),  $\mathcal{E}_0$  — амплитуда шумового поля,  $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_2(\tau = 0)$ .

Результаты численного моделирования рассматриваемого процесса представлены на рис. 3—5 для значения частоты сбоя фазы  $\nu_0 = 3,3\gamma_d$

(значения параметров  $\beta$  и  $r$  выбраны те же, что и ранее).

В слабом магнитном поле ( $\beta=0,292$ , рис. 3, 4) совместное действие предварительной модуляции пучка и шума приводит к тому, что удается задержать в два—три раза (рис. 3) и даже практически подавить (рис. 4) развитие более быстрой черенковской неустойчивости. Отличительной чертой неустойчивости здесь является частичный (рис. 3) или полный (рис. 4) захват пучка волной  $\mathcal{E}_1$ .

С увеличением магнитного поля возрастает отношение инкрементов  $R$  и эффект задержания более быстрой черенковской неустойчивости уменьшается. В сильном магнитном поле ( $\beta=1,05$ , рис. 5) он практически исчезает. Как видно из рисунков, используемой величиной интенсивности шума  $\varphi_0 \leq 35$  не удается достаточно сильно задержать рост волны  $\mathcal{E}_2$ , поэтому здесь, как и в плазме с низким уровнем шума, происходит подавление волны  $\mathcal{E}_1$  на начальной стадии неустойчивости.

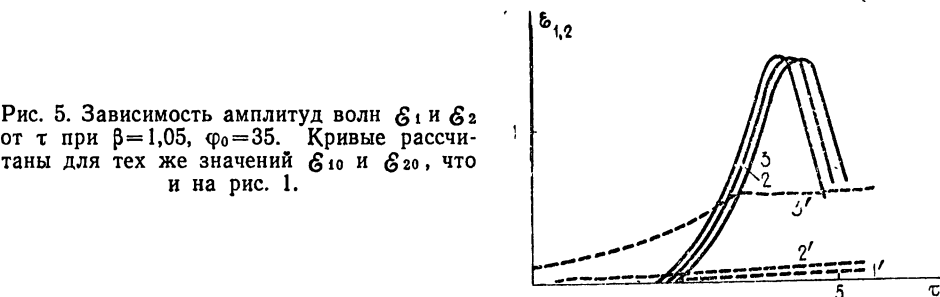


Рис. 5. Зависимость амплитуд волн  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  от  $\tau$  при  $\beta=1,05$ ,  $\varphi_0=35$ . Кривые рассчитаны для тех же значений  $\mathcal{E}_{10}$  и  $\mathcal{E}_{20}$ , что и на рис. 1.

На основании полученных выше результатов можно сделать следующие выводы: взаимодействие рассматриваемых неустойчивых колебаний происходит наиболее эффективно при слабых магнитных полях. Оно приводит к подавлению волны, развивающейся в условиях циклотронного резонанса (аномальный эффект Доплера), в случае либо предварительно не модулированного, либо слабо модулированного на этой частоте пучка. Подавление волн связано с большим отношением инкрементов неустойчивостей волн, которое может быть уменьшено при возбуждении волны с большим инкрементом в плазме с шумом достаточно сильной интенсивности, что существенно облегчает управление неустойчивостью с помощью предварительной модуляции пучка.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А. Волны в магнитоактивной плазме. — М.: Наука, 1970. — 220 с.
2. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А. и др. Электродинамика плазмы. — М.: Наука, 1974. — 720 с.
3. Киценко А. Б., Панкратов И. М., Степанов К. Н. — ЖЭТФ, 1974, 66, вып. 1, с. 166.
4. Kondratenko A. N., Krusha I., Kuklin V. M. — Beitr. Plasma Phys., 1979, 19, № 4, p. 201.
5. Кондратенко А. Н. — УФЖ, 1981, 26, № 4, с. 679.
6. Кондратенко А. Н., Круша И. — УФЖ, 1982, 27, № 10, с. 1519.
7. Воробьев В. М., Кондратенко А. Н. — УФЖ, 1982, 27, № 10, с. 1523.
8. Воробьев В. М., Гирка В. А., Кондратенко А. Н. — УФЖ, 1985, 30, № 5, с. 713.
9. Ситенко А. Г. Флуктуации и нелинейное взаимодействие волн в плазме. — Киев: Наукова думка, 1977, с. 248.

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию  
3 июня 1986 г.

#### ON INTERACTION OF OSCILLATIONS IN NON-EQUILIBRIUM MAGNETOACTIVE PLASMA

V. M. Vorob'ev, A. N. Kondratenko, Yu. V. Sidorenko

The investigation is considered of control processes of beam instability developed in a cold magnetoactive plasma under the conditions of Cerenkov and cyclotron (Doppler anomalous effect) resonances for beam particles. The region of magnitude of problem parameters is defined, where interaction of unstable oscillations occurs most effectively. The influence of preliminary beam modulation at wave frequency exciting under the conditions of cyclotron resonance and the noise upon the development of regarding unstable system is examined.