

УДК 621.385

**НЕСТАЦИОНАРНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА
С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ
ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ
СИСТЕМЫ. II. НИЗКОЧАСТОТНАЯ ГРАНИЦА**

Л. В. Булгакова, С. П. Кузнецов

На основании численного решения уравнений нестационарной теории исследованы особенности переходных и установившихся режимов при взаимодействии электронного пучка с полем замедляющей системы вблизи низкочастотной границы полосы пропускания. В области синхронизма пучка с обратными волнами реализуются одночастотные и автомодуляционные режимы генерации, аналогичные найденным ранее в ЛОВ. При приближении точки синхронизма к границе полосы динамика становится характерной для резонансного автогенератора, причем автомодуляционные режимы не наблюдаются. В области синхронизма с прямыми волнами генерация затруднена. Она реализуется только при больших токах и подобна наблюдаемой в ЛВВ с отражениями на концах.

Одна из актуальных в настоящее время задач теоретической СВЧ электроники состоит в изучении особенностей взаимодействия электронного пучка с электромагнитным полем, когда рабочая область частот лежит у границы полосы пропускания электродинамической системы. В данной работе предпринято исследование этого вопроса в рамках нестационарной нелинейной теории, исходные уравнения которой сформулированы в [1]. Особенности взаимодействия оказываются различными в зависимости от того, какая граница полосы рассматривается — высокочастотная или низкочастотная. Процессы у высокочастотной границы обсуждались в первой части статьи. В настоящей, второй части анализируются переходные и автоколебательные режимы, реализующиеся в системе электронный пучок — электромагнитная волна вблизи низкочастотной границы полосы. Как и в первой части, рассматривается только генерация колебаний, т. е. какое-либо внешнее СВЧ воздействие предполагается отсутствующим. Полученные результаты могут быть отнесены к различным конкретным приборам, работающим у низкочастотной границы полосы, в том числе к ЛВВ на цепочке связанных резонаторов и релятивистским черенковским генераторам.

Нестационарные процессы в системе электронный пучок — электромагнитная волна вблизи низкочастотной границы полосы пропускания описываются следующими уравнениями с граничными и начальными условиями [1]:

$$\frac{\partial F}{\partial z} + i \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = - \left(1 + v \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^{3/2} \operatorname{Re} F e^{i\theta}, \quad \theta|_{z=0} = \theta_0, \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=0} = B,$$

$$\left[\frac{\partial F}{\partial \xi} + i\alpha_1 F \right]_{\xi=0} = 0, \quad \left[\frac{\partial F}{\partial \xi} - i\alpha_2 F \right]_{\xi=l} = 0, \quad F|_{\tau=0} = F^0(\xi),$$

где τ и ξ — безразмерные время и координата, F — комплексная амплитуда высокочастотного поля, θ — фазовая координата электронов, l — безразмерная длина пространства взаимодействия, B — параметр рассинхронизма пучка с колебаниями поля на границе полосы, $\alpha_{1,2}$ — параметры граничных условий, v — релятивистский параметр. Функция $F^0(\xi)$ характеризует начальное распределение поля по длине системы. Как и в первой части статьи, при обсуждении результатов будем использовать такие комбинации безразмерных параметров, нормировка которых не зависит от рабочего тока. Более подробное обсуждение смысла безразмерных величин и их связь с размерными см. в [1,2].

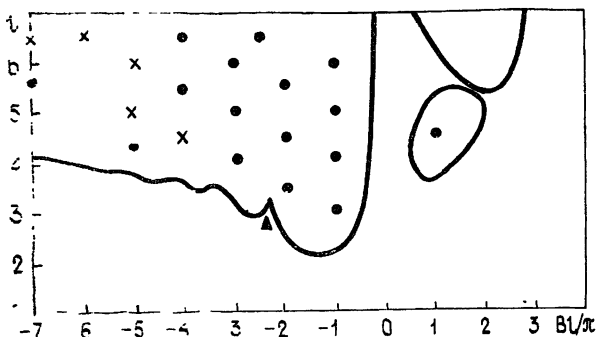


Рис. 1.

Специфика низкочастотной границы полосы проявляется в знаке члена $i\partial^2 F/\partial \xi^2$ в уравнении возбуждения, а также в том, что параметры граничных условий $\alpha_{1,2}$ следует задавать отрицательными. В остальном уравнения не отличаются от рассмотренных в первой части статьи, и для их решения применим тот же самый конечно-разностный метод.

Будем считать параметр граничных условий одинаковым на обоих концах системы и выберем для него конкретное числовое значение $\alpha l = -20$, которое является реалистичным и достаточно характерным. Далее, оставляя в стороне ультрарелятивистский случай, положим $v \rightarrow 0$. Тогда процессы в системе определяются двумя свободными параметрами, в качестве которых будем использовать l и Bl . Параметр l управляется током пучка I и пропорционален $I^{1/4}$. Параметр Bl управляется ускоряющим напряжением.

На рис. 1 на плоскости (Bl, l) показаны границы зон самовозбуждения системы, найденные из линейной теории [3], и отмечены значения параметров, при которых было проведено численное решение нестационарной задачи (1)*. Кружочками показаны точки, в которых переходный процесс заканчивался ус-

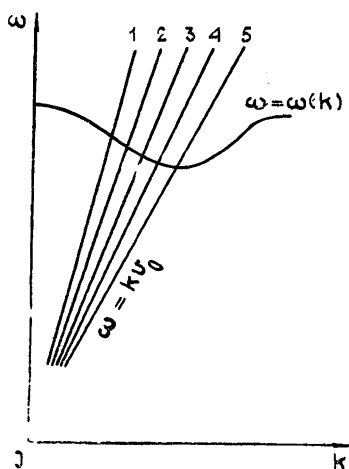


Рис. 2.

* Расчеты проводились, как правило, с начальными условиями $F^0(\xi) = C e^{-i h \xi}$, где $C = 0,01 \div 0,1$, $h \sim B$. Число крупных частиц на высокочастотный период 24—36, число шагов по длине системы 30—70, отношение шагов по времени и координате $\Delta\tau/\Delta\xi$ от 0,1 (большие $|Bl|$) до 0,5 (малые $|Bl|$).

тановлением стационарной одночастотной генерации, крестиками — точки, в которых возникла автомодуляция, треугольником — точка, в которой было зафиксировано жесткое возбуждение системы.

На рис. 2 показано взаимное расположение дисперсионных характеристик электродинамической системы и электронного пучка при различных значениях параметра Bl ($Bl = -7; -5; -3; -1; +1$ соответственно для кривых 1—5). Как видно из этого рисунка, при больших отрицательных Bl система по существу представляет собой лампу обратной волны (ЛОВ). Расчеты показывают, что в этой области действительно наблюдается характерное для ЛОВ поведение. Рассмотрим, например, представленные на рис. 3 результаты, относящиеся к случаю

$Bl/\pi = -7$ ($1 - \tilde{F}_0, 2 - \tilde{F}_1$). На рис. 3а показано, как меняются во времени амплитуды сигналов, поступающих с двух концов системы. По оси ординат отложена безразмерная амплитуда, определяемая как корень квадратный из безразмерного потока мощности электромагнитного поля в сечениях $\xi = 0$ и $\xi = l$: $\tilde{F} = \sqrt{2} |\text{Im } F' F^*|$. Из рисунка видно,

что встречное излучение намного интенсивнее, чем прямое ($\tilde{F}_0 \gg \tilde{F}_1$). Как и в обычной ЛОВ [4, 5], при небольшом превышении рабочего тока над стартовым ($l = 5,65$) устанавливается стационарная одночастотная генерация, а при значительном ($l = 6,5$) возникают незатухающие осцилляции амплитуды (и частоты) сигнала — режим автомодуляции. Распределение поля по длине системы в стационарном режиме и при наличии автомодуляции показано на рис. 3б. Отметим, что присутствие небольшой по уровню прямой волны приводит к появлению пространственных осцилляций, наложенных на характерную для ЛОВ картину распределения поля. Рис. 3в иллюстрирует спектр встречного излучения в режиме автомодуляции. Цифрами указан относительный уровень составляющих в децибелах, штриховкой обозначена внеполосная область. Вид спектра типичен для ЛОВ, работающей в режиме автомодуляции [5]. Он состоит из основной составляющей и ряда боковых — спутников. Главную роль в формировании петли обратной связи, ответственной за появление автомодуляции, играет ближайший низкочастотный спутник, амплитуда которого максимальна. Последнее обстоятельство важно для понимания изменений в характере режимов при приближении рабочей области частот к границе полосы (см. ниже).

Будем уменьшать параметр Bl по абсолютной величине. При этом точка синхронизма, а значит, и спектр генерируемого сигнала будут смещаться к границе полосы (см. рис. 2 и рис. 3в, где направление смещения показано стрелкой). По мере приближения главного низкочастотного спутника к границе полосы сопротивление связи на его частоте возрастает. Это значит, что возникновение автомодуляции должно облегчаться. Дальнейшее уменьшение абсолютной величины Bl приведет в какой-то момент к тому, что частота, на которой должен возбуждаться главный спутник, окажется во внеполосной области. При этом обратная связь, ответственная за появление автомодуляции, будет нарушена, поскольку внеполосный сигнал экспоненциально убывает при распространении вдоль системы. Следовательно, при достаточно малых по абсолютной величине отрицательных значениях Bl возникновение автомодуляции будет затруднено.

Продолжая рассуждения, можно показать, что при умеренных отрицательных значениях Bl область автомодуляции должна быть ограничена сверху по параметру l , т. е. по рабочему току. Действительно, с ростом тока увеличивается амплитуда генерируемого поля и соответственно доля передаваемой ему кинетической энергии пучка. При этом средняя скорость электронов уменьшается, что эквивалентно уменьшению параметра Bl по абсолютной величине. Согласно сказанному в предыдущем абзаце, это приведет, начиная с определенной величины рабочего тока, к срыву автомодуляции. Система возвратится в режим стационарной одночастотной генерации.

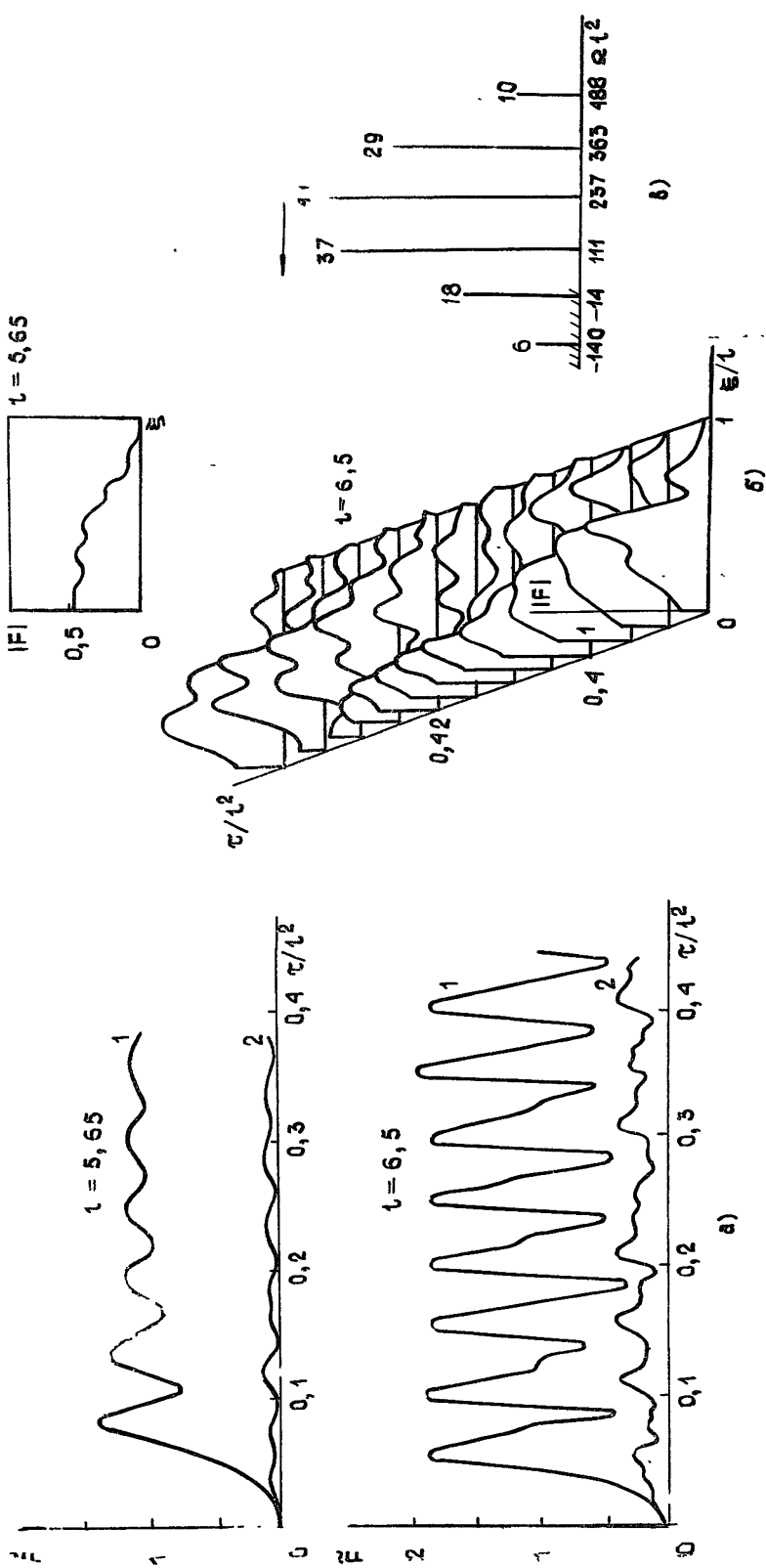


Рис. 3.

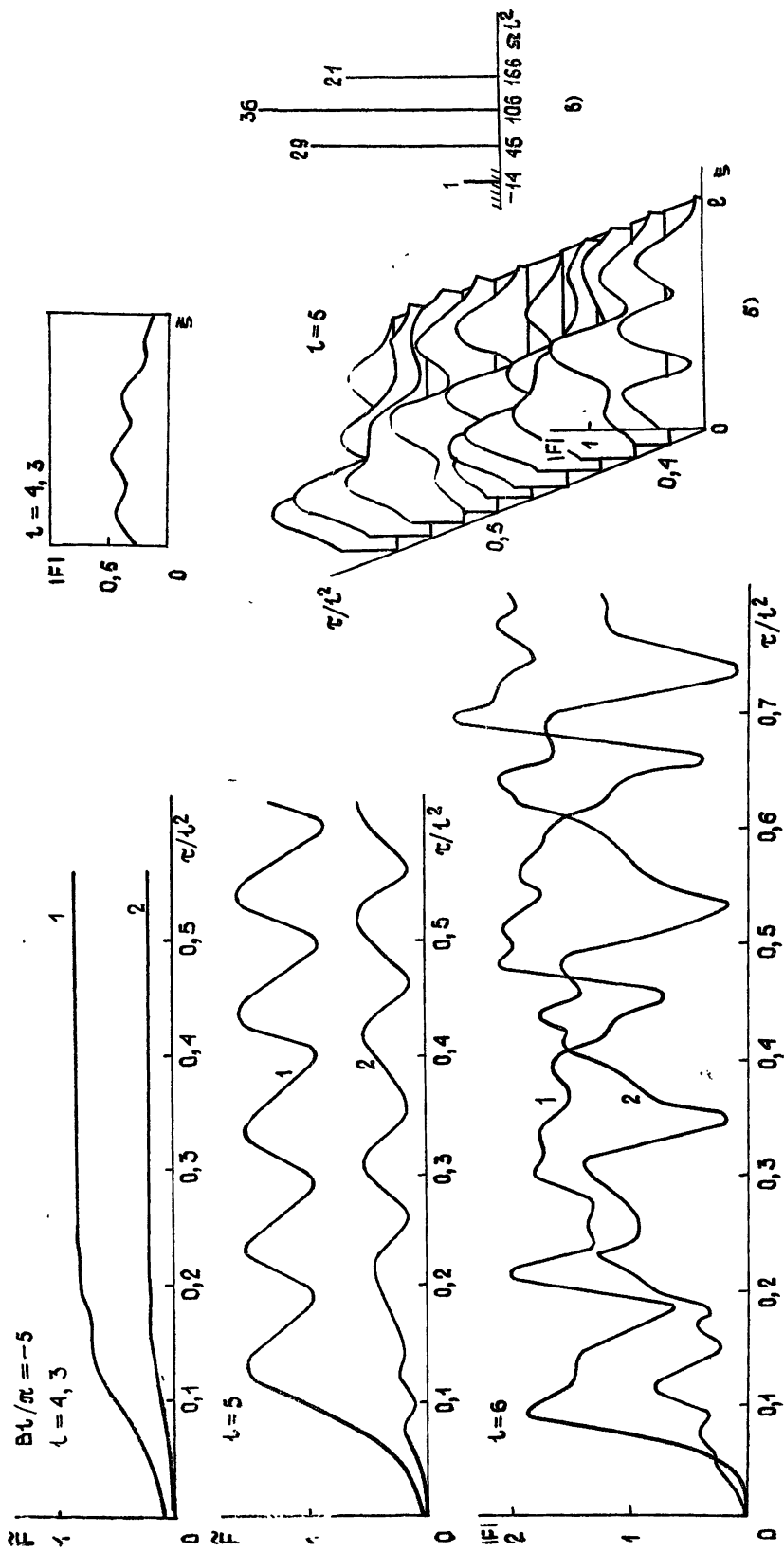


Рис. 4.

Расчеты подтверждают высказанные соображения. При $Bl/\pi = -5$ (рис. 4) и -4 (рис. 5) автомодуляция возникает уже при очень небольших превышениях тока над стартовым. Для $Bl/\pi = -4$ четко зафиксирована ограниченность области автомодуляции по току: при $l=4,5$ возникает автомодуляция, а при $l=5,5$ и $6,5$ устанавливается стациона-

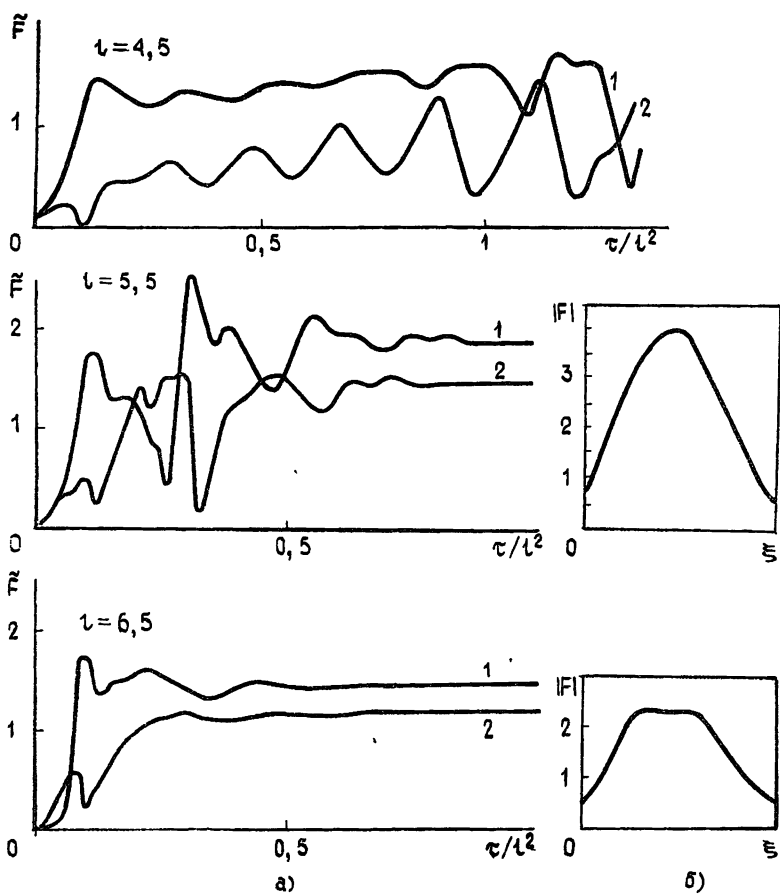


Рис. 5.

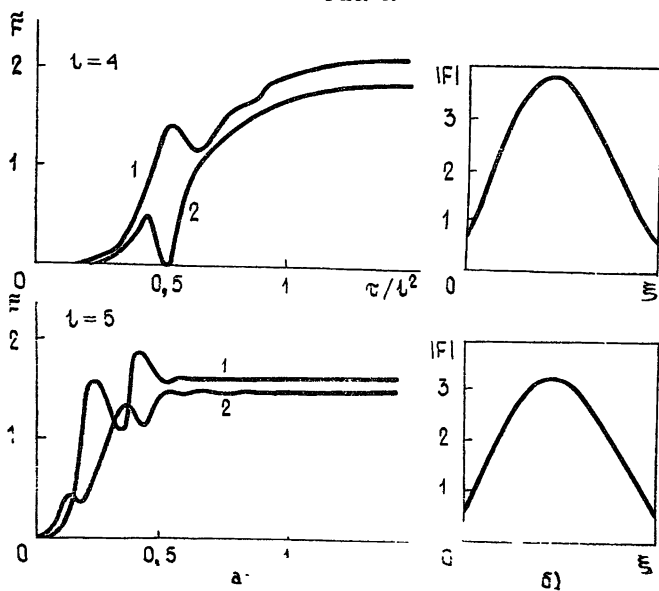


Рис. 6.

нарный одночастотный режим генерации (рис. 5). При $Vl/\pi = -3, -2, -1$ (рис. 6—8 соответственно) автомодуляция вообще отсутствует: во всей исследованной области значений l устанавливается одночастотная генерация. Зависимость частоты генерации от l и Vl приведена на рис. 9.

Анализ результатов показывает, что при $-3 \leq Vl/\pi < 0$ система функционирует как резонансный генератор на первой собственной моде «холодной» системы, ближайшей по частоте к границе полосы и обладающей наивысшей добротностью среди всех мод. Об этом говорит близость частоты генерации к собственной частоте моды, даваемой выражением $\Omega^2 \approx \pi^2$, характер распределения амплитуды поля по длине системы (симметричное распределение с единственным максимумом в центре), примерно одинаковый уровень прямого и встречного излучения в режиме генерации. Заметим, что при увеличении рабочего тока частота генерации уменьшается (эффект электронного смещения частоты) и при достаточно больших l и малых $|Vl|$ может оказаться за пределами полосы пропускания. Такой режим внеполосной генерации был зафиксирован, в частности, при $Vl/\pi = -1, l = 6$ (см. рис. 9).

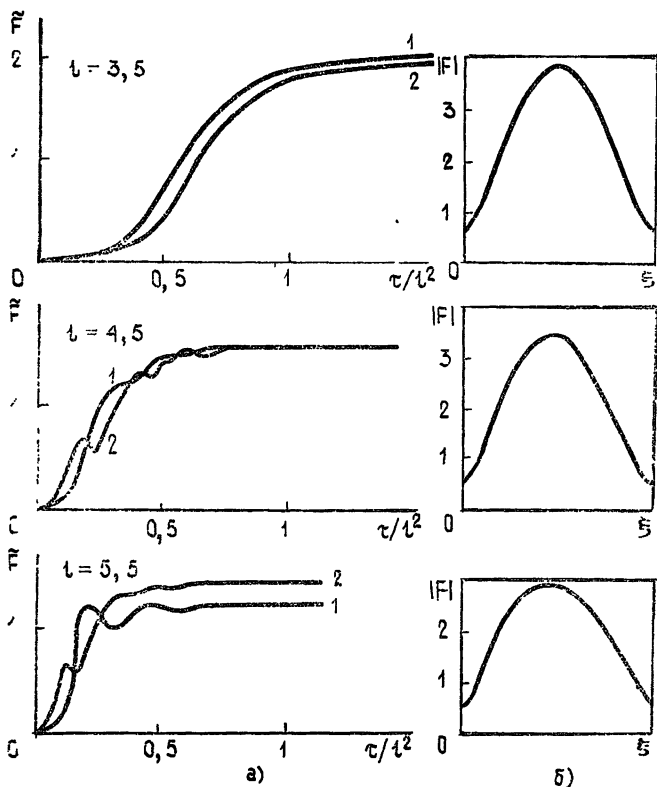


Рис. 7.

При $Vl/\pi = -4, -3$ скорость электронного пучка несколько превышает величину, обеспечивающую синхронное взаимодействие с полем первой моды. Однако в нелинейном режиме уже упоминавшийся эффект торможения электронного пучка приводит к улучшению условий синхронизма с первой модой. Благодаря этому резонансная генерация на первой моде сохраняется и при достаточно больших отрицательных Vl в области высоких рабочих токов. Именно такой характер носят режимы, реализующиеся при $Vl/\pi = -4, l = 5,5$ и $6,5$ (рис. 5).

В области параметров, прилегающей к левой нижней границе зоны неустойчивости (рис. 1), наблюдаются эффекты жесткого возбуждения и гистерезиса. На рис. 10 представлены результаты численного моделирования переходных процессов в точке, отмеченной на рис. 1 треугольником ($l = 2,8, Vl/\pi = -2,4, I/I_{ст} = 0,76$). Начальные условия

задавались в виде $F^0(\xi) = C \sin \pi \xi / l$, что соответствует структуре первой моды. При малой начальной амплитуде колебания в системе затухают, так как из-за относительно большой скорости пучка эффективность взаимодействия пучка с полем первой моды недостаточна для поддержания колебаний. При большой начальной амплитуде колебания не затухают, а устанавливаются на определенном уровне: возникает режим генерации на первой моде. Причина состоит в нелинейном эффекте торможения пучка, благодаря которому условия синхронизма с полем первой моды улучшаются. Заметим, что жесткое возбуждение имеет место в области предпочтительного синхронизма с обратными волнами, тогда как при взаимодействии у высокочастотной границы аналогичные явления возникали при синхронизме с прямыми волнами [2].

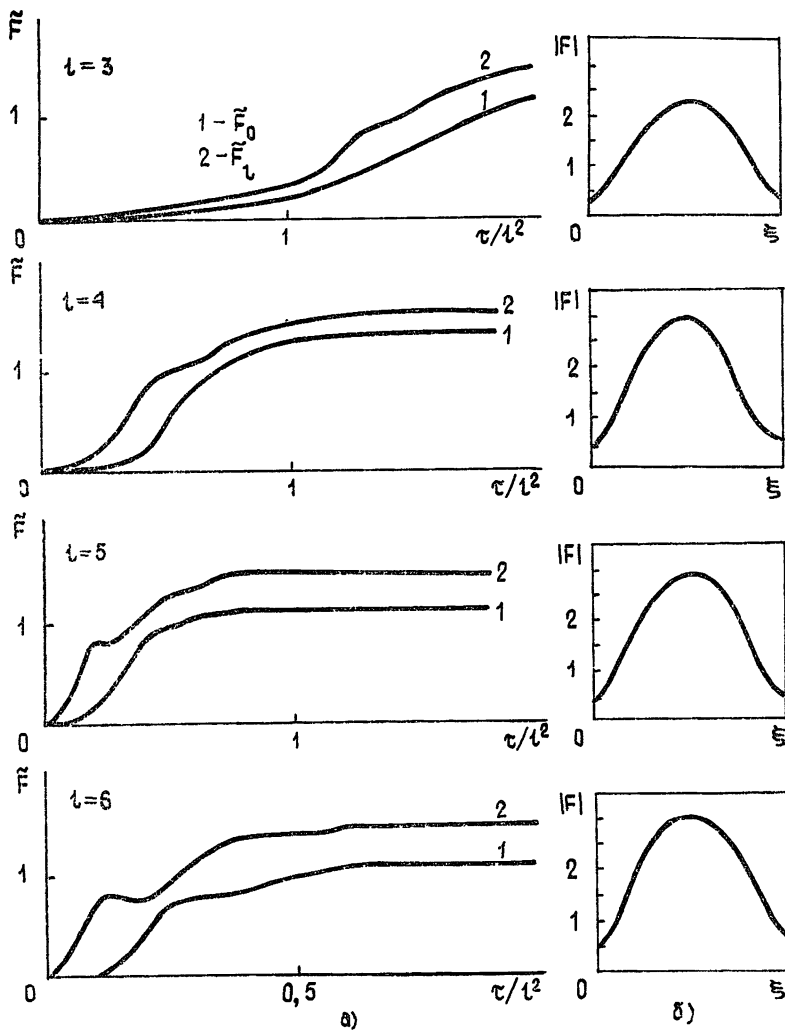


Рис. 8.

При положительных значениях параметра Bl точка пересечения дисперсионных характеристик пучка и электродинамической системы лежит на ветви, отвечающей прямым волнам (рис. 2). При этом неустойчивость в системе носит конвективный характер [6], так что генерация может быть связана только с отражениями волн на концах. Она реализуется в некоторых определенных зонах на плоскости (Bl, l) при достаточно больших рабочих токах (см. рис. 1). При этом система работает как резонансный генератор на какой-либо из мод (исключая первую). Рис. 11 иллюстрирует процесс установления колебаний внутри малой замкнутой зоны ($Bl/\pi=1, l=4,5$). Распределение амплитуды поля по

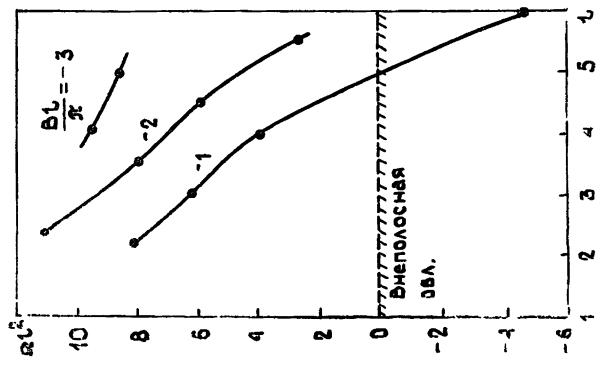


Рис. 9

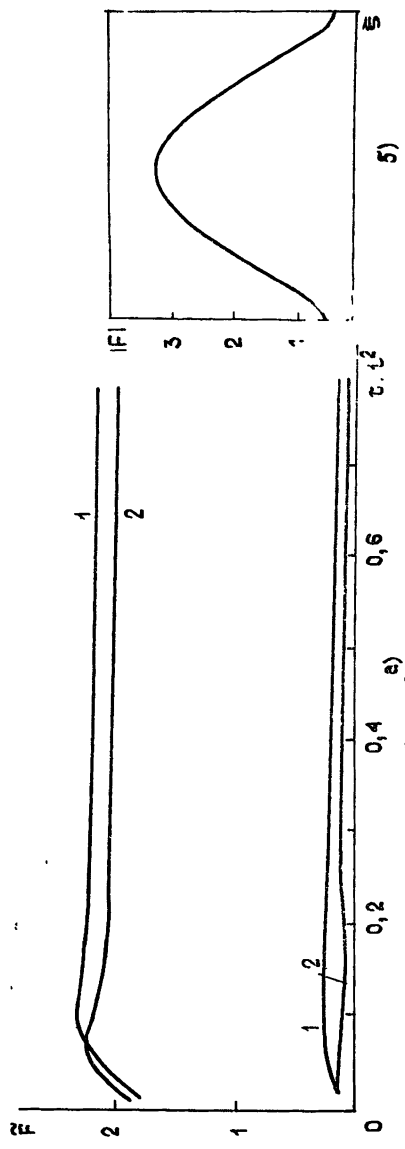


Рис. 10 а)

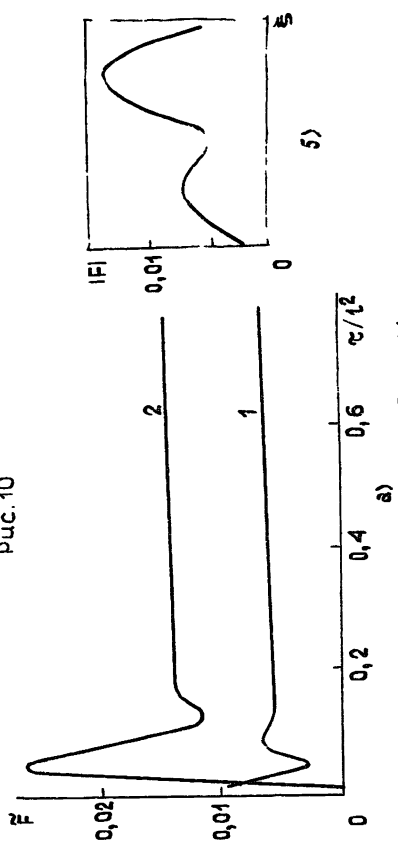


Рис. 11 а)

длине в установившемся режиме (рис. 11б) и частота генерации ($\Omega^2 = 36,7$) примерно соответствуют второй моде. Колебания устанавливаются на очень низком уровне, причем амплитуда прямого излучения превышает амплитуду встречного.

Как показывают изложенные результаты, основные особенности поведения электронных генераторов, работающих у низкочастотной границы полосы пропускания, состоят в следующем.

1) В режимах, где скорость электронного пучка обеспечивает предпочтительное взаимодействие с обратными волнами, выделяются три области: большого, умеренного и малого рассинхронизма пучка с колебаниями на границе полосы. В первой из них система демонстрирует поведение, типичное для ЛОВ: при увеличении тока появляется сначала одночастотная генерация, а затем автомодуляция. Во второй области порог возникновения автомодуляции понижается, и в то же время интервал рабочих токов, в котором она имеет место, оказывается ограниченным сверху; при больших токах вновь реализуется одночастотная генерация. В третьей области автомодуляция вообще не возникает, и система весьма устойчиво работает как резонансный автогенератор на частоте, очень близкой к границе полосы. В первой и второй областях встречное излучение превалирует над прямым, а в третьей они примерно одинаковы по уровню.

2) При точном синхронизме пучка с колебаниями на границе полосы генерация не наблюдается.

3) В случае предпочтительного синхронизма пучка с прямыми волнами генерация возможна в некоторых зонах при высоких рабочих токах. Частота генерации лежит в полосе пропускания, прямое излучение выше по уровню, чем встречное.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 12, с. 1575.
2. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. Тезисы докладов X Всесоюзной конференции по электронике сверхвысоких частот. Вакуумная электроника СВЧ. — Минск, 1983, с. 288.
3. Кузнецов А. П., Рожнев А. Г. — Электронная техника Сер. Электроника СВЧ, 1985, вып. 9, с. 3.
4. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 7, с. 1037.
5. Безручко Б. П., Кузнецов С. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 7, с. 1053.
6. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 9, с. 1104.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию
9 июня 1986 г.

NONSTATIONARY NONLINEAR PROCESSES DURING THE INTERACTION OF ELECTRON BEAM WITH ELECTROMAGNETIC FIELD NEAR A BOUNDARY OF TRANSMISSION BAND OF ELECTRODYNAMIC STRUCTURE.

II. THE LOW-FREQUENCY BOUNDARY

L. V. Bulgakova, S. P. Kuznetsov

On a basis of numerical solution of equations of nonstationary theory, the peculiarities of transient and stationary regimes are investigated during the interaction of electron beam with a field of slow-wave structure near the low-frequency boundary of transmission band. In a domain of synchronism of a beam with backward waves one-frequency and auto-modulation regimes are realized, which are analogous to earlier found in BWO. When the point of synchronism comes to the boundary of transmission band, the dynamics becomes such as in resonance generator, and the auto-modulation regimes are not observed. In a domain of synchronism with forward waves the generation is difficult. It is realized only at the great currents and is similar to a generation in a TWT with reflections at the ends.