

УДК 538.574.2

ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСОВ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ВАКУУМ — ОДНООСНЫЙ КРИСТАЛЛ

Н. Ю. Ашин, Б. Е. Немцов

Рассматривается задача о падении электромагнитного импульса из вакуума на одноосный кристалл, ось анизотропии которого ортогональна границе раздела. Найдены выражения для полей во всем пространстве в случае, когда цилиндрический импульс создается нитевидным магнитным током, текущим по границе, а значения компонент тензора диэлектрической проницаемости кристалла произвольны. Особо исследуется задача об отражении и преломлении цилиндрических и сферических импульсов в случае идеальной магнитной гидродинамики, когда диэлектрическая проницаемость вдоль оси анизотропии обращается в бесконечность. Полученные точные решения для падающего, отраженного и прошедшего полей выражаются в элементарных функциях.

При решении задач об отражении электромагнитных волн от границы раздела обычно ограничиваются рассмотрением монохроматических источников излучения [1]. Поля отраженных и прошедших волн представляются в виде однократных интегралов Фурье, имеющих достаточно сложную структуру [2], именно поэтому аналитические результаты для них удается получить лишь в дальней зоне, используя известные асимптотические методы вычисления подобных интегралов. В этой связи нетривиальным оказывается тот факт, что поля отраженных и прошедших волн от импульсных источников (точечных и нитевидных), представляемые в виде двукратных интегралов Фурье, в ряде случаев удается вычислить точно при любых расстояниях между точками излучения и наблюдения и получить ответы в элементарных функциях [3, 4].

Задачи об отражении от границы раздела рассматриваются, как правило, для изотропных сред, между тем как анизотропный случай также представляет определенный интерес. Простейшим примером такой среды является одноосный кристалл. Исследованию этого вопроса посвящена настоящая работа.

В статье получены аналитические выражения для двумерной и трехмерной функций Грина задачи отражения от одноосного кристалла для простейших конфигураций оси анизотропии. Приведенные результаты позволяют исследовать поведение полей вблизи волновых фронтов, а также могут быть использованы для нахождения полей от источников, работающих конечное время.

В работе использовался предложенный в [4] метод, применение которого эффективно в задачах об отражении от недиспергирующих сред. Этим обстоятельством ограничена область применимости приведенных формул.

При решении конкретных задач путем свертки найденных в [4] функций Грина с источником корректными результаты будут тогда, когда спектр источника ограничен и лежит в области отсутствия дисперсии в преломляющих средах. Примером указанной ситуации является отражение низкочастотного импульса от границы вакуум—магнитоактивная плазма, поскольку плазма на низких частотах является недиспергирующей средой [5], в которой могут распространяться

альфвеновские (необыкновенные) и магнитозвуковые (обыкновенные) волны. Таким образом, в указанных условиях критерием применимости приближения отсутствия дисперсии является неравенство $\Omega^* \ll \Omega_i$, где Ω^* — характерная частота спектра источника, Ω_i — ионные частоты плазмы (циклотронная и ленгмюровская).

Отражение цилиндрических импульсов. Пусть полупространство $z < 0$ занимает одноосный кристалл, а $z > 0$ — вакуум. Будем считать, что ось анизотропии кристалла ортогональна границе раздела, тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости кристалла имеют вид

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{pmatrix}, \quad \mu_{ij} = \delta_{ij}.$$

Предположим, что источник электромагнитного импульса представляет собой нить, расположенную вдоль оси x параллельно границе на расстоянии l от нее. Источник электрического типа создает электрическое поле, ортогональное оси анизотропии кристалла ($\mathbf{E}_0 \uparrow \uparrow \mathbf{x}_0$), и возбуждает обыкновенную волну, дисперсионные свойства которой не зависят от направления. По существу, такая задача не отличается от задачи отражения от изотропных сред, и мы ее рассматривать не будем.

Для того чтобы исследовать возбуждение необыкновенной волны, необходимо, чтобы источник представлял собой магнитный ток, параллельный оси Ox . Тогда магнитное поле имеет единственную отличную от нуля компоненту B_x , а электрическое поле лежит в плоскости (z, y) . В соответствии с характером рассматриваемого источника уравнения для $B_x \equiv B$ имеют вид

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial t^2} - c^2 \left(\frac{\partial^2 B_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_1}{\partial z^2} \right) = \frac{A}{\pi} \frac{\lambda}{\lambda^2 + y^2} \delta(z-l) \delta(t), \quad z > 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 B_2}{\partial t^2} - c^2 \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2 B_2}{\partial y^2} + \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial^2 B_2}{\partial z^2} \right) = 0, \quad z < 0. \quad (2)$$

Поля B_1, B_2 связаны граничными условиями непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей:

$$B_1|_{z=0} = B_2|_{z=0}, \quad \left. \frac{\partial B_1}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{1}{\epsilon} \left. \frac{\partial B_2}{\partial z} \right|_{z=0}. \quad (3)$$

В правой части (1) аналогично [4] использовано представление δ -функции:

$$\delta(y) = \frac{1}{\pi} \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{\lambda}{\lambda^2 + y^2}.$$

Для решения поставленной задачи воспользуемся преобразованием Фурье по времени и координате y . Тогда поле падающей волны при $z < l$ определяется соотношением

$$B_{\text{inc}} = \frac{iA}{8\pi^2 c^2} \int_{L_\omega} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-i\omega t + i\sqrt{\omega^2 c^2 - k^2}(l-z) +iky - \lambda|k|]}{\sqrt{\omega^2 c^2 - k^2}} dk d\omega. \quad (4)$$

Контур L_ω в (4) обходит особые точки сверху, чем и достигается выполнение условия $B_{\text{inc}} = 0$ при $t < 0$.

Поля отраженной и прошедшей волн с учетом принципа причинности ищем в виде

$$B^{\text{ref}} = \frac{iA}{8\pi^2 c^2} \int_{L_\omega} \int_{-\infty}^{\infty} V(\omega, k) \times$$

$$\times \frac{\exp[-i\omega t +iky - \lambda|k| + i\sqrt{\omega^2 c^2 - k^2}(z+l)]}{\sqrt{\omega^2 c^2 - k^2}} d\omega dk, \quad z > 0; \quad (5)$$

$$B^{\text{tr}} = \frac{iA}{8\pi^2 c^2} \int_{L_\omega} \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega, k) \times \quad (6)$$

$$\times \frac{\exp[-i\omega t +iky - \lambda|k| + i\sqrt{\omega^2 c^2 - k^2}l - i\sqrt{\varepsilon/\sigma} \sqrt{\omega^2 c^2 \sigma - k^2}z]}{\sqrt{\omega^2 c^2 - k^2}} \times \\ \times d\omega dk, \quad z < 0,$$

где коэффициенты отражения V и прохождения W определяются из граничных условий (3):

$$V(\omega, k) = \frac{\sqrt{\omega^2 c^2 - k^2} - \sqrt{\omega^2 c^2 \sigma - k^2} / \sqrt{\varepsilon\sigma}}{\sqrt{\omega^2 c^2 - k^2} + \sqrt{\omega^2 c^2 \sigma - k^2} / \sqrt{\varepsilon\sigma}}; \quad (7)$$

$$W(\omega, k) = 1 + V(\omega, k). \quad (8)$$

После замены переменной [4]

$$\omega = ck / \sqrt{1 - \theta^2}, \quad k = k \quad (9)$$

и вычисления интеграла по k поля отраженной и прошедшей волн будут представлены в виде

$$B^{\text{ref}} = -\frac{A}{8\pi^2 c} \oint_{L_\theta} \frac{V(\theta) d\theta}{[-ct + \theta(z+l) + (y+i\lambda)\sqrt{1-\theta^2}]\sqrt{1-\theta^2}} + \text{к.с.}; \quad (10)$$

$$B^{\text{tr}} = -\frac{A}{8\pi^2 c} \times \quad (11)$$

$$\times \oint_{L_\theta} \frac{W(\theta) d\theta}{[-ct + \theta l - \sqrt{\varepsilon/\sigma} \sqrt{\theta^2 - (1-\sigma)z} + (y+i\lambda)\sqrt{1-\theta^2}]\sqrt{1-\theta^2}} + \text{к.с.},$$

где

$$V(\theta) = \frac{\theta - \sqrt{\theta^2 - (1-\sigma)} / \sqrt{\varepsilon\sigma}}{\theta + \sqrt{\theta^2 - (1-\sigma)} / \sqrt{\varepsilon\sigma}}, \quad W(\theta) = 1 + V(\theta). \quad (12)$$

Корни, входящие в (10)–(12), определены следующим образом:

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \theta^2} = -i\theta, \quad \lim_{\theta \rightarrow \infty} \sqrt{\theta^2 - (1-\sigma)} = \theta.$$

Контур L_θ состоит из петли, охватывающей точку $\theta=1$, отрезков, идущих вдоль мнимой оси, и полуокружности бесконечно большого радиуса (см. рис. 1). Все точки ветвления, входящие в (10), (11), лежат вне контура интегрирования. Внутри контура интегрирования в (10) оказывается полюс

$$\hat{\theta}_1 = \frac{ct(l+z) + (y+i\lambda)\sqrt{(z+l)^2 + (y+i\lambda)^2 - c^2 t^2}}{(y+i\lambda)^2 + (z+l)^2}, \quad (13)$$

$$y > 0, \quad ct > z + l.$$

Вычисляя интеграл в (10) по теореме о вычетах, получим для поля отраженной волны ($\lambda \rightarrow 0$)

$$B^{\text{ref}} = \frac{iA}{4\pi c} \frac{V(\hat{\theta}_1)}{\sqrt{(z+l)^2 + y^2 - c^2 t^2}} + \text{к.с.} \quad (14)$$

Выражение для поля падающей волны легко получить из (14), положив $V(\hat{\theta}_1) = 1$ и заменив z на $-z$.

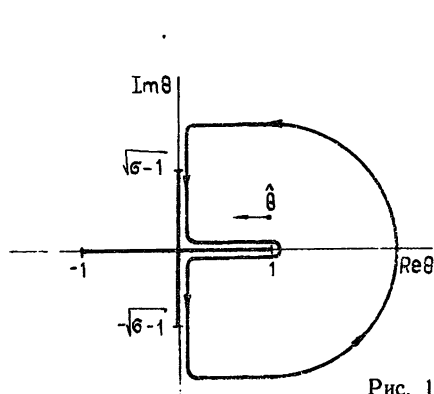


Рис. 1.

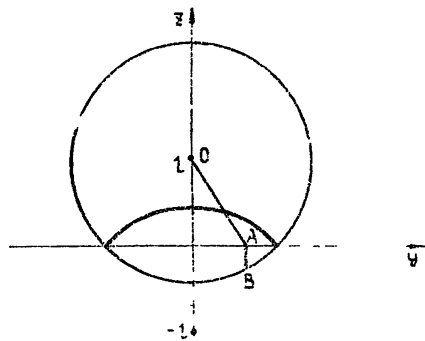


Рис. 2.

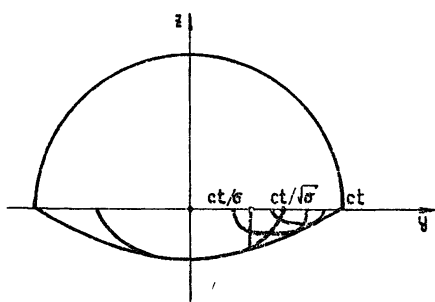


Рис. 3.

Как видно из (14), в случае $\sigma > 1$ падающая и отраженная цилиндрические волны существуют, соответственно, в областях $(z-l)^2 + y^2 < c^2 t^2$ и $(z+l)^2 + y^2 < c^2 t^2$. Передний фронт падающей и отраженной волн представляет собой полуокружности с центром в точках $z = \pm l$. На переднем фронте существует корневая особенность, что соответствует импульсному характеру возмущения в двумерной задаче.

Найдем прошедшую волну в двух случаях: а) идеальной магнитной гидродинамики, когда $|\sigma| \rightarrow \infty$, l произвольно; б) σ произвольно, но источник находится вблизи границы раздела, $l \rightarrow 0$.

а) Внутри контура интегрирования находится полюс

$$\hat{\theta}_3 = \frac{l(ct + \sqrt{\epsilon} z) + (y + i\lambda) \sqrt{l^2 + (y + i\lambda)^2 - (ct + \sqrt{\epsilon} z)^2}}{(y + i\lambda)^2 + l^2},$$

а поле в прошедшей волне дается выражением

$$B^{\text{tr}} = \frac{iA}{2\pi c} \frac{\hat{\theta}_2 \sqrt{\epsilon^-}}{\hat{\theta}_2 \sqrt{\epsilon^-} + 1} \frac{1}{\sqrt{l^2 + y^2 - (ct + z \sqrt{\epsilon})^2}} + \text{к.с.} \quad (15)$$

Пршедшая волна существует в области, ограниченной гиперболой $l^2 + y^2 = (ct + z \sqrt{\epsilon})^2$, фокус которой находится в месте расположения источника. Эта гипербола является геометрическим местом точек, оптический путь до которых из точки излучения одинаков. Действительно, луч, исходящий из точки O (см. рис. 2), попадает в точку B по пути, изображенном на рис. 2. Такой ход луча обусловлен тем, что альфвеновские волны, возбуждаемые источником, распространяются

вдоль магнитного поля, которое в данном случае направлено параллельно оси Oz . Из рис. 2 видно, что время движения вдоль луча до точки B равно $t = (\sqrt{y^2 + l^2} + |z|\sqrt{\epsilon})/c$, откуда и следует гиперболическая форма волнового фронта.

б) Найдем поле прошедшей волны в случае, когда σ произвольно, а источник находится вблизи границы. При выполнении этого условия интеграл (11) легко вычисляется, в результате чего

$$B_{tr} = \frac{iA}{2\pi c} \frac{\sqrt{\sigma - R^2}}{\sqrt{1 - R^2} + \sqrt{\sigma - R^2}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon z^2 + \sigma y^2 - c^2 t^2}} + \text{к.с.}, \quad (16)$$

$$R = \sqrt{\sigma} \frac{ct y \sqrt{\sigma} + z \sqrt{\epsilon} \sqrt{\epsilon z^2 + \sigma y^2 - c^2 t^2}}{\epsilon z^2 + \sigma y^2}, \quad y > 0.$$

При выбранной нами геометрии источник возбуждает необыкновенную волну в нижней среде (см. (16)). Условие $\epsilon z^2 + \sigma y^2 < c^2 t^2$ определяет область существования прошедшей цилиндрической волны. Ее передний фронт представляет собой половину эллипса, находящегося в области $z < 0$. Кроме того, условие $|R| > 1$ определяет область существования боковой волны, передний фронт которой задается уравнениями

$$y - ct = z \sqrt{\frac{\epsilon(\sigma - 1)}{\sigma}}, \quad ct/\sigma < y < ct, \quad (17)$$

$$y + ct = -z \sqrt{\frac{\epsilon(\sigma - 1)}{\sigma}}, \quad -ct < y < -ct/\sigma.$$

Боковая волна (см. рис. 3) имеет плоский фронт и приходит в точку наблюдения раньше, чем прошедшая цилиндрическая. Боковая волна возбуждается черенковским образом источником, движущимся вдоль границы раздела со скоростью, превышающей фазовую скорость необыкновенной волны в кристалле. Ее передний фронт является огибающей эллиптических волновых фронтов, возбуждаемых источником, движущимся со скоростью света (см. рис. 3).

Аналогично исследуется случай, когда ось анизотропии параллельна границе раздела сред.

Отражение и преломление сферического электромагнитного импульса от границы вакуум — кристалл. Рассмотрим отражение сферического электромагнитного импульса на границе с одноосным кристаллом. Будем считать, что импульс создается точечным диполем, который появляется на расстоянии $z=l$ от границы в момент $t=0$. Ось диполя ориентирована перпендикулярно границе раздела сред. В соответствии с характером источника для z -компоненты электрического поля в вакууме имеем

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_1}{\partial t^2} - \Delta E_1 = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_{\text{ext}}}{\partial t} - 4\pi \frac{\partial \rho_{\text{ext}}}{\partial z}. \quad (18)$$

Для сторонней плотности тока и плотности заряда справедливо

$$j_{x1} = z_0 \frac{Ac^2}{8\pi^2} \delta(t) \delta(z-l) \frac{\lambda}{(\lambda^2 + \rho^2)^{3/2}}, \quad \frac{\partial \rho_{\text{ext}}}{\partial t} + \frac{\partial j_{\text{ext}}}{\partial z} = 0. \quad (19)$$

Уравнение для z -компоненты электрического поля в кристалле имеет вид

$$\sigma \frac{\partial^2 E_2}{\partial t^2} - \left(\Delta_{\perp} E_2 + \frac{\sigma}{\epsilon} \frac{\partial^2 E_2}{\partial z^2} \right) = 0. \quad (20)$$

Систему (18) — (20) следует дополнить граничными условиями непрерывности нормальной компоненты индукции электрического поля и непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля:

$$\sigma E_2|_{z=0} = E|_{z=0}, \quad \frac{\sigma}{\varepsilon} \frac{\partial E_2}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial E_1}{\partial z} \Big|_{z=0}. \quad (21)$$

Система (18) — (21) решается с помощью фурье-преобразования аналогично двумерной задаче (см. также [4]). В результате простых преобразований поля падающей, отраженной и прошедшей волн можно представить в виде

$$E_1^{\text{inc}} = \frac{iA}{8\pi^2 R} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \times \int_{L_0} \frac{(1 - \theta^2) d\theta}{\sqrt{(\theta - \psi_1)(\theta - \psi_2) - 2i\lambda R^{-2}[ct - \theta(l - z)]} \sqrt{1 - \theta^2}}; \quad (22)$$

$$E_1^{\text{ref}} = \frac{iA}{8\pi^2 R_1} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \times \int_{L_0} \frac{V(\theta)(1 - \theta^2) d\theta}{\sqrt{(\theta - \psi'_1)(\theta - \psi'_2) - 2i\lambda R_1^{-2}[ct - \theta(l + z)]} \sqrt{1 - \theta^2}}; \quad (23)$$

$$D^{\text{tr}} = \sigma E_2^{\text{tr}} = \frac{iA}{8\pi^2 R_2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \times \int_{L_0} \frac{W(\theta)(1 - \theta^2) d\theta}{\sqrt{(\theta - \psi''_1)(\theta - \psi''_2) - 2i\lambda R_2^{-2}(ct + z\sqrt{\varepsilon} - l\theta)} \sqrt{1 - \theta^2}}, \quad (24)$$

где $R = \sqrt{(l - z)^2 + \rho^2}$, $R_1 = \sqrt{(l + z)^2 + \rho^2}$, $R_2 = \sqrt{l^2 + \rho^2}$, $\psi_{1,2} = [ct(l - z) \pm \rho \sqrt{R^2 - c^2 t^2}] / R^2$, ψ_1 отличается от $\psi_{1,2}$ лишь заменой z на $-z$, $\psi''_{1,2} = [(ct + z\sqrt{\varepsilon})l \pm \rho \sqrt{R_2^2 - (ct + z\sqrt{\varepsilon})^2}] / R_2^2$, коэффициенты отражения $V(\theta)$ и прохождения $W(\theta)$ определены формулами (12).

Исследуем падающее поле. Несложный анализ (22) показывает, что внутри контура L_0 до момента $t = (l - z)/c$ нет особых точек подынтегрального выражения (точки ветвления лежат на нефизическом листе римановой поверхности). При $t > (l - z)/c$ появляются две точки ветвления, но до момента $t = R/c$ вклад от интеграла по берегам разреза, соединяющего эти точки, мал, порядка λ (подробнее см. [4]). При $t > R/c$, точнее при $t - R/c > \lambda/c$ слагаемыми порядка λ в (22) можно пренебречь и точками ветвления являются $\psi_{1,2}$. Интеграл в (22) представим в виде суммы

$$S = S_1 + S_2 = \int_{L_0} \frac{d\theta}{\sqrt{(\theta - \psi_1)(\theta - \psi_2)}} - \int_{L_0} \frac{\theta^2 d\theta}{\sqrt{(\theta - \psi_1)(\theta - \psi_2)}}. \quad (25)$$

Для вычисления S_1 необходимо контур интегрирования, охватывающий разрез от ψ_1 до ψ_2 , растянуть, а подынтегральную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки. В результате

$$S_1 = 2\pi i. \quad (26)$$

Так же следует поступить и при вычислении S_2 . При этом удобно после растяжения контура сделать замену переменных $x = \theta^{-1}$, в резуль-

тате чего внутри контура в плоскости x останется полюс третьего порядка: $x=0$. После несложных преобразований будем иметь

$$S_2 = -\pi i \left[\frac{3c^2 t^2 (z-l)^2}{R^4} - \frac{c^2 t^2 - \rho^2}{R^2} \right]. \quad (27)$$

Учитывая тот факт, что поле при $t < R/c$ отсутствовало ($\lambda \rightarrow 0$), с помощью (26), (27) представим E^{inc} в виде

$$E^{\text{inc}} = \frac{iA}{8\pi R} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[S(t) \theta \left(t - \frac{R}{c} \right) \right]. \quad (28)$$

Используя известное свойство δ -функции:

$$\delta'(x) f(x) = f(0) \delta'(x) - f'(0) \delta(x), \quad (28')$$

для падающего возмущения получим

$$E^{\text{inc}} = -\frac{A}{4\pi R} \left\{ \frac{\rho^2}{R^2} \delta' \left(t - \frac{R}{c} \right) + \frac{c}{R} \left[1 - \frac{3(z-l)^2}{R^2} \right] \times \right. \\ \left. \times \left[\delta \left(t - \frac{R}{c} \right) + \frac{c}{R} \theta \left(t - \frac{R}{c} \right) \right] \right\}. \quad (29)$$

Первое слагаемое (29) соответствует полю излучения, возникающему в результате включения источника, а второе и третье слагаемые описывают процесс установления статического поля диполя. При $t \rightarrow \infty$ (29) определяет z -компоненту поля статического диполя [6].

Исследование отраженного поля аналогично вышеприведенному рассмотрению для E^{inc} . При этом, если ε и σ — конечные величины, E^{ref} представляется в виде эллиптических интегралов, исследовать которые удастся лишь вблизи фронтов волновых возмущений [4]. Есть, однако, один практически интересный случай, когда E^{ref} и D^{tr} выражаются через элементарные функции во всей области пространства. Это случай идеальной магнитной гидродинамики, когда

$$\sigma \rightarrow \infty, \quad \varepsilon > 1. \quad (30)$$

Ограничимся исследованием указанного примера.

При соблюдении (30) $V(\theta)$ и $W(\theta)$ имеют лишь полюс $\theta = -\varepsilon^{-1/2}$ (см. (12)). Этот факт существенно упрощает анализ E^{ref} и D^{tr} . Так же как и для E^{inc} , $E^{\text{ref}} \rightarrow 0$ при $\lambda \rightarrow 0$, если $t < R_1/c$. При $t \geq R_1/c$ (23) вычисляется аналогично (22). Вклад в интеграл (23), помимо бесконечно удаленной точки, дает полюс $V(\theta)$, учет которого несколько усложняет выкладки. После ряда преобразований для E^{ref} получим

$$E^{\text{ref}} = -\frac{A}{4\pi R_1} \frac{\rho^2}{R_1^2} V \left(\frac{z'}{R_1} \right) \delta' \left(t - \frac{R_1}{c} \right) + \frac{Ac}{4\pi R_1^2} \left(\frac{3z'^2}{R_1^2} - 1 \right) \times \\ \times \left[\delta \left(t - \frac{R_1}{c} \right) + \frac{c}{R_1} \theta \left(t - \frac{R_1}{c} \right) \right] - \\ - \frac{Ac}{2\pi R_1 \sqrt{\varepsilon}} \left[\frac{z'}{R_1} + \frac{(\varepsilon-1)(\sqrt{\varepsilon} + z'/R_1)}{(1+z'\sqrt{\varepsilon}/R_1)^3} \right] \delta \left(t - \frac{R_1}{c} \right) + \\ + \frac{A(\varepsilon-1)c^2}{2\pi \varepsilon^{3/2}} \frac{2(z'/\sqrt{\varepsilon} + ct)^2 + \rho^2(\varepsilon-1)/\varepsilon}{[(z'/\sqrt{\varepsilon} + ct)^2 - \rho^2(\varepsilon-1)/\varepsilon]^{3/2}} \theta \left(t - \frac{R_1}{c} \right), \quad (31)$$

где $z' = l + z$.

Аналогичным образом находим прошедшее поле:

$$\begin{aligned}
 D^{tr} = & -\frac{A}{2\pi R_2} \frac{\rho^2}{R_2^2} \frac{l\sqrt{\varepsilon}}{l\sqrt{\varepsilon}+R_2} \delta' \left(t - \frac{R_2 - z\sqrt{\varepsilon}}{c} \right) + \frac{Ac}{2\pi R_2^2} \left(\frac{3l^2}{R_2^2} - 1 \right) \times \\
 & \times \left[\delta \left(t - \frac{R_2 - z\sqrt{\varepsilon}}{c} \right) + \frac{c}{R_2} \theta \left(t - \frac{R_2 - z\sqrt{\varepsilon}}{c} \right) \right] - \frac{Ac}{2\pi R_2^2} \times \\
 & \times \left[\frac{l}{R_2\sqrt{\varepsilon}} + \frac{(\varepsilon - 1)(1 + l/(R_2\sqrt{\varepsilon}))}{(1 + l\sqrt{\varepsilon}/R_2)^3} \right] \delta \left(t - \frac{R_2 - z\sqrt{\varepsilon}}{c} \right) + \quad (32) \\
 & + \frac{A}{2\pi c} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon^{3/2}} \frac{2[t + (z\sqrt{\varepsilon} + l/\sqrt{\varepsilon})/c]^2 + (\rho^2/c^2)(\varepsilon - 1)/\varepsilon}{[(t + (z\sqrt{\varepsilon} + l/\sqrt{\varepsilon})/c)^2 - (\rho^2/c^2)(\varepsilon - 1)/\varepsilon]^{5/2}} \times \\
 & \times \theta \left(t - \frac{R_2 - z\sqrt{\varepsilon}}{c} \right).
 \end{aligned}$$

Первые три слагаемых в (31), (32) описывают, соответственно, отраженный и прошедший волновые импульсы и переменное в пространстве статическое поле, а последнее слагаемое связано с неидеальностью границы и определяет быстро спадающие в пространстве и времени распределенные возмущения — «хвосты», которые возникают при отражении от грани раздела и связаны, по-видимому, с наличием в падающем поле неоднородных волн. Разумеется, такого рода возмущения есть и при отражении от границы раздела изотропных сред, однако их аналитическое исследование в указанном случае затруднено, так как форма «хвостов» выражается через эллиптические интегралы сложного вида [4]. Приведенный в статье простой пример показывает, что распределенные возмущения спадают в пространстве как R^{-3} и во времени — тоже как t^{-3} .

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. — М.: Гостехиздат, 1954.
3. Курин В. В., Немцов Б. Е., Эйджман В. Я. — Акуст. журн., 1985, 31, № 1, с. 62.
4. Курин В. В., Немцов Б. Е., Эйджман В. Я. — УФН, 1985, 147, вып. 1, с. 157.
5. Кадомцев В. Б. Коллективные явления в плазме. — М.: Наука, 1976.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, 1973.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
2 июня 1986 г.

REFLECTION AND REFRACTION OF ELECTROMAGNETIC PULSES AT VACUUM — UNIAXIAL CRYSTAL BOUNDARY

N. Yu. Ashin, B. E. Nemtsov

A problem is considered on electromagnetic pulse dropping from vacuum on an uniaxial crystal the anisotropy axis of which is orthogonal to the boundary. Expressions have been found for fields in all space for the case when the cylindrical pulse is created by a filamentary magnetic flux running on the boundary, and values of the tensor component of the crystal dielectric permittivity are arbitrary. A problem is investigated on reflection and refraction of cylindrical and spheric pulses in the case of the ideal magnetic hydrodynamics, when the dielectric permittivity along the anisotropic axis is equal to infinity. Exact solutions for incident, reflected and passed fields are expressed in elementary functions.